瀬戸内海の海域環境の数値化

川　合　伸　幸

瀬戸内海マダイ資源推定の研究に関して，次のような，マダイ行動のモデル化を考えた．

対象海域を $S_1, \cdots, S_a$ に分割し，時刻 t で S_i にいる鯛が次のステップで隣接する水域 j に動く確率を $\mathrm{P}(i, j, t)$, その時点で漁獲される確率を $f(i, t)$ とする．またマダイの，生物として内在している自然死亡率を $d(\tau)$ とし，これはマダイの年齢 τ にのみ依存し位置には依らないものとする．そして，マダイ行動の一つのモデル化として，個々のマダイは，独立に，時空 (i, t) において移動確率 $\mathrm{P}(i, j, t)$ と漁獲率 $f(i, t)$, 死亡率 $d(\tau)$ を持ち，かつ過去の記憶を持たないランダム・ウォークに従うものとする．これは，マダイの生態研究や漁業者からの聞き取り等から，商業漁獲の中心をなす 2，3 歳魚については妥当なものと考えられる．

このように各時空での場（field）$\mathrm{P}(i, j, t)$, $f(i, t)$ を与えれば，水域 S_i に n_i 尾放流した時の，時刻 t_0 までの各水域での漁獲尾数の分布等を容易に計算することができる．また，従来の資源推定の方法をこのモデルで書き表わしてみると，マダイの行動が対象海域内に限られるという大前提の他に，漁獲率が対象海域で一様，あるいは，どの個体も初期の位置には無関係に等確率で漁獲されるという非現実的な暗黙の仮定がなされていることがわかる．

$\mathrm{P}(i, j, t)$ の推定に際しては，当然，水深，水温，堆積物の厚さ，底質等の海域生態を考慮すべきであり，$f(i, t)$ の推定には，漁場の位置，操業時間及び漁業の質を考慮すべきであるが，現状では，科学的推論に耐えられるようなデータは無い．

$\mathrm{P}(i, j, t)$, $f(i, t)$ は，大きく見れば t に関して一年周期を持つことに着目し，各水域 S_i に n_i 尾放流する実験で，一年後までの S_i での再捕数を r_i とすると，次の近似的な関係が成り立つ．

$$\begin{cases} n_1 c_{11} + n_2 c_{21} + \cdots + n_a c_{a1} \doteqdot r_1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ n_1 c_{1a} + n_2 c_{2a} + \cdots + n_a c_{aa} \doteqdot r_a \end{cases}$$

但し，c_{ij} は初期位置 i にいたマダイが一年の間に j で捕獲される確率．この線型モデルのあてはめにより c_{ij} が推定される．放流魚も天然魚も同じ行動モデルに従うとすると，S_i での初期資源尾数を N_i, S_i での漁獲尾数を M_i として，同様に

$$\begin{cases} N_1 c_{11} + N_2 c_{21} + \cdots + N_a c_{a1} \doteqdot M_1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ N_1 c_{1a} + N_2 c_{2a} + \cdots + N_a c_{aa} \doteqdot M_a \end{cases}$$

c_{ij} の代わりに先の推定値 $\hat{c}_{ij}$ を用いれば N_i が推定される．3 年程度の繰り返し実験により，この方式での大ざっぱな資源量推定は可能であると思われる．

order k の離散分布とその性質

平　野　勝　臣

成功率 $p(0<p<1)$ のベルヌーイ試行で k 回連続した "成功" が初めて起こるまでの試行数の分布を order k の幾何分布 $(G_k(p))$ という．Philippou et al. [6] は $G_k(p)$ に従う独立な r 個の確率変数の和の分布として order k の負の 2 項分布 $(NB_k(r, p))$ を与えた．n 回のベルヌーイ試行で k 回連続した "成功" の数 $N_{k,n}$ の分布を order k の 2 項分布 $(B_k(n, p))$ という．$T_{k,r} \sim NB_k(r, p)$ のとき Feller [3] は $\mathrm{P}(N_{k,n} \geqq r) = \mathrm{P}(T_{k,r} \leqq n)$ に注目して $\mathrm{B}_k(n, p)$ の確率の正規近似及び $NB_k(r, p)$ の確率母関数 (pgf)，平均，分散を論議したが，命題 3 の様な尤度の形の表現は与えていない．[6] では $T_{k,r} - kr$ の $p \to 1$, $r \to \infty$ $(rq \to \lambda)$ の極限分布として order k のポアソン分布 $(P_k(\lambda))$ を与えた．但し $q = 1 - p$.

正の実数 r に対して $NB_k(r, p)$ を拡張し，Fisher et al. [4] と同様にして命題1の極限分布を得る．これを order k の対数級数分布 $(LS_k(p))$ という．

命題 1.　$X \sim NB_k(r, p)$ に対して $r \to 0$ のとき

$$\mathrm{P}(X=x \mid X \geqq [kr]+1) \to \sum_{x_1+2x_2+\cdots+kx_k=x} \frac{(x_1+\cdots+x_k-1)!}{(-k \log p)x_1! \cdots x_k!} p^x \left(\frac{q}{p}\right)^{x_1+\cdots x_k}, \ x \geqq 1.$$

$G_k(p)$, $NB_k(r, p)$ の台を $\{0, 1, 2, \cdots\}$ 上にずらした分布を $\overline{G}_k(p)$, $\overline{NB}_k(r, p)$ とかく．分布 F_1, F_2 の pgf. を $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, α を $\varphi_1(\alpha)<\infty$ を満す正の実数とする．pgf. $\varphi_1(\alpha\varphi_2(t))/\varphi_1(\alpha)$ で与えられる分布を generalizer F_2 による α-generalized F_1 分布という．これは F_1 がポアソン分布のとき，任意の正の α に対し普通の generalized ポアソン分布である．$\mathrm{P}(Y=j)=\nu_j$ $\nu_j \geqq 0$, $\nu_k \neq 0$, $\sum_{j=1}^{k} \nu_j=1$ の分布を k 点分布 $(K(\nu_1, \cdots, \nu_k))$ という．

命題 2.　$\overline{G}_k(p)$, $\overline{NB}_k(r, p)$, $LS_k(p)$ は夫々共通の generalizer $K\left(\frac{1}{\alpha_0}, \frac{p}{\alpha_0}, \cdots, \frac{p^{k-1}}{\alpha_0}\right)$ を持つ $\overline{G}_1(p)$, $\overline{NB}_1(r, p)$, $LS_1(p)$ の α_0-generalization である．$P_k(\lambda)$ は generalizer $K\left(\frac{1}{k}, \cdots, \frac{1}{k}\right)$ を持つ $P_1(\lambda)$ の k-generalization である．但し，$\alpha_0=(1-p^k)/(1-p)$ ($p=1$ のとき $\alpha_0=k$. この意味で $p \to 1$ として $P_k(\lambda)$ を導いた命題に consistent である)．

order 1 の分布 $\overline{G}_1(p)$, $\overline{NB}_1(r, p)$, $LS_1(p)$, $P_1(\lambda)$ は夫々普通の幾何，負の2項，対数級数，ポアソン分布である．

$B_k(n, p)$ は α_0-generalization の分布のクラスに属さない．

命題 3.　$B_k(n, p)$ の確率

$$P(N_{k,n}=x)=\sum_{m=0}^{k-1} \Sigma^* \binom{x_1+\cdots+x_k+x}{x_1, \cdots, x_k, x} p^n \left(\frac{q}{p}\right)^{x_1+\cdots+x_k}, \ 0 \leqq x \leqq \left[\frac{n}{k}\right]$$

和 Σ^* は $x_1+2x_2+\cdots+kx_k=n-m-kx$ を満す非負整数の組 $(x_1, \cdots, x_k)$ 上をわたる．

order k の分布の確率は命題3の様な形をしており，その計算には漸化式が効果的である．[2] を参照．

尚，本報告は共同研究 [2] と [5] に基づいて作成した．

参考文献

[1]　Adelson (1966)　Op. Res. Quart.
[2]　Aki, Kuboki, Hirano (1984)　Ann. Inst. Stat. Math.
[3]　Feller (1968)　An Introduction…, vol. I, Wiley.
[4]　Fisher et al. (1943)　J. of Animal Ecology.
[5]　Hirano (1985)　Proc. 1st Int. Confer. (to appear)
[6]　Philippou et al. (1983)　Stat. and Prob. Letters.

セパレート推測 (separate inference) と情報量

久保木　久　孝

1. 序

セパレート推測とは，「統計モデルに含まれているパラメータのうち，その一部をサブモデルを通して推測すること」である．該当するパラメータを含むサブモデルを構成するためには，次の2つが基本的手続きとなっている：