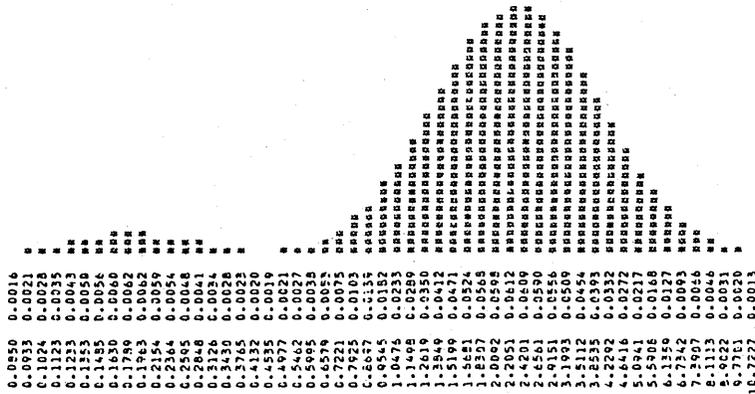


なる関係式が導びかれる。ただし、 K は線型写像、 d は有限次元ベクトル、 ϵ は観測誤差ベクトルである。データ数（すなわち d の次元）は測定できるガスの種類の数であり、通常 3~6 である。このような数の少ないデータから p を推定するためには、 p に関する事前情報が必要であり、統計的モデリングが要求される。従来は、 $p(R)$ に関して 2 つの正規分布の混合分布などさまざまなパラメトリックモデル $p_\theta(R)$ (θ のうち自由パラメタ数は n) を仮定し、最小二乗法などで、パラメタ θ の値を推定していた。しかし、換気・血流比が混合正規分布でうまく表現できる医学的保証はなく、このモデルは多分に、データ数と未知パラメタ数の辻つま合せのために導入されたものである。その上、最小二乗法によるパラメタ推定において残差平方和が、多数の極値をもつという数値的困難をもかかえており、いずれかの極値を選んででも妥当な結果が得られないことが多い。実際、健康体の場合となんらかの疾患がある場合では $p(R)$ のプロファイルがかなり異なることが予想され、適当なパラメトリックモデルを構成することは困難である。

我々はこの困難を解決するため、 $p(R)$ を R の離散点上の値 $(p_i) \equiv \bar{p}$ で表現し (1) を離散近似したモデル

$$d = \bar{K}(\bar{p}) + \epsilon$$

を考え、Leonard の logistic density transform を用いて \bar{p} を f でパラメトライズし、 f に関する smoothness prior を導入し、ベイズの方法によって、 $p(R)$ の推定値を得た。得られた結果は、医学的に見ても不自然な点はないことが認められた。（この研究は慶大医学部川城丈夫氏との共同研究中）



推定例

Hamming 距離によるランダムパッキング

伊藤 栄 明

符号化理論における Golay code より 24 次元空間における球の密な規則的充填がみちびかれることは知られている。ここでは Hamming 距離にもとづくランダムパッキングを考える。各座標が 0 と 1 からなる次元 d の点を考える。そのうちのひとつを先ずランダムにえらぶ。それを I_1 とする。 $r (\geq 1)$ 個の点がすでにえらばれたとすると I_{r+1} は I_1, I_2, \dots, I_r のいずれからでも k 以上はなれている点のなかから等確率でえらばれるものとし、これを可能なかぎりつづける。このようにして得られる点の個数 $X(d, k)$ についての計算機実験を行った。 $k=2, 3$ について、充填率 $X(d, k)/2^d$ の平均値の従う実験

式として d^{-k} を得た。2 から 17 までの d についての計算機実験より、 d を固定した場合、 k が偶数であれば分散が大であり、奇数であれば分散が小であるという結果が得られた (Itoh and Solomon (1985))。 $k=2$ の場合を考える。 $\sum_{i=1}^d x_i = m$ なる平面上では点相互の距離は 2 以上である。 m が偶数であるような平面を考え、それぞれの平面上の点をすべて考える。このような点についても相互の距離は 2 以上である。これは規則的充填であり、充填率は次元によらず $1/2$ である。これについての 1 次元モデルを考える。点には白と黒の 2 種類あり、白と白、あるいは黒と黒はとなりあうことができるが、白と黒相互の距離は d 以上でなければならない。これについてのランダムパッキングも興味ある問題であり、この場合は解析的な議論が可能である。

Golay code は $2^{12}=4096$ の点よりなるが上記ランダムパッキングによる $X(24, 8)$ は 5 回の実験についての平均値が 306.6 であった。Golay code の各点から他の点への距離は 8, 12, 16, 24 のいずれかであり、それぞれに 759, 2576, 759, 1 の個数の点に対応している。これは Golay code にもとづく点の配置は非常に高い対称性を持つことを示す。逆に相互の Hamming 距離は 8, 12, 16, 24 のいずれかであるという制約のもとでのランダムパッキングを考える。計算機実験の結果、1300~1500 なる個数が得られる場合と 700~800 なる個数が得られる場合が多く、4096 とう結果が得られたこともあった。どの場合になるかは最初につめられた数個の点の相互の配置により定まるものと思われる。

参 考 文 献

Itoh, Y. and Solomon, H., Random sequential coding by Hamming distance, *J. Appl. Prob.*, 発表予定

射影子法による乱流の近似理論

岡 崎 卓

乱流は流体の不規則運動であって、揺動する流体の平均速度や速度相関などの統計量を支配する方程式を見出し、流体物性や境界条件に応じてその解を求め予測することは乱流理論の重要課題である。近年盛んに行なわれるようになった乱流のシミュレーションにおいても、計算格子点間の微細現象を拾い上げ、格子点に還元するため矢張り統計量の方程式を必要とする。この 10 年間に乱流理論は目覚ましい展開を見せ、速度相関を定める高精度の近似理論 (DI 近似等) が現われた。しかしこの理論は複雑に過ぎて、特殊な流れには有効であるが、円管流など実際の乱流には適用し難い。勿論、乱流モデルと呼ばれる現象論的方程式が多数提案され実用計算に供されているが、流体の運動法則と確率論とから演繹されたものでなく、アドホックな仮定や非理論的定数を含むという難点がある。

現実の乱流に適用可能な程度に簡明な構造を有し、非理論的定数を含まぬ方程式の導出が望まれているのであるが、この問題を困難にしている最大の原因は速度の時間変化が速度の 2 次の積に依存し、2 次の積の時間変化は 3 次の積に依存するという運動方程式の非線型性にある。そこで速度に依存する諸量の時間的発展を考える際、各量をそのまま取扱うのではなく、2 次の関数で表現される部分にのみ注目し、その部分の時間発展を追うことにすれば、非線型性の困難は自動的に回避されるであろう。即ち速度 u の任意関数 $F(u)$ を 2 次関数におとす射影子 p

$$pF(u) = c_0 + c_1 u + c_2 uu$$

を導入し、 $F(u)$ ではなく係数 $c_0 \sim c_2$ の変化を考察するわけである。射影子法は元来統計力学の分野で、物質を構成する多数の粒子の集団としての性質を抽出するために開発されたものであり、乱流に適用するには流体の連続性を考慮する必要があるが、ほぼ同様の論法を展開することができる。

射影子 p として具体的に