

認知診断における複雑度指標の開発

尾崎 幸謙 データ科学研究系 助教

認知診断とは

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

約分の知識 分数の足し算の知識

属性(Attribute)=問題に正答するために必要となる知識のうちの一つ

Q matrix の例 (要素は q_{jk})

Attribute	1	2	3
Item 1	1	1	0
Item 2	0	1	0
Item 3	1	0	0
Item 4	0	0	1
Item 5	1	1	1

受験者1は項目3のみに正答するだろう。
 受験者2は項目1, 2, 3に正答するだろう。

knowledge state ベクトル (α) の例 (要素は α_{ik})

	Attribute	1	2	3
Examinee 1(α_1)		1	0	0
Examinee 2(α_2)		1	1	0
Examinee 3(α_3)		0	1	0
Examinee 4(α_4)		1	1	1
Examinee 5(α_5)		1	0	0

認知診断の目的は, knowledge stateベクトル α を推定することである。これにより, 受験者は「なぜ問題が解けないのか」が分かり, 教育者の効率的な指導が可能になる。

DINAモデルとは

$$\eta_{ij} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ik}^{q_{jk}}$$

項目iで必要とされているAttributeをすべて持っている場合に, 受験者jの $\eta_{ij}=1$ になる。1つでも持っていないならば, $\eta_{ij}=0$ になる。

Q matrixとknowledge stateの例において, 受験者1と受験者2の η は,
 $\eta_{11}=1^1*0^1*0^0=1$ $\eta_{21}=1^1*1^1*0^0=1$
 $\eta_{12}=1^0*0^1*0^0=0$ $\eta_{22}=1^0*1^1*0^0=1$
 $\eta_{13}=1^1*0^0*0^0=1$ $\eta_{23}=1^1*1^0*0^0=1$
 $\eta_{14}=1^0*0^0*0^1=0$ $\eta_{24}=1^0*1^0*0^1=0$
 $\eta_{15}=1^1*0^1*0^1=0$ $\eta_{25}=1^1*1^1*0^1=0$

$$P(Y_{ij} = 1 | \alpha_i) = (1 - s_j)^{\eta_{ij}} g_j^{1 - \eta_{ij}}$$

DINAモデル (α は受験者パラメタ, s と g は項目パラメタ)

α_i は受験者iのknowledge stateベクトル

s_j は項目jのslipパラメタ。項目jに正解するために必要なattributeをすべて持っているにも関わらず誤答する確率。

g_j は項目jのguessingパラメタ。項目jに正解するために必要なattributeのうちいくつかを持っていないにも関わらず正答する確率。

パラメタ推定には, 周辺最尤推定法やMCMCが使われる。

多肢選択問題のための, 多肢選択型DINAモデルもある(de la Torre, 2009; Ozaki, 2011)。

属性パターンの分類問題

各項目によって受験者集団は属性パターンによって構成される集合に分類される。

例えば, 属性数が3で α_1 と α_2 を必要とする項目がある場合には, 受験者集団は2つの集合のいずれかに分類される。

α_1	α_2	α_3
1	1	0

→ Patterns 1,2 or 1:(1,1,1), 2:(1,1,0)
 Patterns 3,4,5,6,7,8 3:(1,0,1), 4:(0,1,1), 5:(1,0,0), 6:(0,1,0), 7:(0,0,1), 8:(0,0,0)

α の推定精度は何によって決まるのか?

項目数, 属性数, 選択肢数などが候補となるが, 本研究ではそれらを統合的に捉えた「複雑度指標」を開発し, 「複雑度指標」の影響がより強いことをシミュレーション研究で確認する。

複雑度指標(CP Index)=B/A

A = (属性数の合計がKのとき)分類可能な属性パターンの総数。

B = (属性数の合計がKのとき)分析対象となっている項目によって分類可能な属性パターンの総数。

シミュレーションの概要・結果

属性数を3,4, 選択肢数を2,3,4, 項目数を6から15, 受験者数は1000とした。各組み合わせにおいて, Qmatrixを50個ランダムに作成して, 分析を行った。推定精度(真の α のcorrect recovery rate)とCP Index, B, 項目数, 選択肢数との相関を求めたところ, CP Indexとの相関が最も大きかった。CP Indexはデータがなくとも計算可能なので, この指標の値を推定精度の事前の目安とすることが可能であり, 認知診断テストを構成するときに役立つ指標であるといえる。

CP Index	B	項目数	選択肢数
0.813	0.374	0.506	0.352