

統計科学に基づく工学の研究

池田 思朗 数理・推論研究系 准教授

2010年7月9日 統計数理研究所 オープンハウス

数理工学的研究

数理工学とは:数理的な手法により、工学の様々な問題を理解し解決する。

対象分野:通信理論、符号理論、信号処理、音声処理、脳の情報処理の理解、データ解析

用いる方法:情報幾何学、統計学、最適化など

以下ではこれまで行なったいくつかの例について説明する。

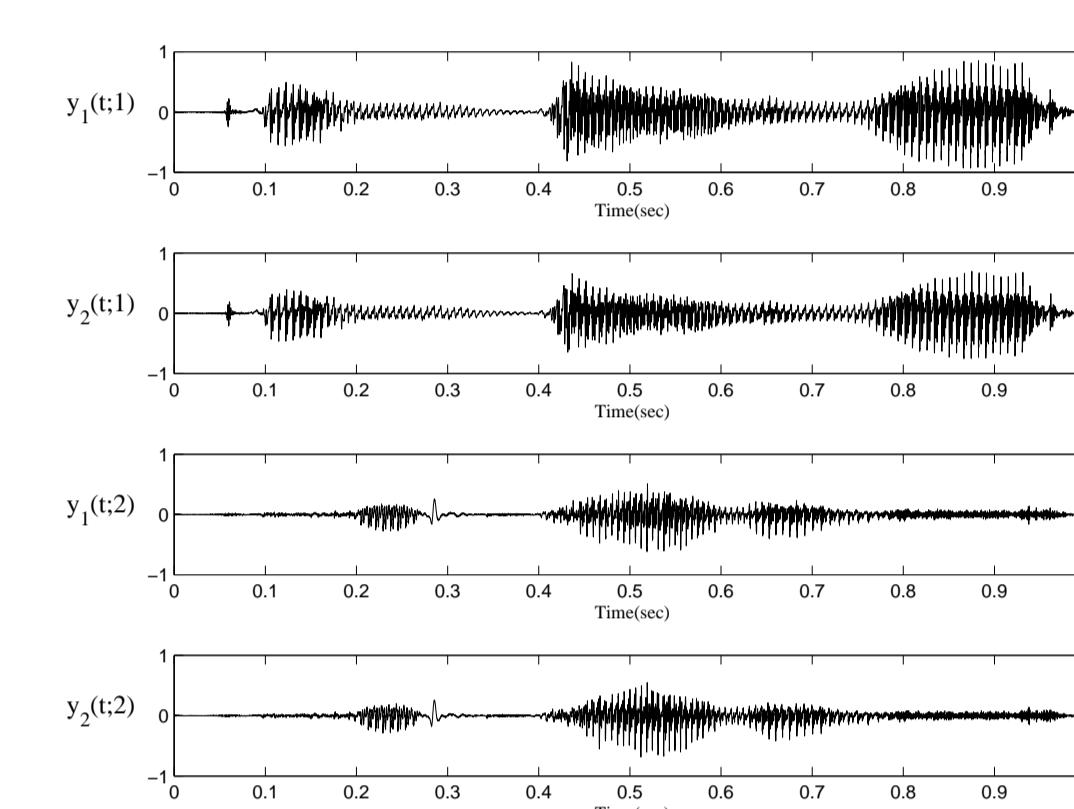
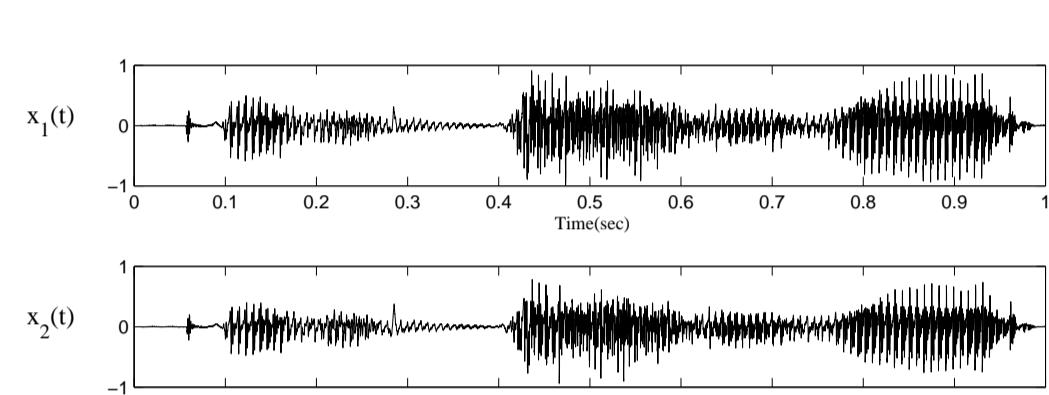
音声分離

観測音

$$\begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \end{pmatrix}$$

目的: 分離

$$\begin{pmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(t) & W_{12}(t) \\ W_{21}(t) & W_{22}(t) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{pmatrix}$$

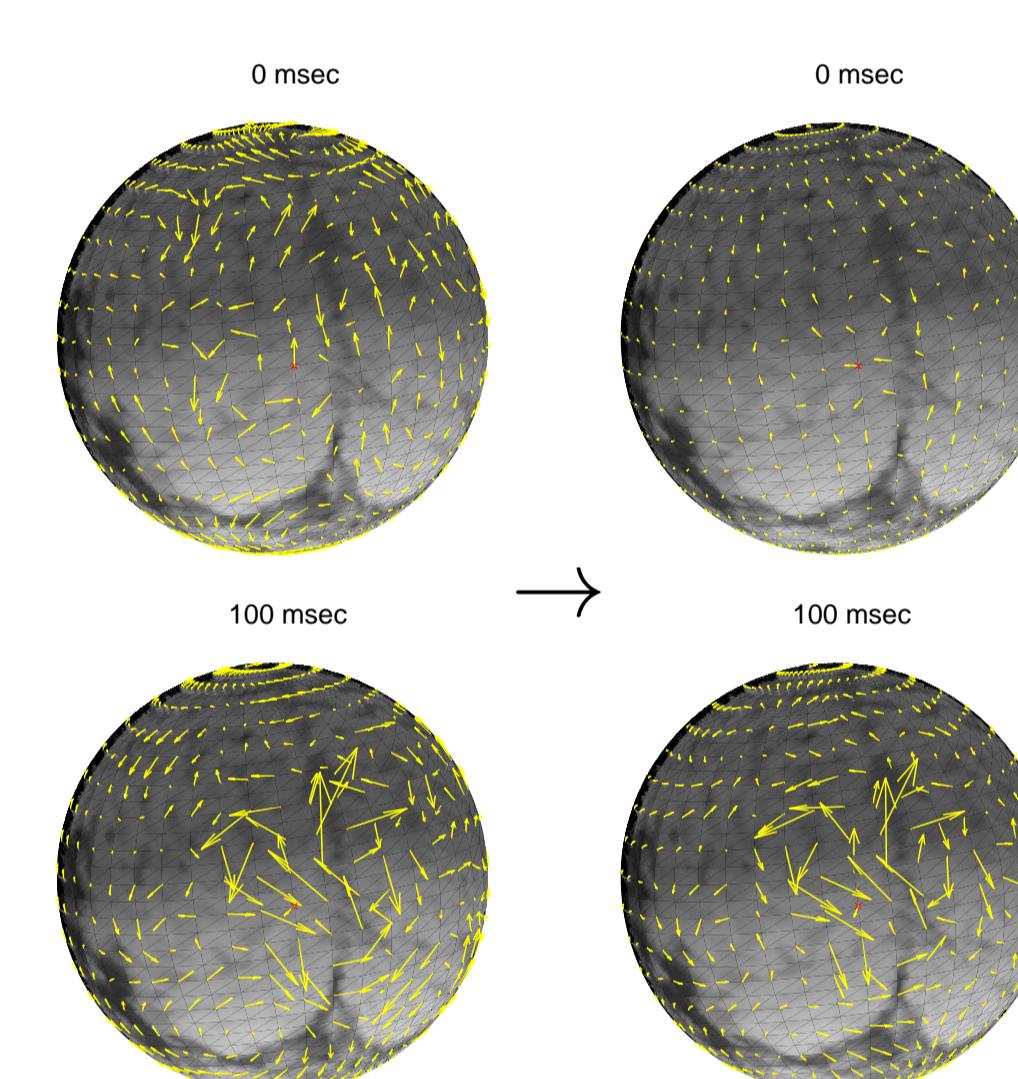
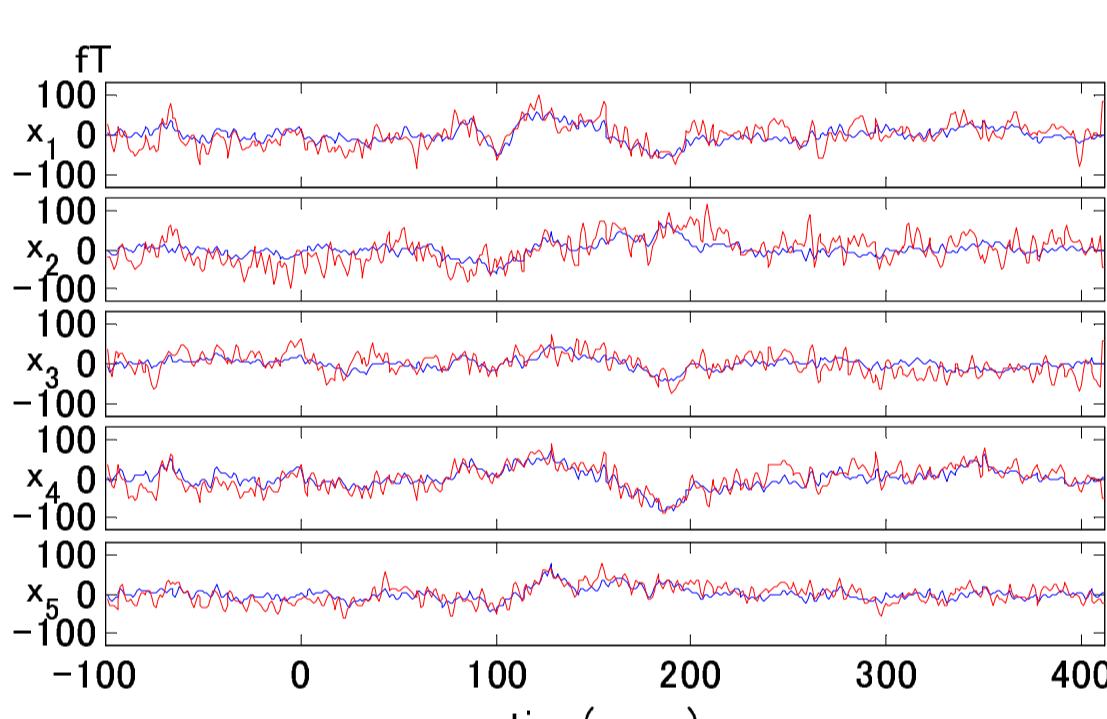


MEG データの解析

観測

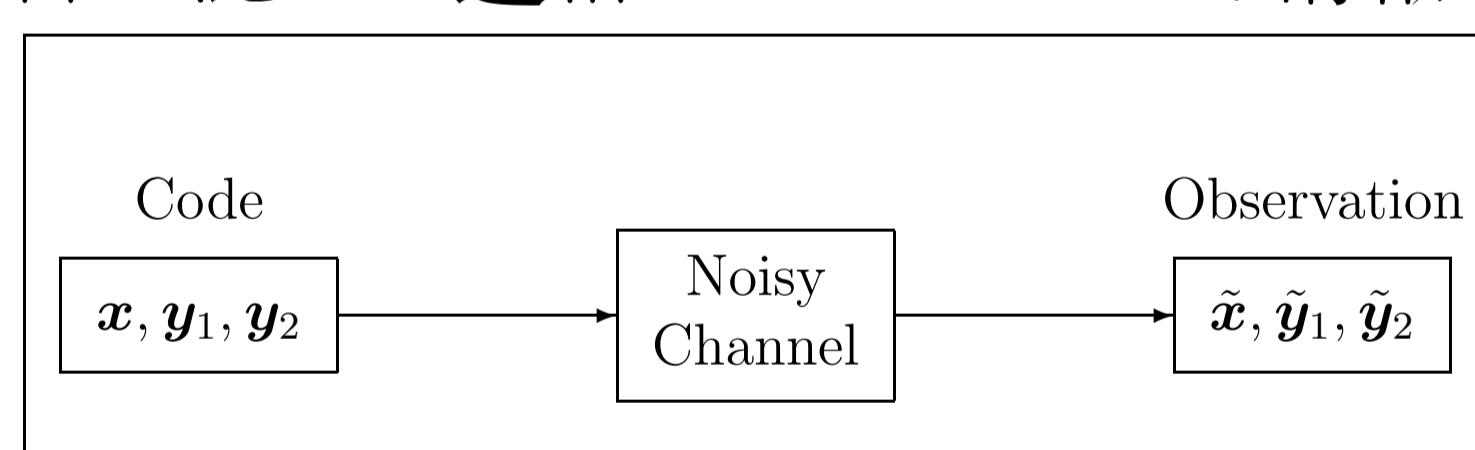
$$\mathbf{x}(t) = A\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$

目的: ノイズの低減



ターボ符号と LDPC 符号の情報幾何学的理解

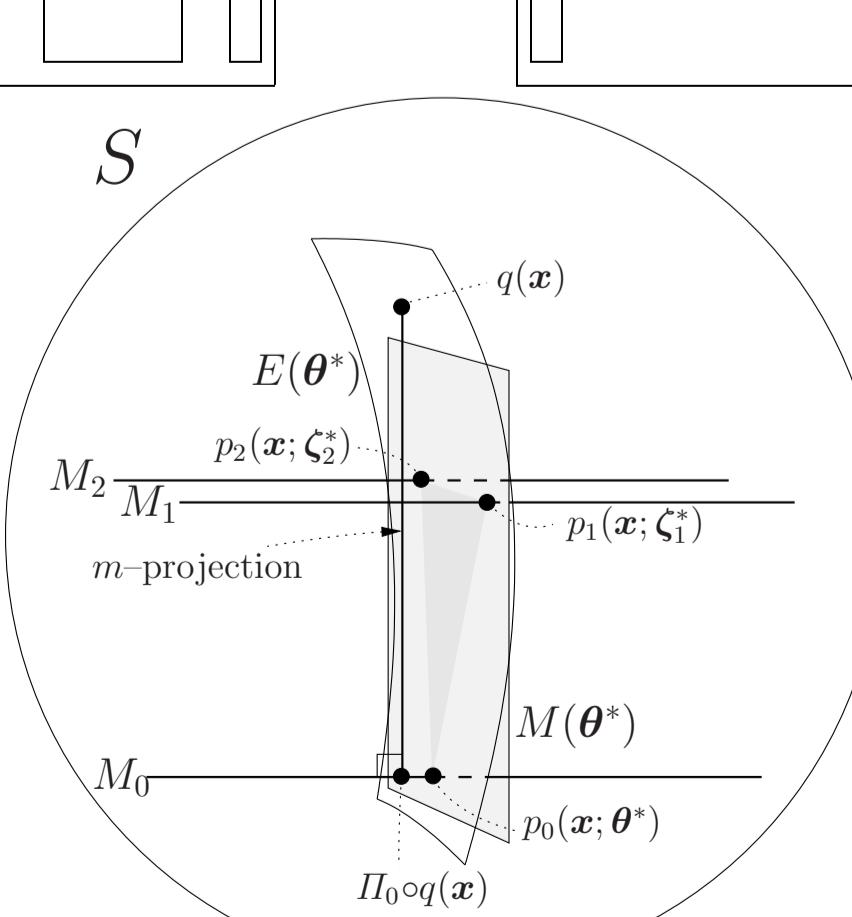
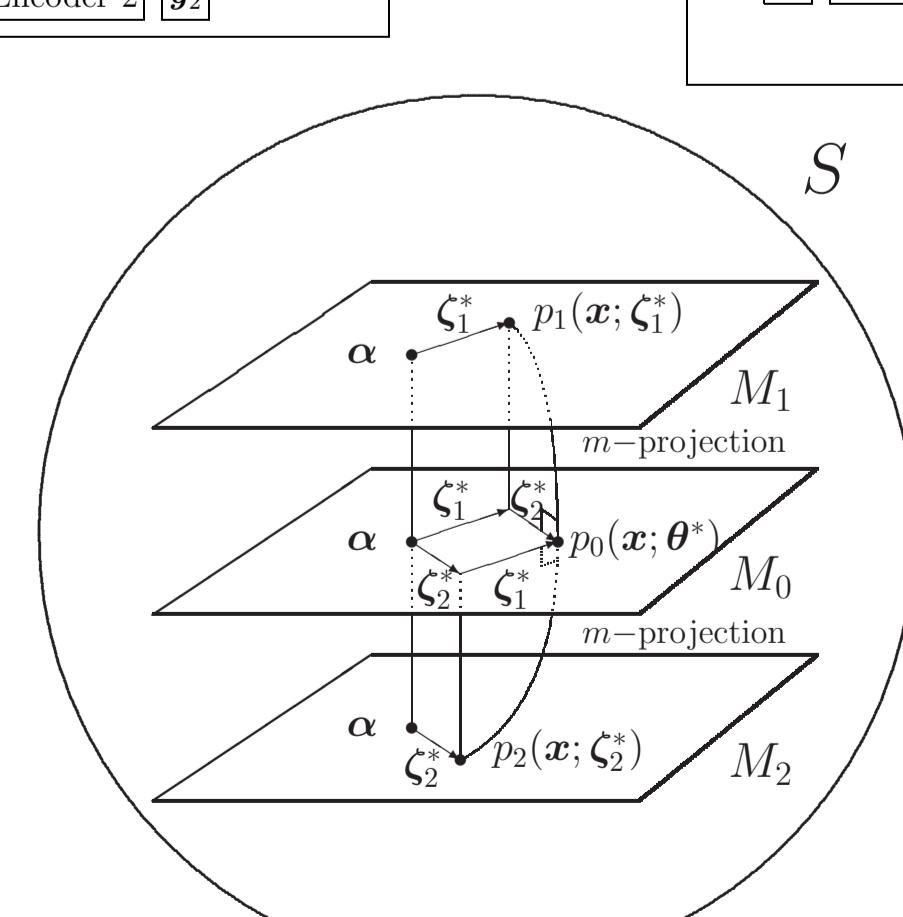
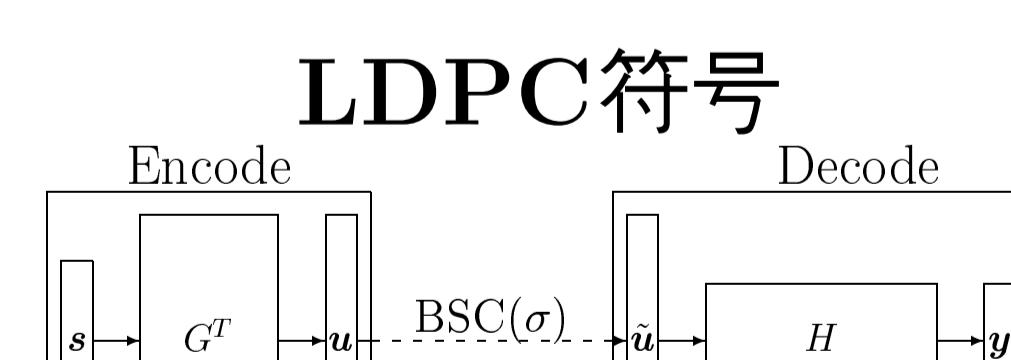
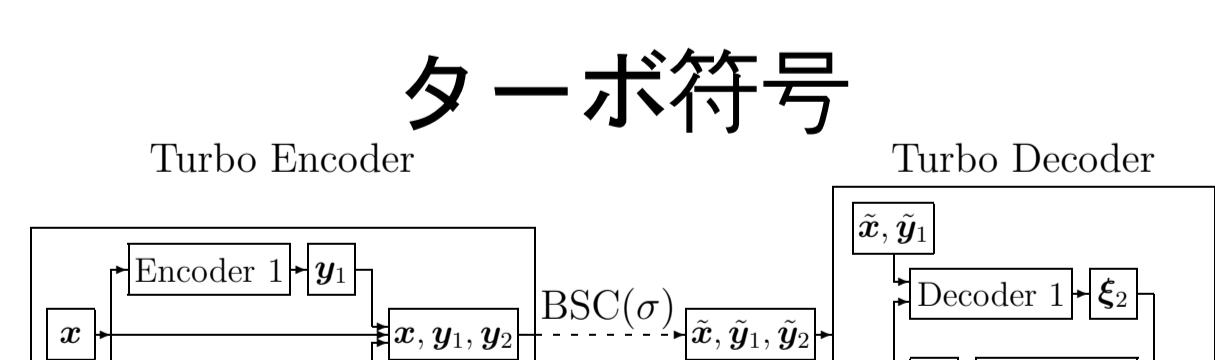
誤り訂正符号: 雑音の混ざる通信において正しく情報を送るための技術。



ターボ符号: 最新の携帯電話でも用いられている誤り訂正符号。

LDPC 符号: 同等の能力を持つ固定長の誤り訂正符号

ターボ符号やLDPC符号は復号に関して近似法となり、繰り返しアルゴリズムとなる。しかし、収束性や近似精度が明らかではない。情報幾何学的手法を用いて、収束性や近似精度を議論した。



脳における運動指令生成の方法について

腕がある点から別の点へ移動させるとき、どのような軌道を作るか。また、脳が腕を動かす運動指令をどのように生成するか。

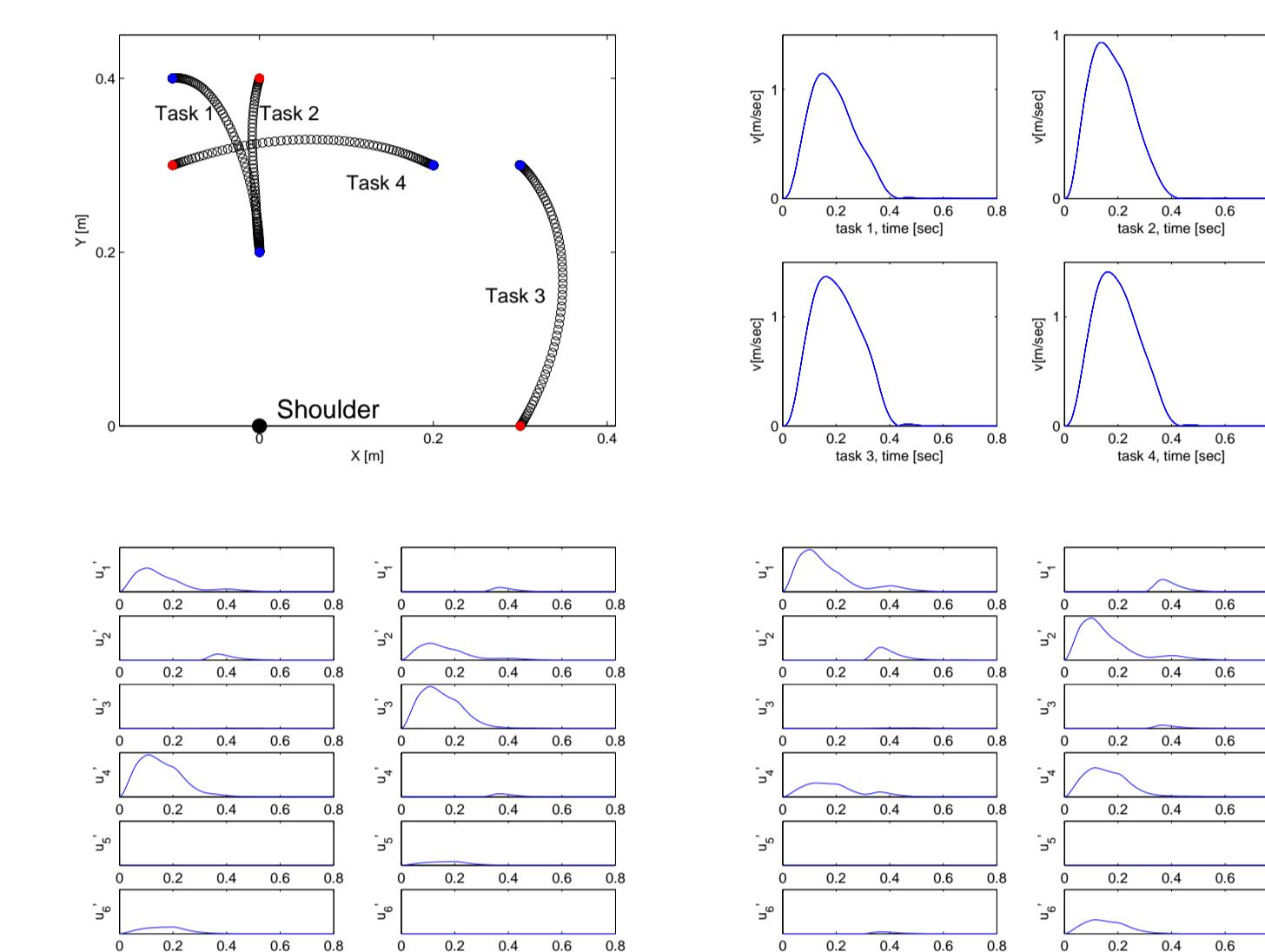


脳からの信号は基底関数の線形和で書けるとする

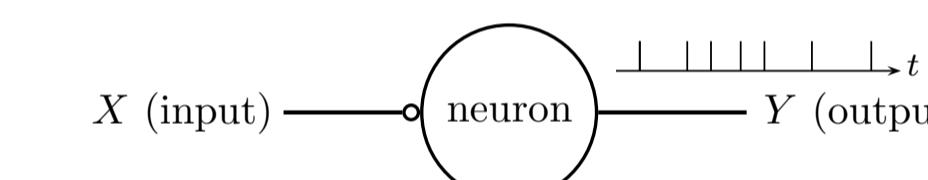
$$u_i(t) = \sum_j w_{ij} \phi_j(t), \quad w_{ij} \geq 0,$$

脳はできるだけ簡単な指令を生成すべく計算をすると仮定する

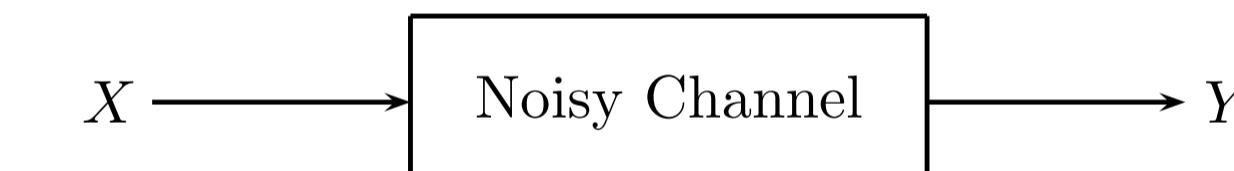
$$\begin{aligned} \text{Cost}(\mathbf{w}) &= \text{Error}(\mathbf{w}) + \text{Preference}(\mathbf{w}; \lambda_1, \lambda_2) \\ &= \frac{1}{T_s L} \sum_{l=0}^L |\boldsymbol{\theta}(t_l; \mathbf{w}) - \boldsymbol{\theta}_T|^2 + \lambda_1 \sum_{ijk} w_{ijk} + \lambda_2 \sum_{ijk} w_{ijk}^2 \\ \hat{\mathbf{w}} &= \underset{\mathbf{w}}{\operatorname{argmin}} \text{Cost}(\mathbf{w}). \end{aligned}$$



単一神経細胞が伝達できる通信路容量

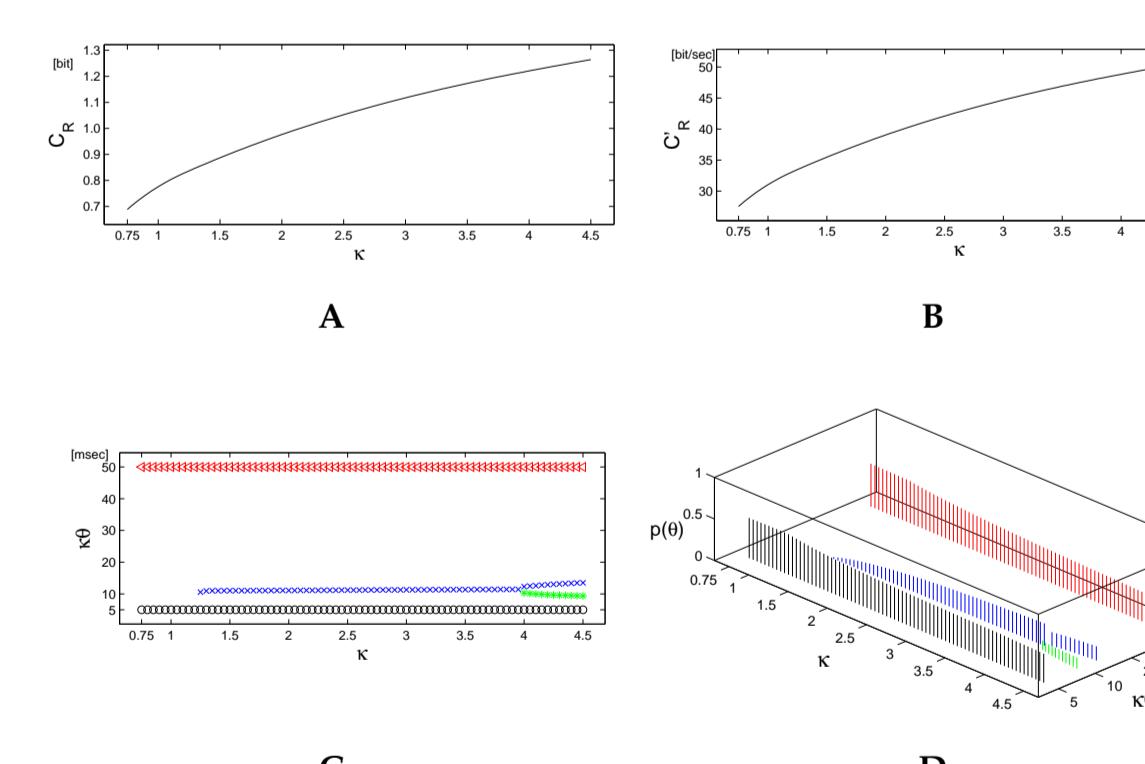
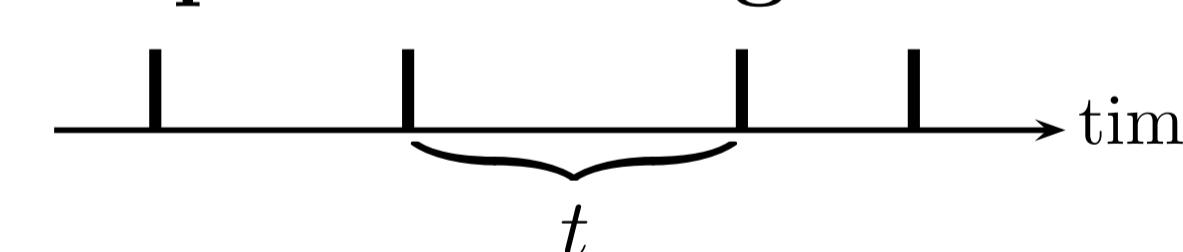


神経はスパイクというパルスで情報を伝達する。スパイクの間隔が情報を符号化しているが確率的に振舞う。したがって単位時間の伝達できる情報量には限界がある。通信路容量

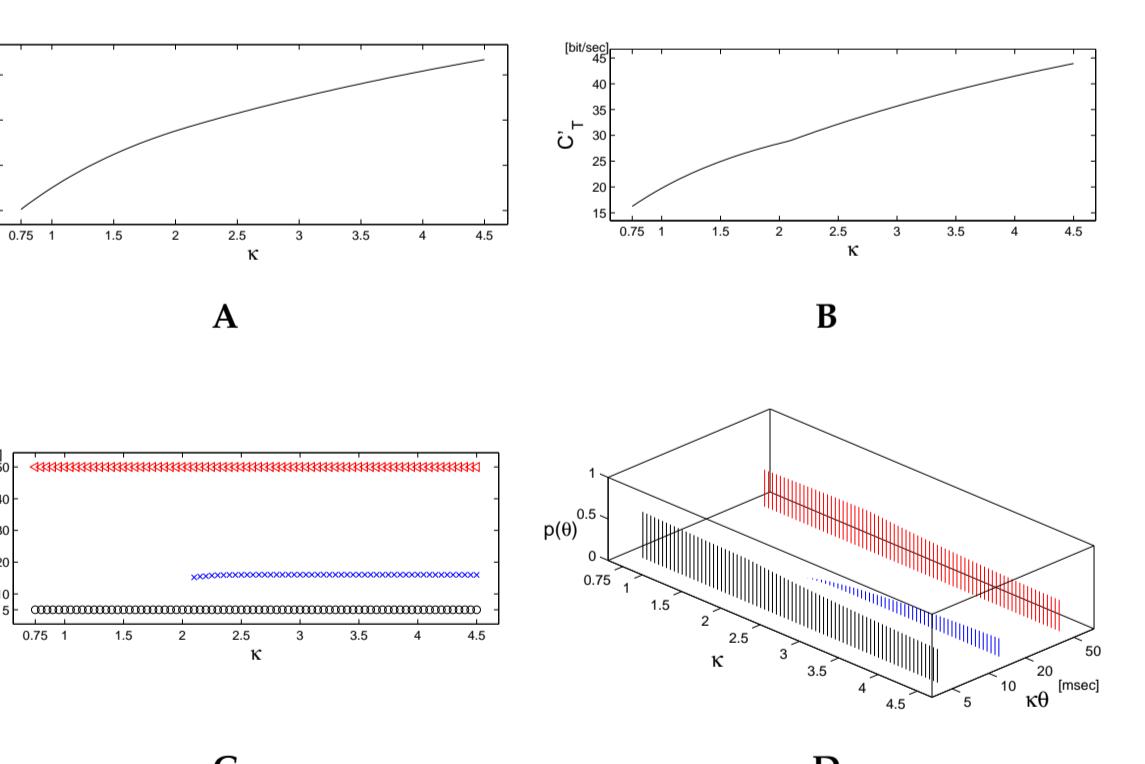
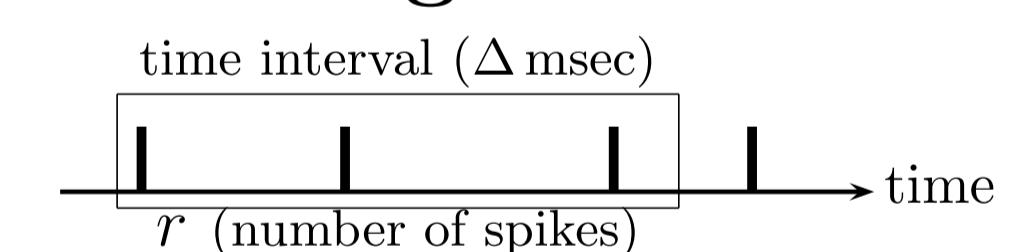


$$C = \sup_{p(x) \in \mathcal{P}} I(X; Y), \quad I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) \quad [\text{bit}].$$

Temporal Coding



Rate Coding



Rate codingに対する数値実験の結果
A: 通信路容量 C_T (bit per channel use).
B: 通信路容量 C'_T (bit per sec).
C と **D** はそれぞれの κ に対して通信路容量を達成する分布を示している。

Temporal codingに対する数値実験の結果
A: 通信路容量 C_T (bit per channel use).
B: 通信路容量 C'_T (bit per sec).
C と **D** はそれぞれの κ に対して通信路容量を達成する分布を示している。

その他の話題

- 衛星デジタル通信の移動体における受信システムの構築
- 多クラス判別の方法
- 単一タンパクの構造推定