(a)　subset regression
(b)　ridge regression

がある．(a)が「変数選択」による方法である．(b)はパラメータの事前分布として球対称の正規分布を仮定した時のベイズ型の推定法とみなすことができる．ここでは(a)と(b)の中間に位置する新しいベイズ型重回帰モデルを提案する．

参考文献

石黒・荒畑（1982）．ベイズ型スプライン回帰，彙報30巻1号．

坂元・石黒・北川（1983）．情報量統計学，共立出版．

非定常時系列モデルとその応用

田　村（濱田）　義　保

非定常過程のスペクトルを求めるために，自己回帰型のモデルを考えた．データ $\{x(1), \cdots\cdots, x(N)\}$ が与えられた時，各々が K 個のデータを含むように，P 個のスパンに分割する．各スパンごとに，M 次の自己回帰モデルをあてはめる．K, M, P は $N \geqq KP+M$ を満たしていなければならない．データの順序を（$i=1, 2, \cdots, PK+M$）

$$x(N-PK-M+i)=y(-M+i)$$

のようにつけなおす．p 番目のスパンは，$\{y((p-1)K+1), \cdots, y(pK)\}$ となる．このスパンでの自己回帰モデルを，

$$y(i)=\sum_{m=1}^{M} a_p(m)y(i-m)+a_p(0)+\varepsilon(i)$$
$$i=(p-1)K+1, \cdots\cdots, pK$$

とする．ただし，$\varepsilon(i)$ は平均0分散 σ^2 の白色ガウス雑音であるとする．スペクトルの時間変化に関する制約として次のものを考える．

$$c(p, i)=\sum_{m=1}^{M}(a_{p+1}-a_p(m))y(i-m)+a_{p+1}(0)-a_p(0)$$
$$Ec(p, i)=0$$
$$Ec(p, i)c(p', i')=(\sigma^2/\eta^2)\delta_{pp'}\delta_{ii'}$$

$a_p(m)$, σ^2, η^2 および自己回帰の次数 M を次のようにして決める．データ分布を，

$$f(y\,|\,a, \sigma^2)=(2\pi\sigma^2)^{-PK/2}\exp(-\sum_{p=1}^{P}\sum_{i=(p-1)K+1}^{pK}(y(i)-\sum_{m=1}^{M}a_p(m)y(i-m)-a_p(0))^2/2\sigma^2)$$

とし，$a_p(m)$（$p=2, \cdots, P$, $m=0, \cdots, M$）に対する事前分布を，

$$g(a\,|\,y, \sigma^2, \eta^2)=(2\pi\sigma^2/\eta^2)^{-(P-1)(M+1)/2}N_g\exp(-\eta^2\sum_{p=1}^{P-1}\sum_{i=(p-1)K+1}^{pK}c(p, i)^2/2\sigma^2)$$

であらわす．N_g は規格化因子である．第2スパンから第 P スパンまでの自己回帰係数は，$f\cdot g$ を最大にするように推定される．第1スパンの係数 $a_1(m)$, σ^2 は尤度関数

$$\ell(\{a_1(m)\}, \sigma^2, \eta^2)=\int\prod_{p=2}^{P}d\{a_p(m)\}f\cdot g$$

を最大にするように決める．以上において，M および η^2 は与えられたものとして固定していたが，

$$\mathrm{ABIC}=-2\log(\text{尤度関数のある}\ \eta\ \text{における最大値})+2(M+1)$$

を最小にするものを，それらの値とする．

局所線型マルコフ連鎖モデルとその河川流出解析への応用

尾　崎　　統

1.

河川や貯水池の水資源を有効に制御し利用する為に河川流出のダイナミックスを効果的にシミュレートするモデルが求められている．水文学における数理モデルとしてよくStorage（貯蔵）モデルが用いられる（例えばMoranのダム理論や菅原のタンクモデル）．簡単な場合それは

$$\dot{x}=f(x)+r(t) \tag{1}$$

のような入出力システムの形をとる．ここに $x(t)$ は t 時点の水の貯蔵量，$r(t)$ は t 時点の降雨その他に起因する水の増加率．この貯蔵モデルを基礎にMoranらはダムシステムの確率理論を展開，菅原らはタンクモデルによるモデル化の方法論を展開した．データ解析の立場からこれらの結果をみると必ずしも満足のいくものではない．そこで筆者は近年の非線型時系列解析の手法を用いてこの貯蔵モデルをデータから推定する方法を考えた．

2.

まずモデルの入力 $r(t)$ は多くの場合直接観測できないので，関連する量 $y(t)$ と分散 σ^2 の白色雑音 $n(t)$ を用いて，$r(t)=b\cdot y(t)+n(t)$ と仮定し，

$$\dot{x}=f(x\mid \boldsymbol{a})+by(t)+n(t) \tag{2}$$

なる貯蔵モデルを観測データ $\boldsymbol{z}=(x_1,\cdots,x_N,y_1,\cdots,y_N)$ から推定することを考える．(2)に対応する局所線型マルコフ連鎖モデルはOzaki (1983) により

$$\begin{aligned}
x_{t+\Delta t}&=A_t\cdot x_t+B_t\cdot y_t+C_t w_{t+\Delta t}\\
A_t&=e^{K_t\Delta t},\ B_t=b(e^{K_t\Delta t}-1)/K_t,\\
C_t&=\sqrt{\{(e^{2K_t\Delta t}-1)/(2K_t)\}},\\
K_t&=1/\Delta t\cdot\log\{1+J_t^{-1}(e^{J_t\Delta t}-1)f(x_t)/x_t\},\\
J_t&=\{\partial f(x\mid \boldsymbol{a})/\partial x\}_{x=x_t},\ w_{t+\Delta t}\sim N(0,\sigma^2)
\end{aligned} \tag{3}$$

と与えられる．

3.

このモデルの最尤推定値 $(\hat{\boldsymbol{a}},\hat{b},\hat{\sigma}^2)=\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$ によってきまる $\hat{A}_{\Delta t}(=\hat{A}_{\Delta t}(x\mid\hat{\boldsymbol{a}}))$ から対応する $f_{\Delta t}(x\mid\hat{\boldsymbol{a}})$ が次の局所線型化関係を満たすものとして定義される．

$$f_{\Delta t}(x\mid \boldsymbol{a})=\frac{\partial f_{\Delta t}(x\mid \boldsymbol{a})}{\partial x}\frac{\{A_{\Delta t}(x\mid \boldsymbol{a})-1\}x}{\exp\left\{\dfrac{\partial f_{\Delta t}(x\mid \boldsymbol{a})}{\partial x}\Delta t\right\}-1} \tag{4}$$

これを数値的に求めるには次の発展型偏微分方程式を基礎に繰り返し法で解けば発散することなく求まる．

$$\frac{\partial f_{\Delta t}(x,s\mid \boldsymbol{a})}{\partial s}=-f_{\Delta t}(x,s\mid \boldsymbol{a})+\left\{\frac{\partial f_{\Delta t}(x,s\mid \boldsymbol{a})}{\partial x}\right\}\frac{\{A_{\Delta t}(x\mid \boldsymbol{a})-1\}x}{\exp\left\{\dfrac{\partial f_{\Delta t}(x,s\mid \boldsymbol{a})}{\partial x}\Delta t\right\}-1} \tag{5}$$