位相応答曲線の統計モデルに対する推定手法

総合研究大学院大学　統計科学専攻
博士課程　　中江　健

1　問題提起

近年、神経科学などの分野でニューロンなどの周期的な特性を知るため、位相応答曲線と呼ばれる物理量を測定することが多くなっている。図 1 左上の黒い点は位相応答を測定する実験において得られるデータの例である。このデータから周期が $[0, 2\pi]$ の位相応答曲線を推定するのが本研究の目的である。従来はこの様なデータに対して通常の回帰曲線の枠組みを用いて位相応答曲線を推定してきた。しかし、データをみれば分かるが実際のデータは横軸が 2π 以上にも存在しており通常の回帰の枠組みとは一致しないことが分かる。過去 2 年間の研究によってこのデータは以下の統計モデルによってうまく表現されることが分かった。

$$x_i = \frac{\phi_i}{1-\delta_i} \tag{1.1}$$

$$y_i = \frac{1}{1-\delta_i}(Z(\phi_i) - 2\pi\delta_i + \varepsilon_i) \qquad \varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \tag{1.2}$$

この時、$\{(x_i, y_i)\}$ はデータであり、$Z(\phi)$ は位相応答曲線、ϕ_i はデータの真の横軸の座標、δ_i は以下の関係式を満たす。

$$\delta_i = \frac{T - T_i}{T_i} \tag{1.3}$$

ただし、ここで T は周期の平均値、T_i は周期の確率変数から得られる実現値である。

このモデルに対して適当な事前分布を仮定し、単純なマルコフ連鎖モンテカルロ法を適用したがうまく推定をすることができなかった。そのため、より強力なレプリカ交換モンテカルロ法を利用したところ何とか推定することができるようになった。しかし、サンプル数が 100 程度の問題でも、現在の ISM の最新のスーパーコンピュータ (ismrx) で 32CPU の並列計算を行い 3 時間程度の時間がかかってしまう。これは単純な回帰の問題が 1CPU で 1 秒未満でとけるのとは対照的である。確かに、提案モデルに基づく現在の手法は推定の精度が上がるものの、そのための計算コストは莫大であり、精度の改善に見合ったものかどうかは微妙な問題である。

本研究では、この問題を解決するために上記の統計モデルに対してより効率的な推定手法の提案を行う。

2　変換による問題の簡単化と一般化線形モデルへの帰着

基本的なアイデアは以下のものである。データ (図 1 左上) を変換することでノイズが縦軸方向のみに加わるようにし、変換後のデータから曲線を推定する (図 1 右上)。そしてその曲線に対して逆変換を行うことで元の関数 $Z(\phi)$ の推定値とする (図 1 下)。

具体的な変換 ψ は以下の式で表される。

$$\psi(x, y) = \left(\frac{2\pi x}{2\pi - y}, y\right) \tag{2.1}$$

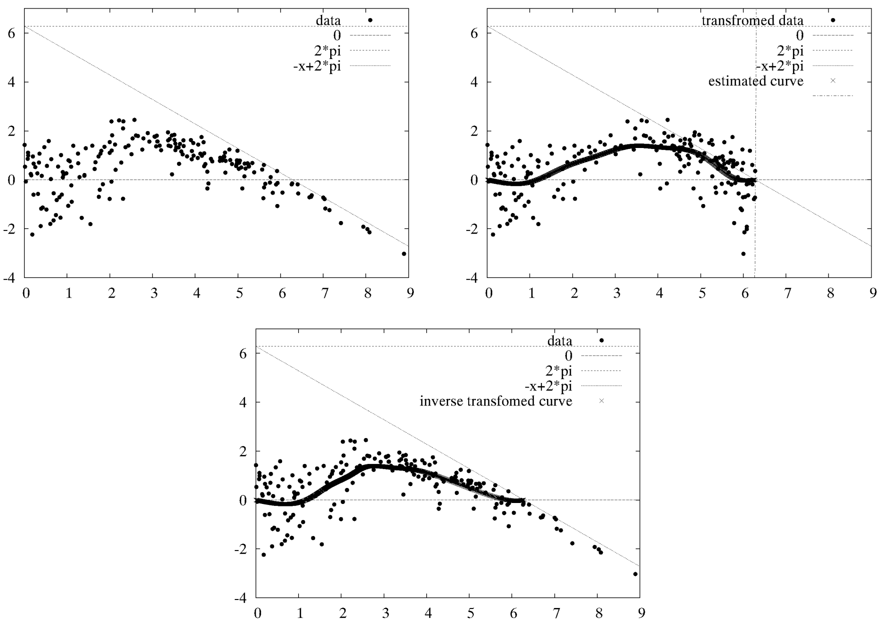

図 1: 左上：位相応答実験から得られるデータ (黒い点)、右上：変換後のデータ (黒い点) と推定曲線 (黒い線)、下：逆変換された推定曲線 (黒い線)

また、T_i の分布にガンマ分布を仮定し、統計モデルをこの変換に代入すると誤差の分布がガンマ分布である一般化線形モデルの回帰に完全に帰着することが分かる。一般化線形モデルの推定は非常に効率的に行うことができるので、今までのレプリカ交換を用いた場合よりもはるかに効率的に推定できることが分かる。

しかしながら、通常の統計学における変換と違い、横軸と縦軸を混ぜてしまうような特殊な変換を行っているため変換前の位相応答曲線が周期関数の性質を満たしていたからといって変換後も周期関数であるという保証は存在しない。ポスター発表では、これらの問題点や解決策に付いて議論する予定である。