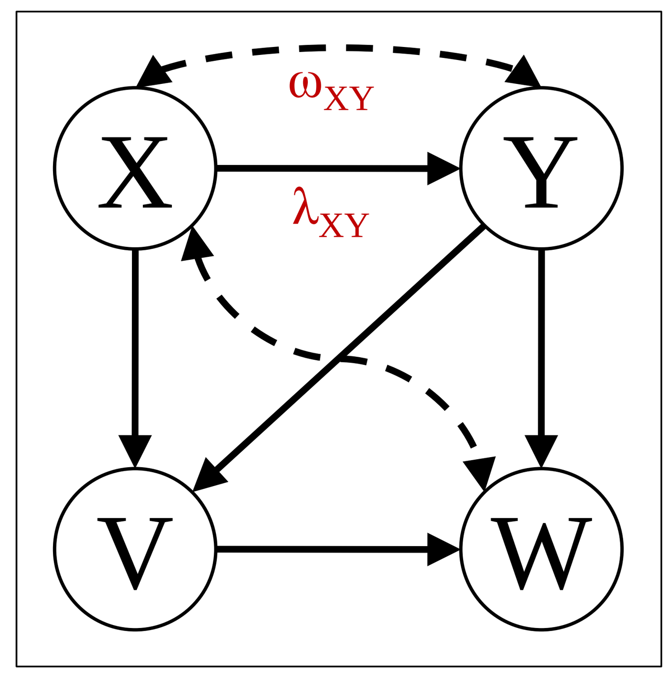
操作変数函数 (Generalized Instrumental Variable Function)

陳 希　　データ科学研究系 特任研究員

線形構造方程式モデル (Linear Structural Equation Models)



変数間の因果関係 (causal relationships) をパスダイアグラム (path diagram) を用いて表現

•一方向矢線と双方向矢線からなる非巡回的有向グラフ (directed acyclic graph)

X→Y: パラメータ λ_{XY} = XからYへの直接効果 (direct causal effect from X to Y)

X↔Y: パラメータ ω_{XY} = XとYの間の誤差相関 (correlation of error terms of X and Y)

•各変数Yと対応する矢線の集合 $\{X_1 \to Y, \ldots, X_n \to Y\}$ に対して，線形構造方程式は

$Y = \lambda_{X_1Y} X_1 + \ldots + \lambda_{X_nY} X_n + \varepsilon_Y$ と表現

因果効果の推定 (Identification of causal effects)

σ = 共分散 (covariance) が与えられた時，τ_{XY} = XからYへの総合効果 (total effect from X to Y) を推定

操作変数 (Instrumental variable) [Brito and Pearl 2002]

1.操作変数WはXとYの子孫ではない

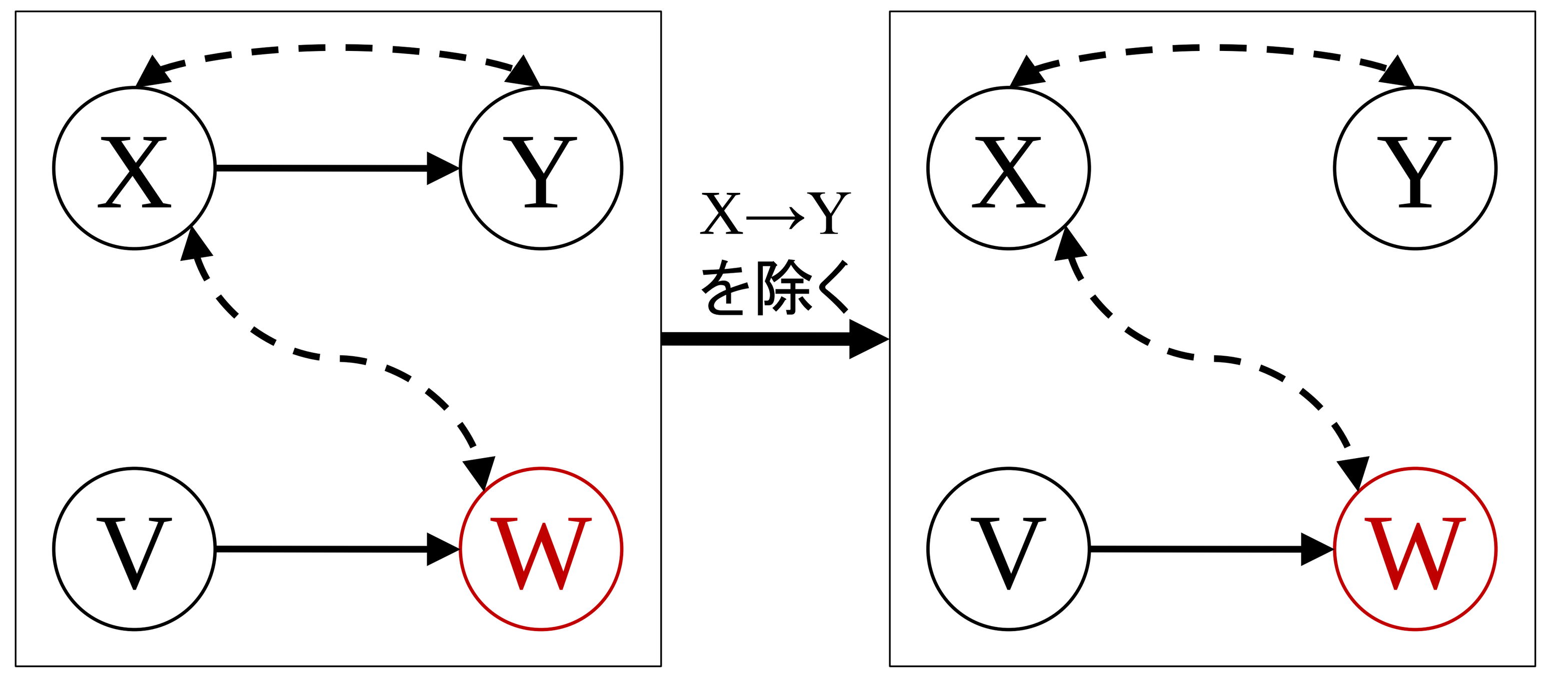
2.変数集合ZはXとYの子孫ではない

3.グラフGよりX →をすべて取り除いたグラフにおいて,

ZによってWとYは有向分離 (d-separated) されるが,

WとXは有向分離されない

方程式: $\tau_{XY} = \dfrac{\sigma_{WY|Z}}{\sigma_{WX|Z}}$



潜在的操作変数 (Path-specific instrumental variable) [Chan and Kuroki 2010]

1.潜在的操作変数WはXかYの子孫である

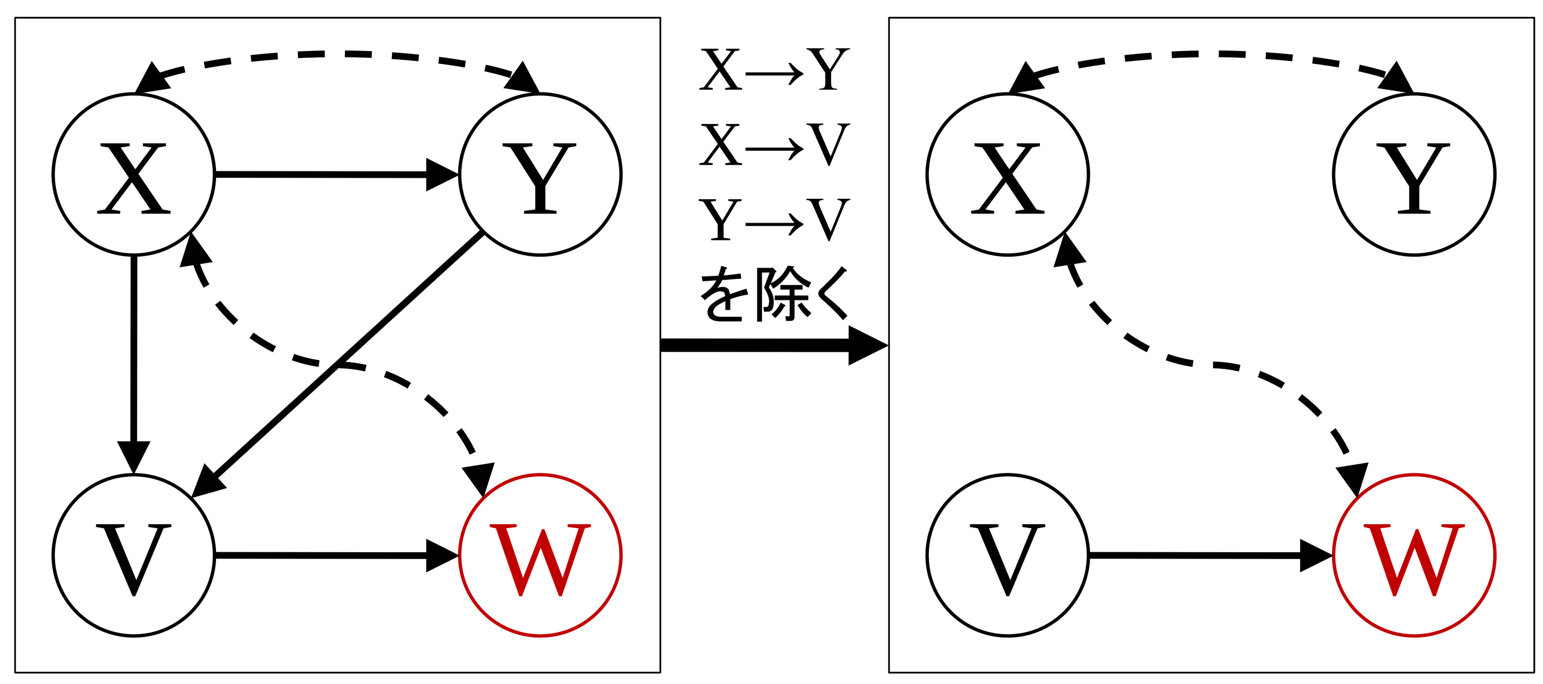
2.変数集合ZはXとYの子孫ではない

3.グラフGよりX→とY→をすべて取り除いたグラフにおいて,

ZによってWとYは有向分離されるが,

WとXは有向分離されない

方程式: $\tau_{XY} = \dfrac{\sigma_{WY|Z} - \tau_{YW}\sigma_{YY|Z} - \tau_{XW|Y}\sigma_{XY|Z}}{\sigma_{WX|Z} - \tau_{YW}\sigma_{XY|Z} - \tau_{XW|Y}\sigma_{XX|Z}}$

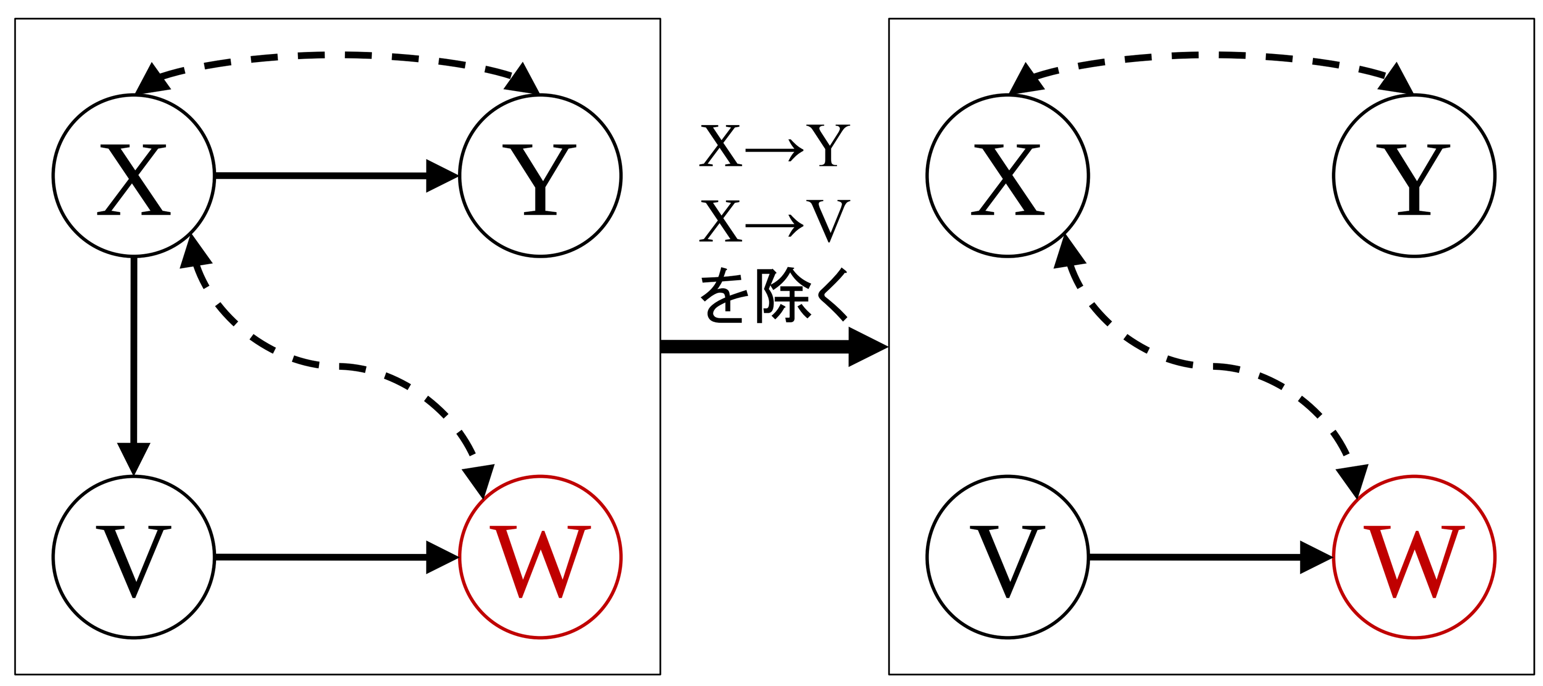


操作変数函数 (Generalized Instrumental Variable Function) [Chan and Kuroki 2011]

変数YとW，変数集合X⇒操作変数函数 $\upsilon(Y,W|X)$

$$\pi(V_i, V_j \mid V_k) = \sigma(V_i, V_j) - \sum_{V \in V_k} \sigma(V_i, V)\tau(V, V_j \mid V_k \setminus V)$$

$$\upsilon(Y, W \mid X) = \pi(Y, W \mid X \setminus W) - \sum_{V \in X \setminus Y} \pi(V, W \mid X \setminus W)\tau(V, Y \mid X \setminus V, Y)$$



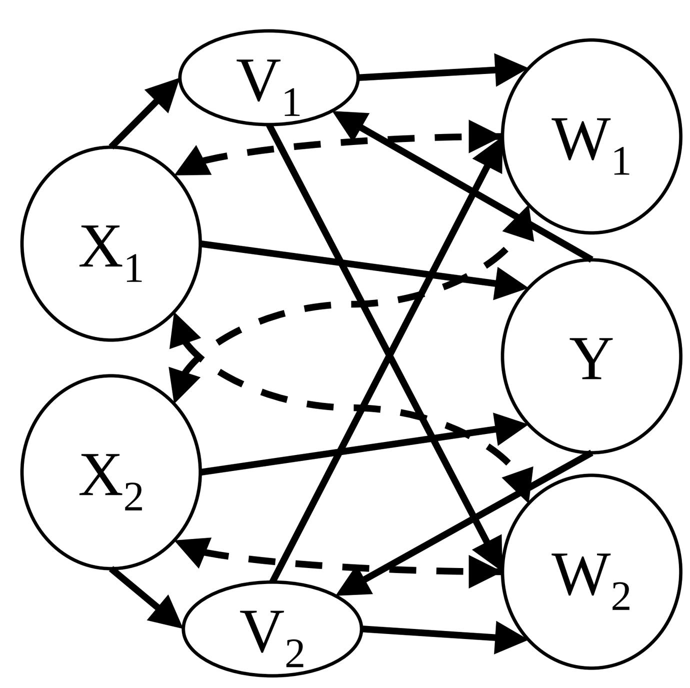
1. グラフGよりW↔Yではない⇒ $\upsilon(Y,W|Var(G))=0$
2. グラフGよりX→をすべて取り除いたグラフにおいて,

WとYは有向分離されるが⇒ $\upsilon(Y,W|X)=0$

操作変数方程式: $\tau_{XY} = \dfrac{\sigma_{WY|Z}}{\sigma_{WX|Z}} \Rightarrow \upsilon(Y, W \mid X \cup Z) = 0$

潜在的操作変数方程式:

$$\tau_{XY} = \frac{\sigma_{WY|Z} - \tau_{YW}\sigma_{YY|Z} - \tau_{XW|Y}\sigma_{XY|Z}}{\sigma_{WX|Z} - \tau_{YW}\sigma_{XY|Z} - \tau_{XW|Y}\sigma_{XX|Z}} \Rightarrow \upsilon(Y, W \mid X \cup Y \cup Z) = 0$$



操作変数函数 $\upsilon(Y,W|X)$を使って、因果効果の推定問題を解ける。方程式例: $\begin{cases} \upsilon(W_1, Y \mid X_1, X_2) = 0 \\ \upsilon(W_2, Y \mid X_1, X_2) = 0 \end{cases}$