

分離情報最尤法によるボラティリティ推定について

リスク解析戦略研究センター 金融・保険リスク研究グループ
准教授 佐藤 整尚

1 分離情報最尤法

1.1 高頻度観測金融データ

近年、金融データを使った分析の中で、高頻度データを用いるものが増えてきている。しかしながら、通常のカスタムな推定法で求めた分散、共分散ではバイアスが発生することが知られており、その一致推定量を求めることがこの分野で盛んに研究されてきている。そのような中で新たに開発された分離情報最尤法 (SIML) を用いた推定法を紹介し、その性質に関して議論していく。さらに、非常に広範囲な応用可能性についても紹介する。

1.2 推定方式

ここで紹介するSIMLはKunitomo=Sato(2008)で提案されたもので、概要は以下の通りである。まず、観測値 (行列) である Y には本源的な値 X に観測ノイズ V が加わっていると仮定し、以下のように Z に変換する。

$$Z = h^{-1/2} P C^{-1} (Y - Y_0)$$

$$P = (p_{jk}), p_{jk} = \sqrt{\frac{2}{n+1/2}} \cos \left[\pi \frac{(k-1/2)(j-1/2)}{n+1/2} \right]$$

$$C^{-1} = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & \ddots & -1 & 1 \end{array} \right) \Bigg\} n$$

そして、求めたい X の分散・共分散行列は

$$\hat{\Sigma}_x = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m z_k z_k', \quad m = O(n^\alpha), \quad Z = (z_k')$$

として求められる。

2 シミュレーション結果（ロバストな相関）

2つの価格系列が以下のような関係を持つとする。

$$x_{1t} = x_{1t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$x_{2t} = x_{2t-1} + \varepsilon_{2t}$$

$$\varepsilon_{1t} = \begin{cases} a\varepsilon_{2t+1} + u_t & (p) \\ a\varepsilon_{2t-1} + u_t & (1-p) \end{cases}$$

$$u_t \perp \varepsilon_{2t}$$

これに対して、SIMLで相関を求めた結果は

n= 5000							
	sgx	sgv	cor		sgx	sgv	cor
true-val	5.00E-05	5.00E-08	0.7		5.00E-05	0	0.7
	corx	corv	H-cor		corx	corv	H-cor
mean	0.557689	-0.03192	1.39E-05		0.559495	-0.56034	6.76E-05
SD	0.128291	0.03269	0.016859		0.1294	0.022816	0.016209
	sgx	sgv	cor		sgx	sgv	cor
true-val	5.00E-05	5.00E-08	0.1		5.00E-05	0	0.1
	corx	corv	H-cor		corx	corv	H-cor
mean	0.076855	-0.00305	2.63E-04		0.081966	-0.08038	-2.05E-04
SD	0.177555	0.033668	0.017044		0.177589	0.031617	0.013372

(Nsim=1000, $\alpha=0.4$)

corx:SIMLによる相関, H-cor: 通常の相関係数

となり、通常の同時相関では検出されない相関関係がSIMLでは検出できることがわかった。今後、さらにその性質を調べ、金融分野だけではなく、マクロ経済変数にも応用していきたい。

参考文献

Kunitomo, N. and Sato, S. (2008), Separating Information Maximum Likelihood Estimation of Realized Volatility and Covariance with Micro-Market Noise, CIRJE Discussion Papers, CIRJE-F-581, University of Tokyo.