

# 速度フーリエ記述子を用いた開曲線形状解析

田中 英希 新領域融合研究センター 融合プロジェクト 特任研究員

## 1 はじめに

細い管状器官や繊維状器官の形状は、開曲線形状とみなせば xyz座標の1次元系列として表せる。また、2次元画像における物体の外郭線の部分形状も開曲線として表される。このような開曲線形状を解析するために、ふさわしい開曲線形状の数値記述方法、速度フーリエ記述子(VFD)を提案し、これを用いた生物器官の部分形状の解析例を紹介する。

## 2 速度フーリエ記述子

### 2.1 定義

速度フーリエ記述子は、曲線に沿った最小エネルギー運動に対する速度関数のフーリエ係数の部分集合である。まず、弧長  $s$  で媒介変数表示された曲線  $r(s) = (x(s), y(s), z(s))$ ,  $s \in [0, l]$  が与えられているとする。ここで  $l$  は曲線の全長。まず以下のような実数値関数を定義する。

$$s^* = \operatorname{argmin}_{s \in F} \int_0^l \left\| \frac{d^2 r(s(t))}{dt^2} \right\|^2 dt.$$

ここで  $F$  は  $s(0) = 0$ ,  $s(l) = l$  かつ  $s'(0) = s'(l) = 0$  であるようなすべての実数値関数  $s$  の集合。 $s^*(t)$  は、曲線に沿った最小エネルギー運動の際の曲線上の始点からの弧長。速度フーリエ記述子を  $dr(s^*(t))/dt$  のxyz成分それぞれのフーリエ係数として定義する。適当な次数で打ちきられたフーリエ係数の部分集合を、曲線の特徴ベクトルとして解析に用いる。

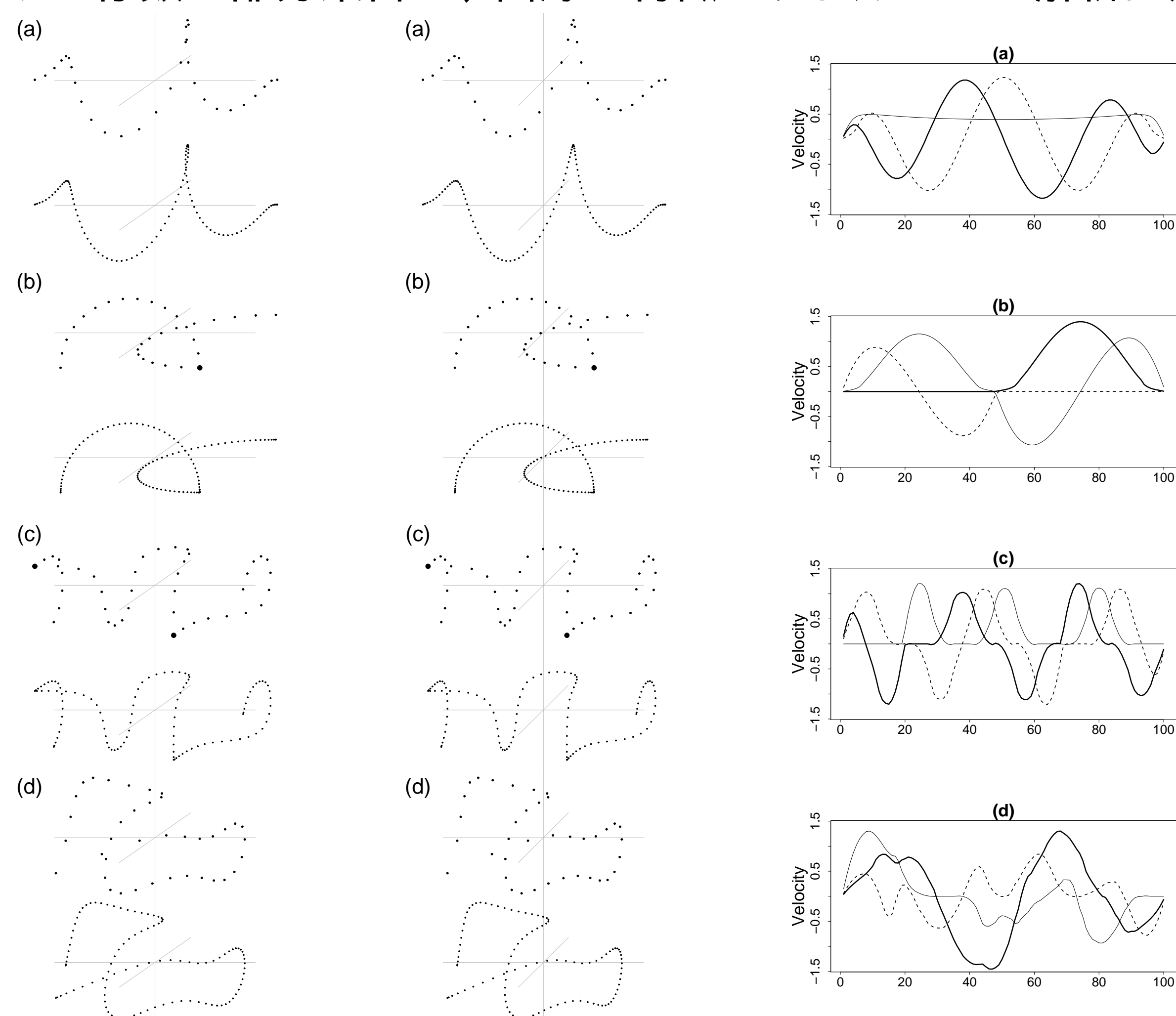


図1. 入力点列(左上)と、その3次スプライン曲線に沿った最小エネルギー運動における、等時間間隔の位置(左下)と速度の系列(右)。細線、太線、破線はそれぞれxyz成分。左2図は交差法で立体視できる。速度は連続な周期関数であり、フーリエ変換で低次元に情報を縮約できる。

### 2.2 性質

逆フーリエ変換で記述子から曲線形状を再構成可能。形の解析において注目する形状変動を視覚化し解釈できる。また、VFDは優れた次元縮約能力をもつ。元の曲線形状の情報が低次元VFDの部分集合の中に集約されている(図2)。VFDはスケール、並進に対し不変だが、回転については別に基準化する必要がある。

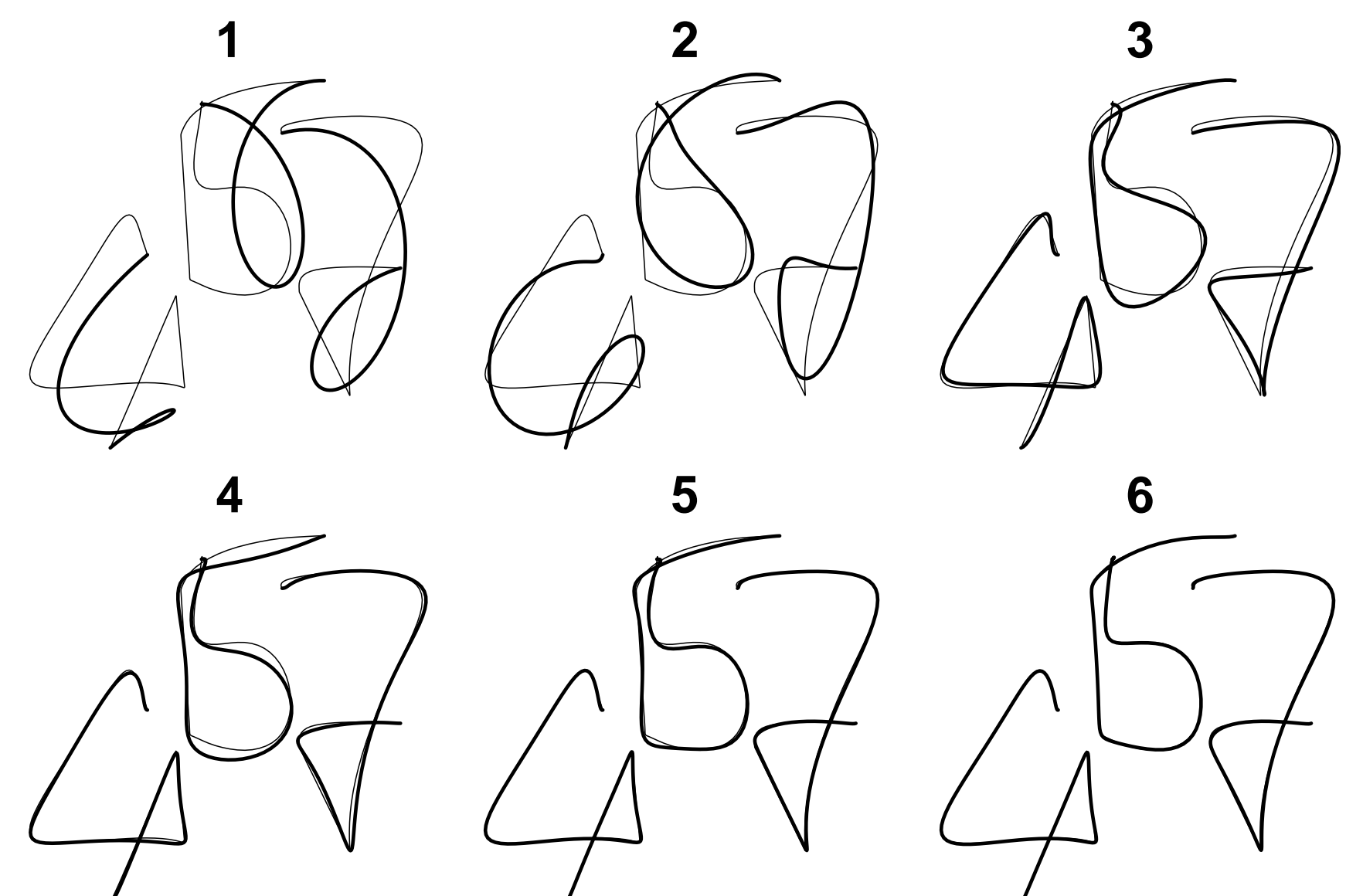


図2. 各次数(上の数字)で打ちきられたフーリエ係数の部分集合から再構成された曲線(太線)。細線は元の曲線。

## 3 マウス下顎骨の部分形状の遺伝解析

### 3.1 目的

関心部位における、特定の形状変動に対し、影響力のある遺伝子の探索、および遺伝子どうしの相互作用の解明。

## 3.2 データ

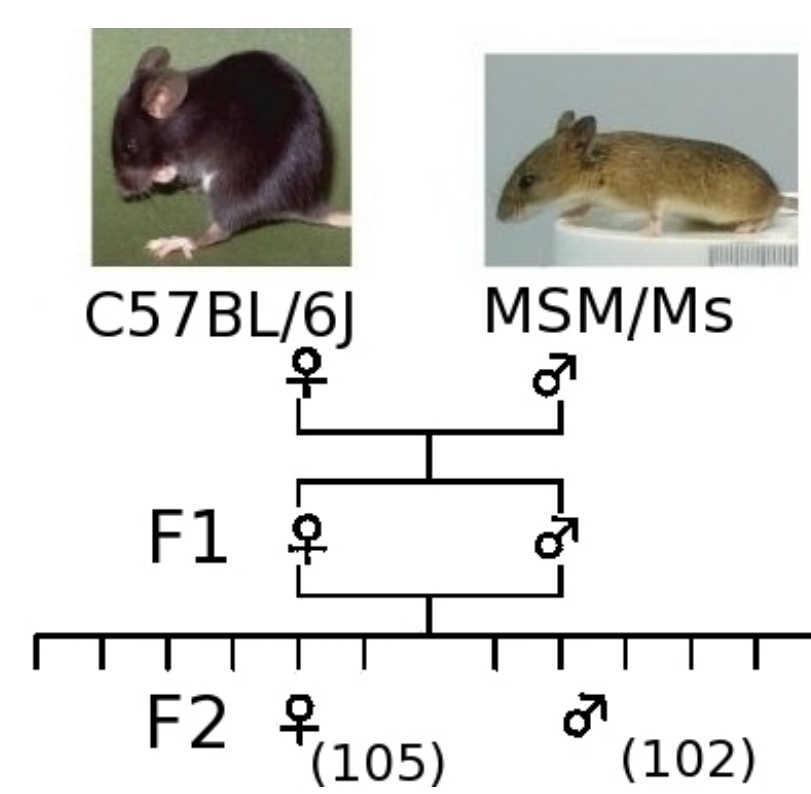


図3. 試料は2系統を起源とするF2世代207個体。



図5. マウス下顎骨(右側)の写真。

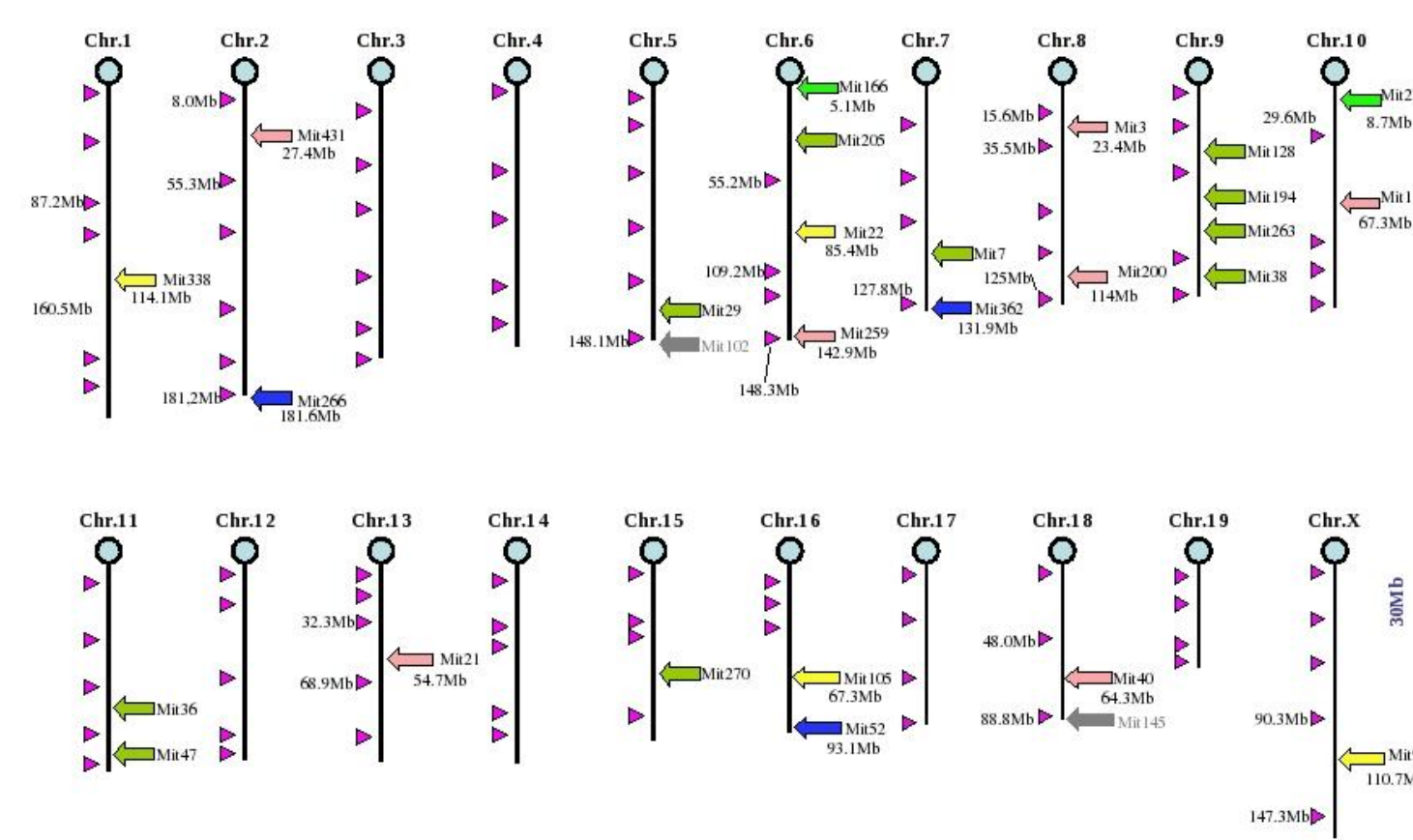


図4. 各個体について染色体上の特定の122箇所における遺伝型を調べた。

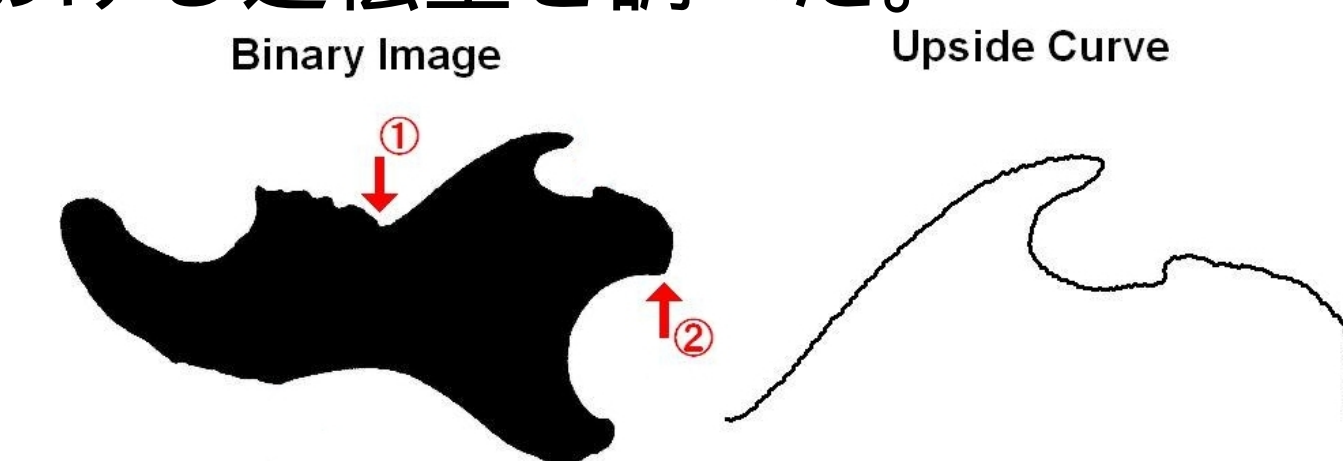


図6. 各個体について、関心部位を表す開曲線の抽出。これをフーリエ記述子で表した。

## 3.3 解析方法

まず全形状変動を主成分分析により独立な成分に分解し、それぞれの成分を視覚化し、関心のある形状変動成分を選び出す。次に、選び出された成分ごとに遺伝解析を行う。染色体上の位置の全てのペア(122x122個)について、2つの位置の遺伝型を用いて次の3つのやり方で(9グループまたは2グループに)グループ分けし、そのグループ分けの有意性を、分散分析で求めた。

	<Type 1>				<Type 2>				<Type 3>			
	locus 2				locus 2				locus 2			
	CC	CM	MM		CC	CM	MM		CC	CM	MM	
lo-	1	2	3		1	1	2		1	2	2	
cus	4	5	6		1	1	2		2	1	1	
1	7	8	9		2	2	2		2	1	1	

## 3.4 結果

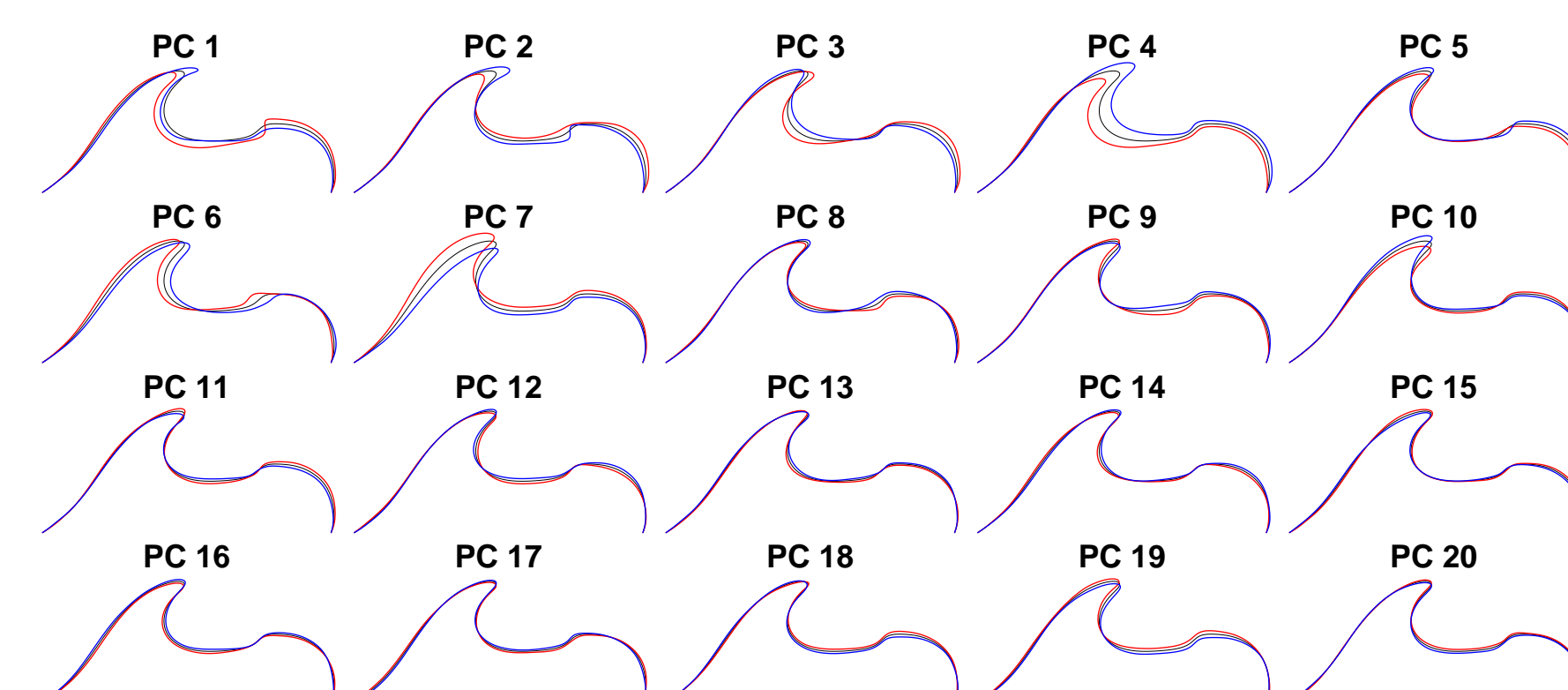


図7. 主成分分析の結果の視覚化。

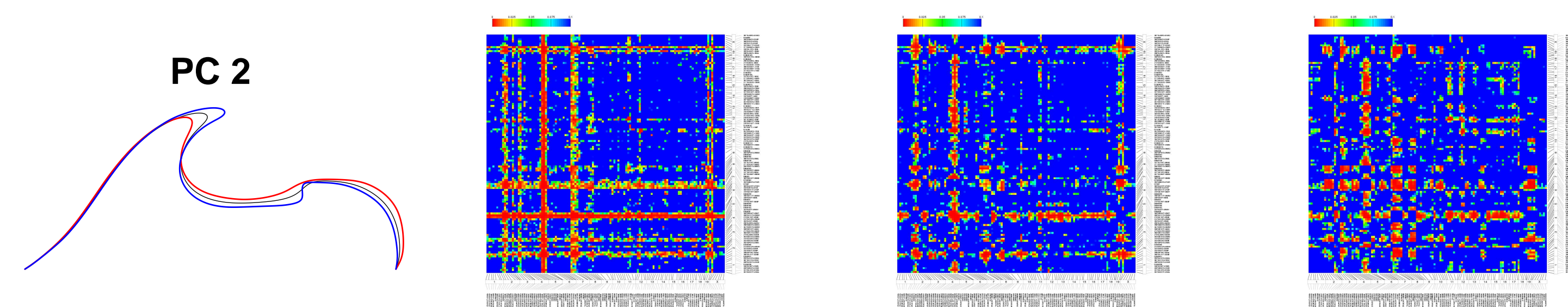


図8. 第2主成分についての、3つのグループ分け(左から Type 1, 2, 3)における有意性のマップ。縦軸と横軸は染色体上の位置。

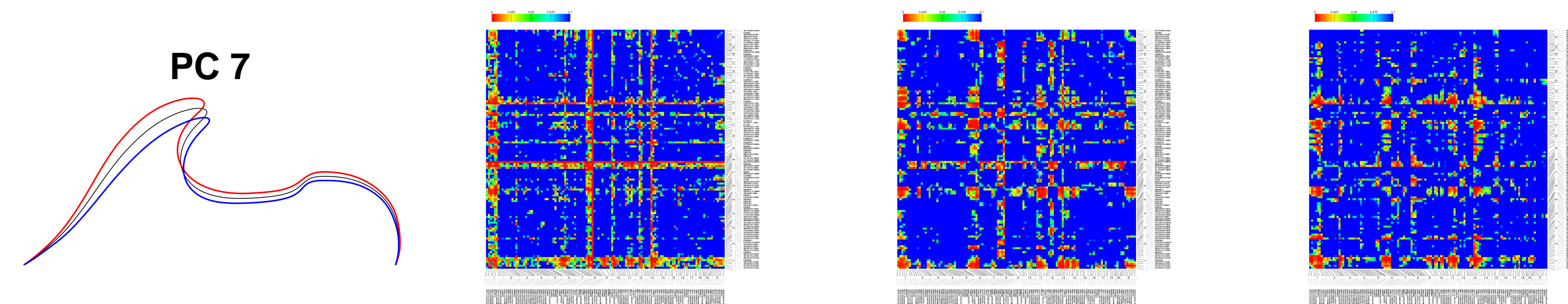


図9. 第7主成分についての有意性のマップ。

異なる形状変動成分に対し異なる位置の遺伝子が影響力を及ぼしているのが分かる。また、グループ分けの仕方を変えると有意な遺伝子のペアが異なっている様子から、同系統由来のallele間で相互作用する組み合わせは、2つの系統の間で同じでないことも分かる。

## 4 まとめ

速度フーリエ記述子は、統計解析における曲線形状の数値記述として、必要な性質を備えており、生物器官形状の形成における遺伝的背景の解明に用いることができる。