

## マグニチュード付き点過程モデルの地震系列への適合とノイズ分析による巨大地震の予測

統計数理研究所 尾 形 良 彦

### 1. はじめに

地震活動の定性的なサイクル（本震—余震—静穏期—前震）の存在は従来から個々の事例ごとに研究報告が多数提出されてきた。このようなサイクル概念の存在意義は、本震時期の予測ということに尽きる。本震の直前は前震なのだが特定の地震について前震か否かを正しく判断することは一般に極めてむずかしい。また十分な前震なしに大地震が起る例の方がはるかに多いことも考えると静穏期の研究が重要になってくる。しかし、大地震前の静穏期が単に前の大地震の余震活動の終息の結果であり大地震の予測には役立たないとする Lomnitz ら (1983) の報告もある。これはいくつかの地震統計の経験則を盛り込んだ本震余震型の確率モデルでシミュレーションした場合に、静穏期らしいものが度々実現できるからというのである。こうなると静穏期の存否も余震の推移を抜きにして論ずるわけにはいかない。一方 Lomnitz と対立する立場で静穏期を定義づけようとする試みもある。たとえば Habermann ら (1984) は地震活動の中から余震を統計的に取り除き、残った活動レベルを見て通常より有意に活動が低下した場合を静穏期として注目し、これを検出しようと試みている。しかし残念なことに引用されている余震を取り除くアルゴリズムが公表されていないから考えも明確でない。

ここまできて地震活動のサイクルが定量的にも研究されることの意義を認めていただけるものと思う。特に余震はサイクルの中で最も良く統計的に調べられ知られているので、これに依拠したモデルを考える必要がある。データに対するモデルの適合は最尤法や AIC が一定の客観的な基準を与えてくれる。

### 2. 余震を含む点過程モデルについて

上に述べた Lomnitz ら (1983) のモデルは Vere-Jones ら (1966) の Trigger モデルを特殊化したものである。Trigger モデル (branching Poisson process) は本震と余震がはっきり決められていて、本震は定常ポアソンで生成されて各本震につきそれを起点として単調減少の危険度  $g(t)$  の非定常ポアソンで余震が生成されるというものである。これに本震の大きさについての効果、すなわち余震が本震のマグニチュードに関係して増えること、そして本震と余震のマグニチュードの出現頻度はそれぞれ異なった  $b$  値にもとづき指数分布に従うというものである。これは Gutenberg-Richter の法則と Båth の法則をおりこんだことになっているらしい。 $g(t)$  は大森余震減衰法則に基づき指数ではなく逆べき関数で与えている。

さて通常の広域長時間カタログにおいて、広義の前震や余震そして余震の余震とか地震の移動現象の存在などを考えるとき、本震と余震の区別は必ずしも確固としたものとはいえないのではないと思われる。このような立場から次のような統計的モデルを考えてみよう。まず (a) 地震のマグニチュードはそれ迄の過去の地震の履歴に無関係(独立)に分布している。(b) 背景の地震活動 (back ground seismicity) として、地震が定常のポアソン過程で生成されている。(c) 発生したどの地震についても余震を持つチャンスがある。ただし余震の平均個数はマグニチュードの指数べきに比例する。(d) 余震の発生度合の時間的推移  $g(t)$  は改良大森法則に従

う。

以上の4つの仮定から、地震の発生に関する時刻  $t$  に於ける条件付危険度 (conditional intensity) は過去のデータ  $\{(t_i, M_i); t_i < t\}$  で表現できて

$$(1) \quad \lambda(t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i) e^{\beta(M_i - M_0)}, \text{ where } g(t) = K/(t + c)^p$$

但し  $M_0$  は基準マグニチュードであり、 $\mu, \beta, K, c, p$  は、いずれデータによって決められるべき定数である。時刻  $t$  についての条件付危険度関数が与えられると、点過程として Ogata (1981) のアルゴリズムで地震活動のシミュレーションができる。

### 3. モデルの適合と時間変換によるノイズ分析

条件付危険度関数  $\lambda(t) = \lambda(t; \theta)$  のパラメタ  $\theta = (\mu, \beta, K, c, p)$  の最尤推定量は対数尤度

$$(2) \quad \log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \lambda(t_i; \theta) - \int_0^t \lambda(t; \theta) dt$$

を最大にする  $\theta$  である。また (1) に於ける  $g(t)$  のかわりにラゲール型関数 (Ogata and Akaike, Ozaki and Vere-Jones, 1982) を用いる時はその次数を決めたり、(1) のモデルと比較するとき AIC が便利である。

このようにして、推定された条件付危険度関数  $\lambda(t)$  に対して次のような時間変換を考える。

$$(3) \quad \tau = \int_0^t \lambda(t) dt$$

こうしてデータ  $\{t_i\}$  は (3) によって  $\{\tau_i\}$  に 1:1 に変換することができる。もし  $\{t_i\}$  が  $\lambda(t)$  によって生成されたデータならば変換された  $\{\tau_i\}$  は危険度が 1 の定常ポアソンになっていることが証明される。したがってもし推定された危険度  $\lambda(t)$  が真の構造をよく近似しているならば変換されたデータ  $\{\tau_i\}$  は定常ポアソン過程に近いことになる。かくして  $\{\tau_i\}$  の解析が必要になる。 $\lambda(t)$  が点過程の構造を予測の立場から表現しているので (2) の変換によってなされたデータ  $\{\tau_i\}$  はノイズと呼ぶことができる。

### 4. 宇津カタログからのデータ

宇津 (1982) は日本付近の 1885 年から 1980 年迄の 96 年間の地震カタログを公表した。これには M6.0 以上の地震がほぼ漏れなく収録されていて、発震時刻、震央の位置、深さ、マグニチュードなどのデータが決められている。この中から試しに取り出したデータは (42°N, 142°E), (39°N, 142°E), (38°N, 141°E), (35°N, 140.5°E), (35°N, 144°E), (39°N, 146°E) そして (42°N, 146°E) で囲まれた東北沖の 100 km 未満の浅い地震で M6.0 以上のものである。これは太平洋プレートの東北日本に沈み込む部分にあたり、日本で最も地震活動の高い所である。96 年間に 483 個のデータが含まれていることからわかるように 1 年間に平均 5 回も M6.0 以上の地震が起る。

データの (時間, マグニチュード) をプロットした図からみて、ほぼ定常であるとみなせる。地震から次の地震までの時間の長さに対する対数累積度数プロット図をみると、クラスターの傾向が著しいことがわかる。次に各地震の未来の地震への貢献度の重ね合わせプロットを行なって、まずわかることは、これが時間につれてほぼ単調に減少していることである。さらにデータが定常ポアソンであることを仮定した誤差限界と比べてみると、これがかなり長い期間

に渡って度々誤差限界を超える。つまりいわゆる長記憶 (long range memory) であることがわかり、(1)に於ける改良大森型応答関数  $g(t)$  が適当であることを示唆している。

### 5. 解析結果

AIC の比較によるとモデル (1)における  $g(t)$  として大森型はラゲール型よりもはるかにすぐれている。さらにマグニチュードの効果を考えることによって AIC は格段に小さくなってモデルが改善されていることがわかる。また  $p=1$  の大森型が  $p \neq 1$  であてはめられた改良大森型よりも良いことがわかる。推定された係数は  $\mu=0.00489$  (回/日),  $\beta=1.6139$ ,  $K=0.9769$  (回/日),  $c=0.01959$  (日)であった。

こうして推定されたモデル (1)をつかってデータを (3)の時間変換した点過程のノイズ分析を行なってみた。まず変換された時刻データ(図 1a. 参照)の経験分布(empirical distribution)は一様分布から出たものとして考えても不自然でないことが見られる(誤差限界は Kolmogorov-Smirnov 統計量の分布表から決められる)。また点の間隔  $r_i = \tau_i - \tau_{i-1}$  が指数分布に従っているかを見るために  $U_i = \exp\{-Nr_i/T\}$  が一様分布に従っているかを調べる。上と同様にしてよく満たされているように見える。座標  $(U_i, U_{i+1})$  の平面へのプロットも  $\{U_i\}$  すなわち  $\{r_i\}$  の独立性を支持しているようにみえる。各点  $\tau_i$  の未来への貢献度の重ね合わせプロットも通常の誤差限界にある。これも独立性を支持している。これから  $\{\tau_i\}$  が大体においてポアソン過程に従っていることがわかる。

### 6. 静穏期をどうみるか

第一節に述べた Habermann ら (1984) が設定した静穏期は  $\{\tau_i\}$  に翻訳するとどのようになるのだろうか。まず考えられるのは点の間隔  $r_i = \tau_i - \tau_{i-1}$  の長い部分が定常ポアソンを仮定した場合よりも有意に大きく出ることが考えられる。そこで  $\{r_i\}$  の大きい順からならべた順序統計量  $\{r_{(k)}\}$  をとって、この累積度数を対数スケールで見してみる。しかし結果的には有意な時間の長さはみとめられなかった。

そこで、変換した時間  $\tau$  について、区間  $(\tau-h, \tau)$  中にある点の数  $N = N(\tau-h, \tau)$  をプロットしてみた。もし変換された点列  $\{\tau_i\}$  が平均 1 の定常ポアソン過程ならば  $N$  は平均  $h$  の

表 1.

ウィンドウの幅	$h=8$		$h=5$			
	$k/N$	出現確率	$k/N$	出現確率	$k/N$	出現確率
東北沖データ	5/5	(0.00030)	3/3	(0.00024)	5/11	(0.0060)
シミュレーション						
1.	0/2	(0.64)	—		2/10	(0.34)
2.	2/4	(0.18)	0/1	(0.94)	4/17	(0.25)
3.	0/3	(0.52)	—		3/14	(0.31)
4.	2/5	(0.26)	1/5	(0.28)	3/16	(0.42)
5.	1/7	(0.79)	0/2	(0.88)	1/17	(0.87)

注)  $N$  = 「静穏期」の出現回数、 $k$  = 「静穏期」が出現してから 1 年以内に大地震が起きた場合の数。但し「静穏期」とは  $\xi$  が本文中で定められた誤差限界を下に突出した時とする。

ポアソン分布に従わなければならない。  $N$  の誤差限界を見易くするために清水 (1984) による正規化変換  $\xi = [33N + 29 - h - (32N + 31) \cdot \{h / (N + 1)\}^{1/4}] / \{9\sqrt{N + 1}\}$  をつかうと  $\xi$  は平均 0 分散 1 の正規分布でかなり良く近似される。  $h = 8$  にしたときのこの  $\xi$  の時間  $\tau$  に対するプロットが図 1b に与えてある。すぐ目につくのは 1938 年頃に  $3\sigma$  の限界を上を大きく抜けていることであろう。これは 1938 年に福島県 (塩屋) 沖で一ヶ月間にマグニチュード 7 以上の地震 5 個が連発した為である (Abe, 1977, によればこの地域の地震は約 800 年に一度ぐらいというような、他の東北沖の地震域に比べて異常に長いサイクルをもつ特異なものだという)。この時点以外を除けば、 $\xi$  の分布は正規分布らしく振まっている。静穏期に関して注目してみると下の限界は  $2\sigma$  を突破するものが 5 例見られるのみで、483 個の地震で、このようなことは確率的に起りうることでありとて良い。これは Lomnitz らの立場を支持するものなのだろうか？

注意して見ると下の限界  $2\sigma$  を突破した時点から常に 1 年以内に M7.4 以上の地震が起こっている。ここには載せないが  $h = 5$  のプロットを見ると下の  $2\sigma$  を越える場合が 3 例あってその後 1 年以内に M7.7 以上の地震が起こり、 $1.5\sigma$  を越える場合が 11 例あってその中で M7.4 以上の地震が 1 年以内に起きているのは 5 例である。  $\xi$  が特に少ない時期を「静穏期」と呼ぶことにしよう。上の事実は「静穏期」が予測にとって有用なものであることを示すものだろうか、それとも確率的にめづらしくないことなのであろうか。

5 節の解析結果と 2 節の仮定 (a) から、変換されたデータ  $\{(\tau_i, M_i)\}$  は複合ポアソン過程に従っているものと考えて良い。すると上の事実の起りうる確率がどれほど稀有なものが計算できる。但し 1 年以内に M7.7 以上が起こる確率は 6/96 (回/年)、同様にして M7.4 以上なら 19/96 そして M7.0 なら 47/96 である。結果は表 1 にあたえている。ついでに 5 節で得たモデル

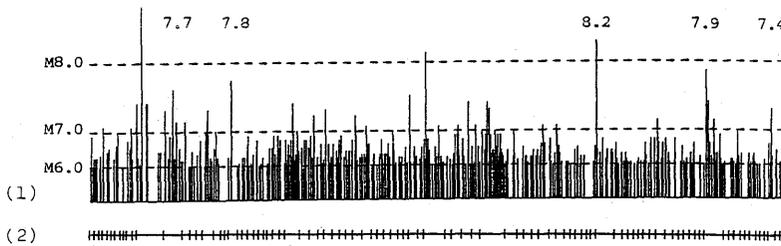


図 1a.

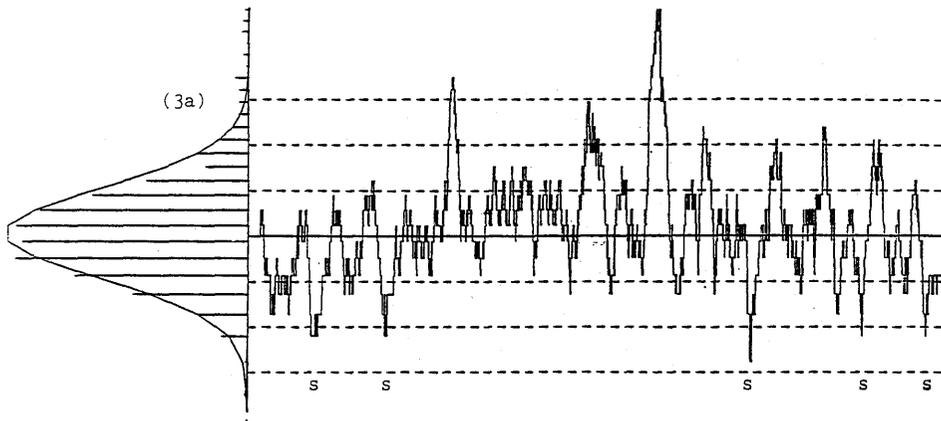


図 1b.

をつかって(マグニチュード列は原データのものと全く同じにして)5本ほどシミュレーションをおこない、上に述べたようなケースがどのくらいの割合で起こるのかを見てみた。さらにその出現確率も計算して表1に与えた。表1から明らかなように原データに関する限り、モデルから出たデータと違って、上のような「静穏期」が巨大地震の予測に有用であることがわかる。

## 7. 議 論

モデルのシミュレーションに於いてマグニチュードに関しては原データと全く同じものを使って、その分布法則については言及しなかったが原データ全体を通しての分布はきれいに Gutenberg-Richter 法則を支持している。しかしながらマグニチュードの時系列として独立同分布ではなく、過去の地震列に依存していることが「ノイズ分析」によってわかった。この事実が Lomnitz らの議論に欠けている部分である。宇津によって決められた本震と思われる地震のみを抽出してみても、ほぼ同じことが言える。本震だけのデータならば発震時は定常ポアソンになるので、この方が話としては簡単かも知れないが通常の他のカタログではあまり期待できない。

図1からもわかるように M8 クラスで直前に「静穏期」が認められなかったものとしてはそれぞれ 1896 年と 1933 年の三陸沖地震がある。前者のマグニチュードは、いわゆる津波マグニチュードで与えられていて、後者は正断層型地震ということで他の巨大地震と違った性質をもつ点は興味がある。東北沖を広げて北海道を含めた広領域のデータ解析をすると、ほぼ同様の結果が得られる。

## 謝 辞

静穏期の議論に私の興味を導いて頂き、有益なコメントを数々いただいた東大地震研究所の島崎先生、データなど様々な便宜をはかってくださった同研究所の宇津先生、この結果に関連するいくつかの仕事を教えていただいた同研究所の阿部先生に感謝致します。そしてこのシンポジウムに貢献していただいた京大防災研究所の尾池先生には常々、地震学の要諦を御教示頂いて私の点過程モデルの研究に重大な影響を与えていただきました。最後に図形作成などの必要なプログラムを作っていただいた統計数理研究所の桂さんに感謝致します。

なお、この報告の詳細および引用文献一覧については  
Y. Ogata (1985). Statistical Models for Earthquake Occurrences and Residual Analysis for Point Process, *Research Memorandum*, No. 288, Institute of Statistical Mathematics.  
を御参照ください。

## 離散時間モデルと連続時間モデル

統計数理研究所 尾 崎 統

### 1. はじめに

人間は昔から自然現象や社会現象を何らかの数理的モデルを通して理解し(た気になり?)、