

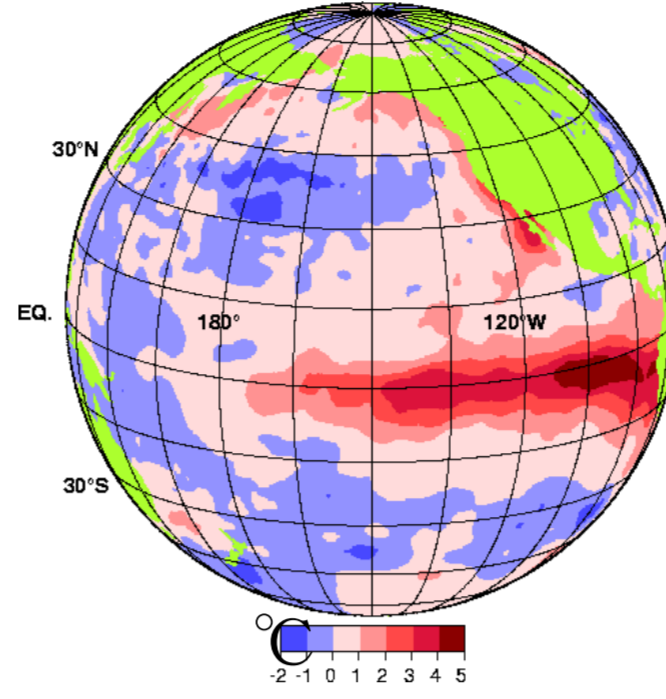
# データ同化と観測誤差共分散行列推定

上野 玄太 モデリング研究系 准教授

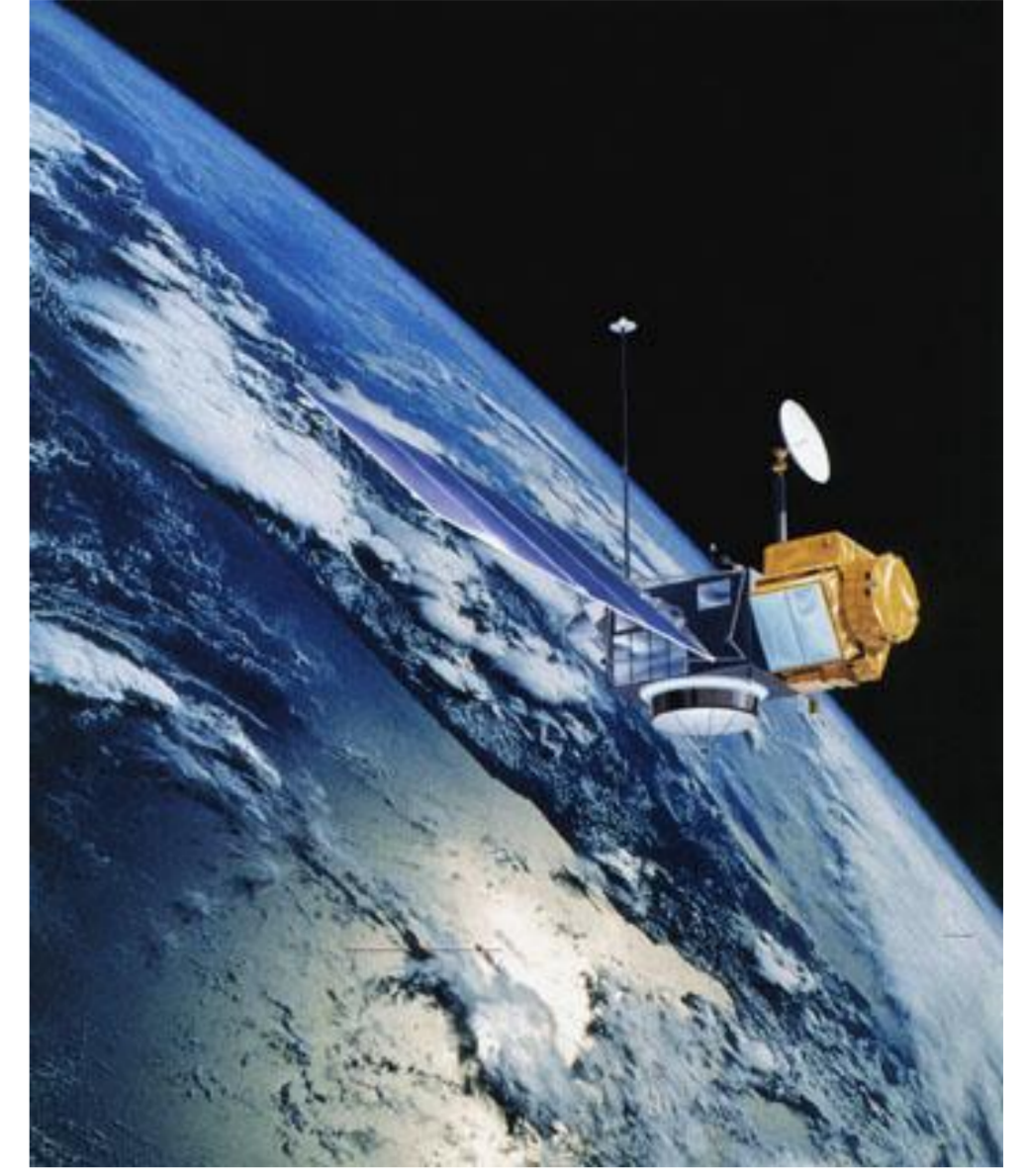
## エルニーニョ

エルニーニョとは、太平洋赤道域の中央部からペルー沿岸にかけて、海面水温が平年に比べて高くなり、その状態が1年程度続く現象をいいます。語源はスペイン語の el niño (男の子、英語で the boy) ですが、この現象を表すときは大文字 El Niño とします。大文字にすると単なる男の子ではなくイエス=キリストの意味になり、クリスマスの時期に見られる現象として名づけられました。ちなみに、反対に水温が低くなる場合もあり、それは女の子を意味するラニーニャ (la niña = the girl) と呼ばれます。エルニーニョはほぼ4年おきに起こることが知られていますが、これを正確に予測することが目標です。

1997年11月の月平均海面水温偏差

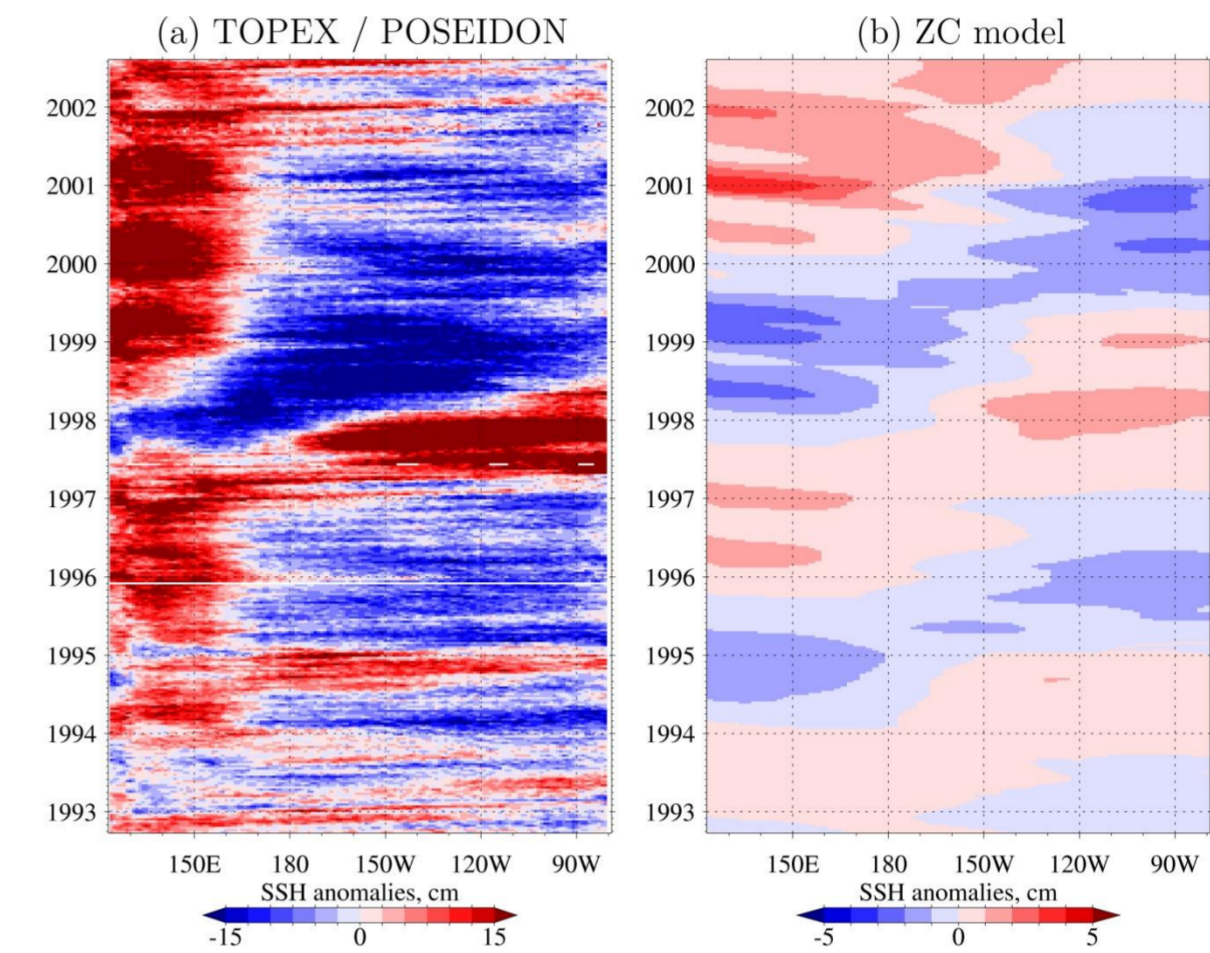
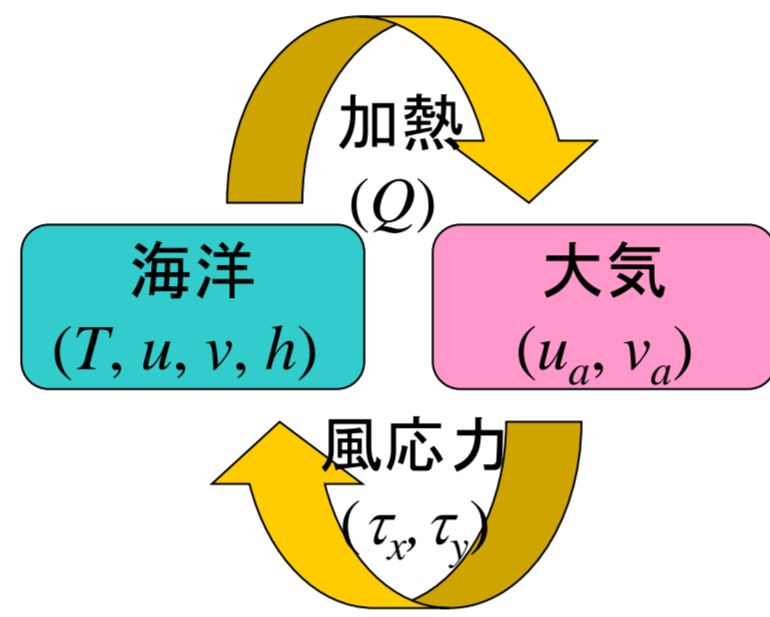


<http://www.data.kishou.go.jp/climate/elnino/mikata/whatiselnino.html>



## 大気・海洋シミュレーション

エルニーニョとは海水温の現象ですが、その実体は海だけでなくその上にある大気との相互作用によって起こることが分かっています。実際、大気と海洋の運動を組み合わせたシミュレーションを行うと、エルニーニョらしき周期的な海水温の上昇が再現できます。ところが、このシミュレーションはそのままエルニーニョ予報モデルとして使えるほどは正確ではありません。

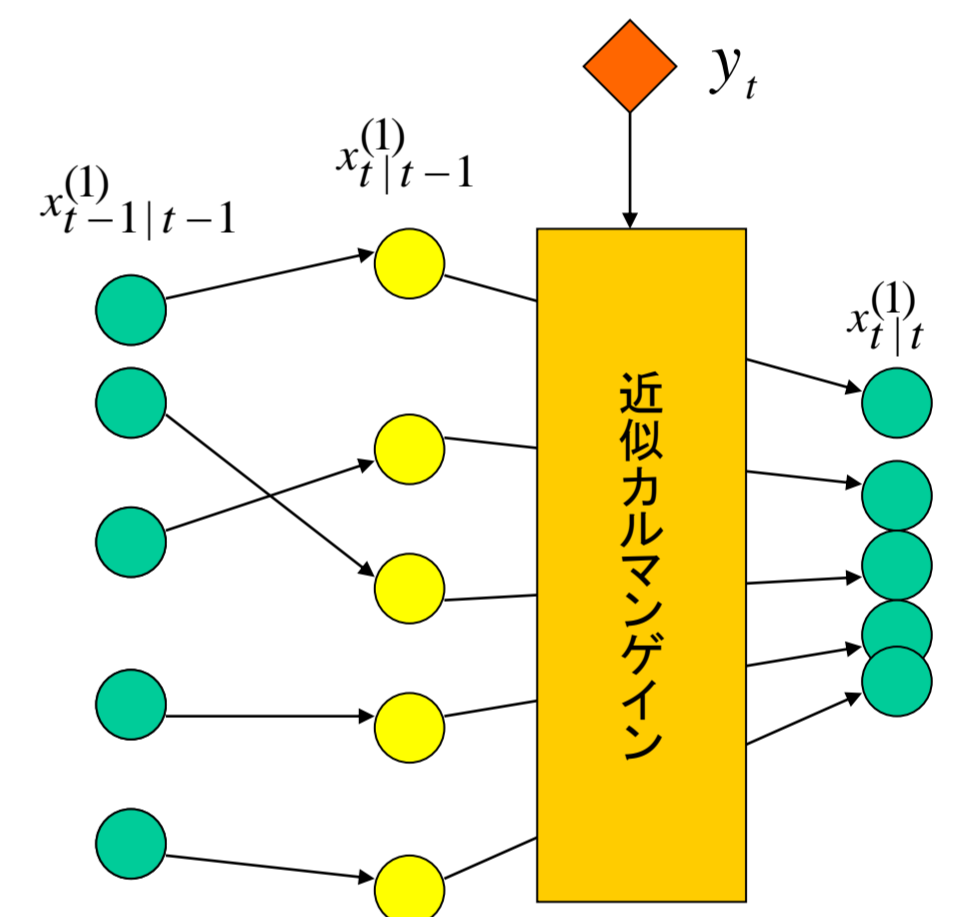


海面高度偏差の観測値

シミュレーション

## 海面高度データの同化

予報の精度を上げるにはどうしたらよいか？ ここでは、人工衛星トペクス・ポセイドンが観測している海面高度のデータを使ってシミュレーションによる計算結果を修正し、より正確な状態から予報の計算をやり直すというアプローチをとります。この方法を、シミュレーションにデータを埋め込むという意味で、データ同化といいます。



アンサンブルカルマンフィルタの概念図

## 状態空間モデル、アンサンブルカルマンフィルタ

データ同化の手法は、統計科学の手法です。時系列解析の分野で用いられる状態空間モデルがそれにあたり、本研究所で精力的に研究が進められている課題のひとつです。ここでのエルニーニョ予報では、アンサンブル・カルマンフィルタという手法を使いました。アンサンブル・カルマンフィルタは、少しずつ異なった状態を多数(これをアンサンブルといいます)計算し、それらをデータを参照してよりもっともらしいアンサンブルへと修正するという2ステップからなります。

状態空間モデル。  
 $x_t$  がシミュレーション変数、  
 $y_t$  が観測データを指す。

$$x_t = f_t(x_{t-1}, v_t)$$

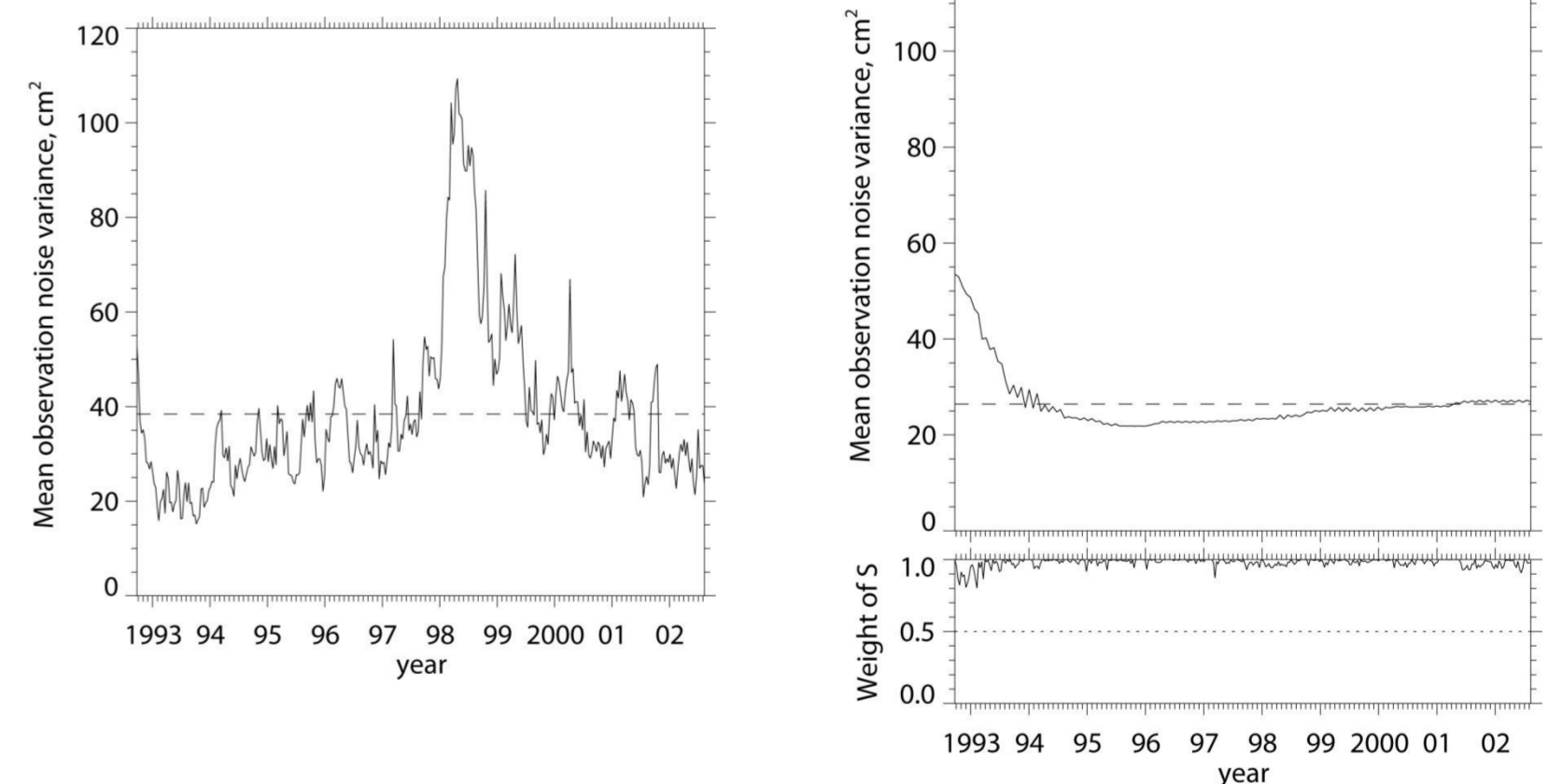
$$y_t = h_t(x_t) + w_t$$

$$\begin{bmatrix} v_t \\ w_t \end{bmatrix} \sim N \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q_t & 0 \\ 0 & R_t \end{bmatrix} \right)$$

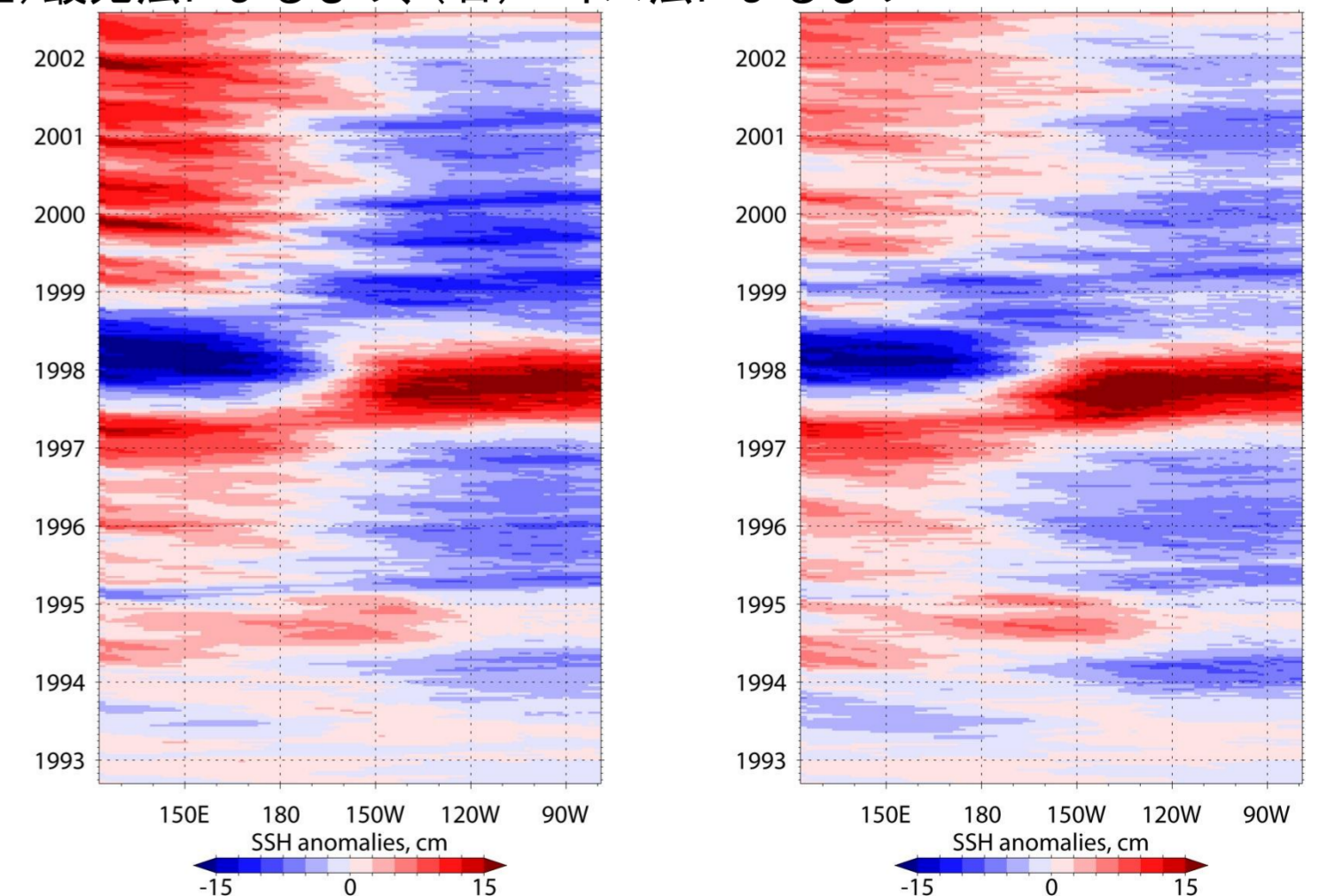
## 誤差共分散行列の選び方

さて、データとシミュレーションを混ぜるわけですが、問題となるのはそれらの配分です。配分を与える  $Q_t$  と  $R_t$  次第でいろいろな結果が得られるのですが、どんな配分がよいのでしょうか？ 前回は、 $R_t$ の値をを予測尤度の値をもとに推定した結果をお見せしました。ところが、この推定値は時間変化が大きすぎるのが問題でした。今回は、時間変化に関する拘束を加えたベイズ法を開発し、 $R_t$ に含まれるパラメータを推定する、反復アルゴリズムを考案しました。

観測誤差分散の推定値の時間変化。(左)最尤法によるもの、(右)ベイズ法によるもの



海面高度偏差のデータ同化結果(平滑化推定値)。(左)最尤法によるもの、(右)ベイズ法によるもの



$$\frac{\partial \ell_t(R_t)}{\partial R_t} = 0$$

$$\Rightarrow R_t^{(k+1)} = (1-\lambda) \sum_{n=1}^N z_n^{(k)} \left( y_t - h_t(x_{t|t-1}^{(n)}) \right) \left( y_t - h_t(x_{t|t-1}^{(n)}) \right)' + \lambda S,$$

$$\text{但し } z_n = \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2} \left( y_t - h_t(x_{t|t-1}^{(n)}) \right)' R_t^{-1} \left( y_t - h_t(x_{t|t-1}^{(n)}) \right) \right]}{\sum_{n=1}^N \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( y_t - h_t(x_{t|t-1}^{(n)}) \right)' R_t^{-1} \left( y_t - h_t(x_{t|t-1}^{(n)}) \right) \right]}, \lambda = \frac{\nu - m - 1}{\nu - m}$$