

# 値幅制限を考慮した商品先物価格変動モデル

青木 義充 総合研究大学院大学 統計科学専攻 博士後期課程2年

## 【はじめに】

東京工業品取引所（東工取）では、相場が急激に変動することを防ぐために、値幅制限が導入されていた。値幅制限とは、前日の価格に対し一定金額を加減した制限値段により、1日の値動きの上限を定める制度である。日次の価格変動を評価する場合には、値幅制限を考慮せねばならない。打ち切られた事実を考慮しない場合、本来の価格変動の大きさが制限値段によって抑えられている事実を無視することになり、価格変動を過小評価することにつながるからである。そこで、値幅制限がなければ実現したであろう商品先物の価格を潜在価格として定義し、潜在価格の前日差に対して自己回帰モデルを適用する。なお、潜在価格は一部観測不可能であるため、データ補間を行う必要がある。そのため、自己回帰モデルの未知パラメタ推定とデータ補間を同時に行うアルゴリズムを提案する。

## 【モデル】

値幅制限がなかった場合に実現されるであろう商品先物の価格を潜在価格として定義する（両者の関係は図1-(a),(b)を参照のこと）。さらに、潜在価格の前日差に対し、自己回帰モデルを仮定する。具体的な定義は以下の通りである。

制限値段を  $L$  とし、時点  $t$  における商品先物価格を  $P(t)$ 、潜在価格を  $X(t)$  としたときに、

$$P(t) = X(t) \times I_{\{|X(t)-P(t-1)| < L\}}(t) + (P(t-1) + L) \times I_{\{X(t)-P(t-1) \geq L\}}(t) + (P(t-1) - L) \times I_{\{X(t)-P(t-1) \leq -L\}}(t)$$

$$\Delta X(t) = \sum_{k=1}^p \phi_k \Delta X(t-k) + \varepsilon(t), \quad \varepsilon(t) \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma_p^2), \quad t = 1, 2, \dots,$$

と定義する。ここで、 $\Delta X(t) = X(t) - X(t-1)$  である。また、 $I_A(t)$  は指示関数であり、 $t \in A$  の場合に値1をとり、それ以外の場合は0をとる。

## 【推定方法】

潜在価格の前日差  $\Delta X_t$  は一部観測不可能であるため、データ補間を行わねばならない。また、自己回帰モデルは  $\Delta X_t$  について適用しているため、未知パラメタの推定はデータ補間と同時に行う必要がある。以下に推定アルゴリズムの概略を示す。

はじめに、データ補間を行う。値幅制限に抵触した時点では、制限値段を超えたという条件のもとでサンプリングを行う。すなわち、ストップ

高であれば  $L$  以上、ストップ安であれば  $-L$  以下という条件のもとでの発生を行う。次に、 $\sigma_p^2$  の発生、 $\{\phi_j\}_{j=1}^p$  の発生を順次行う。上記を非常に大きな回数  $M$  まで繰り返したのち、はじめから十分大きな数  $N$  ( $N < M$ ) を除いた  $M - N$  個の平均値を推定値として採用する。

## 【結果】

商品先物価格と推定された潜在価格の推移について、2008年9月から11月末までの3ヶ月間の金先物を例にとり図2-(a),(b)に示した。図2-(b)の上下には当該期間の値幅制限の上下限である  $\pm 150$  円に水準線を引いている。この期間では、計6回のストップ高/安が起きている。ストップ高が起きた場合には、本来であれば上昇し続けるであろう価格が値幅制限により上昇幅を抑えられている。そのため、抑えられた上昇傾向が翌日の価格変動にも反映されると考えられる。一方で、値幅制限がない場合には、本来の上昇傾向が制限されることなく価格変動に反映される。したがって、ストップ高の翌日の価格変動には前日までの影響が残りにくいことが予想される。この期間における価格差に対して、データ補間を行わずに自己回帰モデルを当てはめた場合、次数は1であり  $\phi = 0.1646$  であった。一方で、データ補間と同時に推定した場合は  $\hat{\phi} = 0.0421$  であった。

商品先物を保有した場合における損益分布に対して、値幅制限が与える影響について図3-(a)~(d)にまとめた。この期間の制限値段幅は150円である。1日間の保有では、図3-(a)では制限値段幅の上下限で損益が切断されており、値幅制限の影響が大きく表れていることが分かる。一方、5日間（1週間に相当）の保有では、図3-(b),(d)では損益分布に大きな差異はなく、値幅制限の影響が薄れていると考えられる。

## 【今後の課題】

今後の課題として、2点述べたい。

はじめに、新制度への対応が考えられる。東工取では、2009年5月より値幅制限に代わりCB制度が導入されている。CB制度においても1日における価格変動の最大幅が予め定められているため、潜在価格を用いたモデルの適用が可能と考える。

次に、商品先物以外の資産への応用が考えられる。東京証券取引所に上場されている株式においても、1日の価格変動に対して値幅制限が課されている。また、大阪証券取引所に上場されている株価指数先物でもCB制度が採用されている。このように、他の資産においても同様の制度が導入されているため、価格の打ち切りを考慮したモデル化が必要と考える。

## 【図】

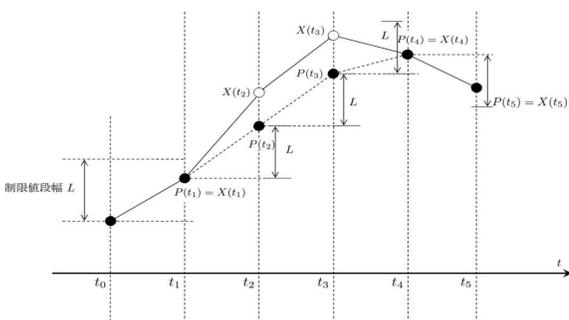


図1-(a) 商品先物価格と潜在価格の関係

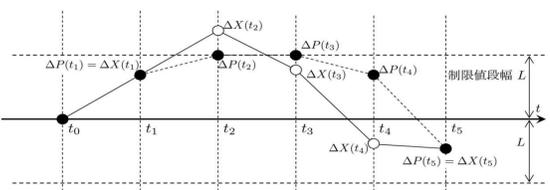


図1-(b) 商品先物価格の前日差と潜在価格の前日差の関係

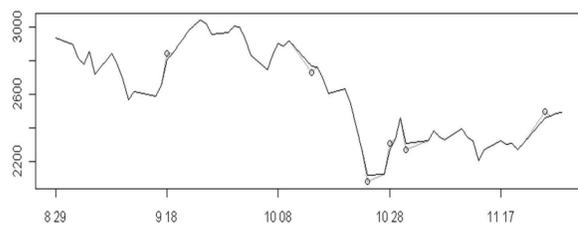


図2-(a) 金の先物価格と推定した潜在価格

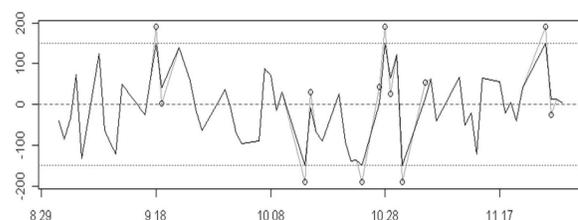


図2-(b) 先物価格の前日差と潜在価格の前日差

上段：値幅制限下で商品先物を保有した場合の損益分布

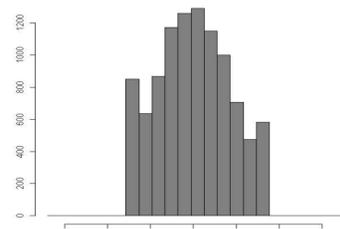


図3-(a) 1日間の保有

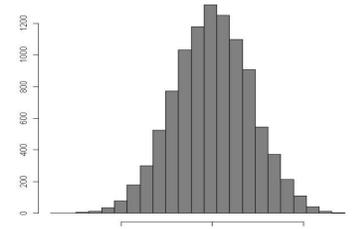


図3-(b) 5日間の保有

下段：値幅制限がない場合での損益分布

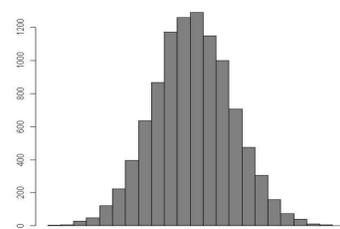


図3-(c) 1日間の保有

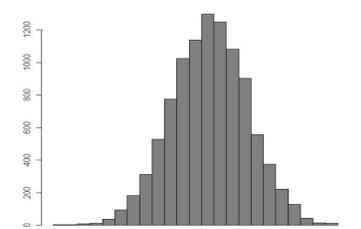


図3-(d) 5日間の保有