

### 研究テーマの概要

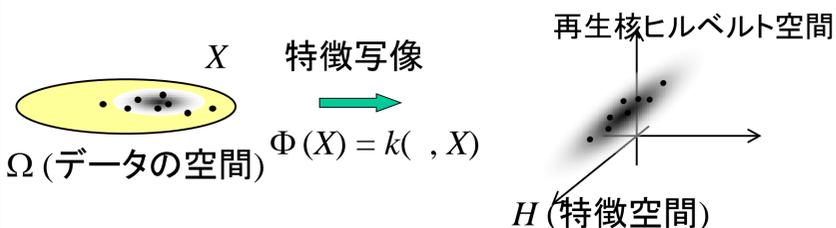
#### 新しい統計的推論の方法と計算に関する数理と応用

- ◆ カーネル法の理論と応用. → (A)  
正定値カーネルと再生核ヒルベルト空間を用いた新しい統計的推論の方法とその応用に関する研究
- ◆ 計算アルゴリズムの幾何学的研究. → (B)  
確率計算アルゴリズムのグラフ理論的, 幾何学的研究

#### (A) カーネル法の理論と応用

##### ■ カーネル法

データの非線形性, 高次モーメントを取り込むための新しい方法論. 効率的な計算を重視



特徴空間上で線形の解析手法を適用

→ 線形手法の非線形化

カーネル主成分分析, カーネル判別分析  
サポートベクターマシン

カーネルトリック: 特徴空間での内積計算が容易

$$\langle \Phi(x), \Phi(y) \rangle = k(x, y) \quad \dots \quad \text{正定値カーネル}$$

##### ■ カーネル法の新展開

再生核ヒルベルト空間への分布の埋め込みにより,  
**正定値カーネルを用いた独自の統計的推論の基礎理論と方法論を構築**

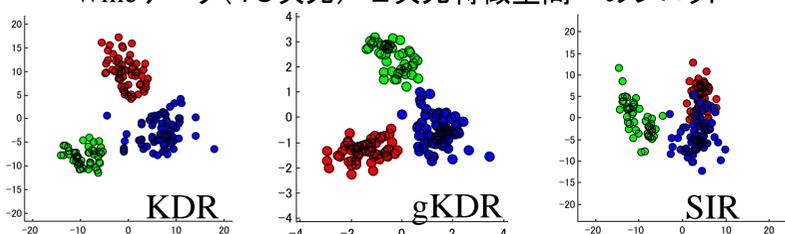
さまざまな応用:

- ・ 次元削減
- ・ カーネルを用いた(条件付)独立性尺度
- ・ ベイズルールカーネル化

##### ■ 応用1: 回帰における次元削減 - カーネル次元削減法 強い仮定が不要な汎用性の高い次元削減法

- ・ カーネル次元削減法(KDR): 条件付独立性に基づく  
(Fukumizu, Bach, Jordan *JMLR* 2004, *Ann. Stat* 2009)
- ・ Gradient-based method (gKDR):  
回帰関数の勾配のカーネル推定量に基づく.  
(Fukumizu, Leng 2011 *Submitted.*)

Wineデータ(13次元) 2次元特徴空間へのプロット



##### ■ 応用2: ベイズルールカーネル化

ベイズルール: ベイズ推論の基本原則

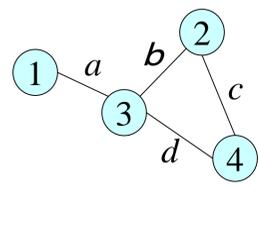
$$q(x|y) = \frac{p(y|x)\pi(x)}{\int p(y|x)\pi(x)dx}$$

- ・ カーネル化: 事前確率  $\pi$  と条件付確率  $p(y|x)$  のカーネル平均表現から, 事後確率のカーネル表現を行列計算により得る.
- ・ サンプルに基づくノンパラメトリックな汎用ベイズ計算法  
→ さまざまな応用  
(ノンパラメトリックHMM etc, infinite mixture etc)

#### (B) アルゴリズムの幾何学的研究

##### ■ 確率伝搬法の数理的研究

**確率伝搬法:** グラフにより定義された確率分布から, 周辺分布を効率的に求める繰り返しアルゴリズム



$$p(X) = \frac{1}{Z} \prod_{(a,b) \in E} \psi_{ab}(X_a, X_b),$$

$$p(X) = \psi_a(X_1, X_3) \psi_b(X_2, X_3) \times \psi_c(X_2, X_4) \psi_d(X_3, X_4)$$

問題: 周辺分布  $p(X_2)$  や事後確率  $p(X_2|X_4)$  等を求めたい.  
離散分布に対して, 変数の数に対して指数オーダーの計算  
確率伝搬法は, 効率的な(近似)計算アルゴリズム

木に対しては有限ステップで厳密な結果を与える.  
ループがある場合: 収束性, 近似精度など未解決.

##### 数学的, 幾何学的アプローチによる確率伝搬法の解明

- ◆ グラフゼータ関数からのアプローチ  
グラフ上で定義されるゼータ関数と, 確率伝搬法のダイナミクスとの密接な関係を明らかに.  
→ 収束解の一意性への応用  
(Watanabe Fukumizu, NIPS2009)

#### ともに研究してみませんか?

福水研究室では, 研究を共にする意欲的な学生・共同研究者を募集しています. 研究テーマは, 純粋な理論から応用的な課題まで幅広くあります. また, 独Max-Planck研究所, University College London, CMUなど世界の一流の研究機関と共同研究を推進しています.  
興味のある方は, fukumizu@ism.ac.jp までどうぞ.