統計数理（1997）
第45巻 第1号 145-157

研究会報告

乱流の統計理論とその応用

平成8年度 統計数理研究所 共同研究（8-共会-8）

開　催　日：1996年11月11日〜12日
研究代表者：岡崎　　卓（統計数理研究所）
　　　　　　後藤　俊幸（名古屋工業大学）
　　　　　　下村　　裕（慶應義塾大学　法学部）

計算機と工業技術の発達を背景に，微細素子を物体表面に貼付し物体が流体から受ける力や熱を制御する試みが始まっているが，その成功の鍵の一つは，流れの場をどれだけ理解し推測し得るかにある．制御素子の設計には，物体表面の変形や温度上昇に応じて変化する流れの性質（速度分布や圧力分布）についての知識を必要とするからである．しかし，乱流にあっては，O. Reynolds 以来100余年にわたる研究にも拘らず，物体を過ぎる流れの特性が未だ応用面の要求に応え得る程には解明されていない．本研究会は，このような乱流研究の現状を踏まえ，乱流が呈する不規則現象の成因と統計法則を解明し応用に役立てるため，理論家と実験家による相互啓発の場を持つことを目的としている．

今回は下記プログラムにある通り13講演が行われた．その内10講演は，大気循環，乱流拡散，渦構造の解析など，乱流理論固有の話題であったが，残る3講演は，海洋工学，数学，素粒子論のトピックスにまつわるもので，乱流理論とは寧ろ異質のテーマであった．この3講演を加えたのは，他の分野の先端的研究に接して新たな方法論の知識を獲得し，平行移動的に乱流理論に応用するためばかりではない．学問にはそれぞれの分野に固有の思考体系があるが，その体系に即して考察を進めることにより，乱流理論の枠に捉われずに，乱流の諸問題を見直す新たな視点が得られると考えたからである．研究会終了後，非可換確率論の講演を聴いた工学出身のある参加者は，数学的思考法のダイナミズムに感動したと感想を述べたが，本研究会の開催により，各参加者は知識の伝達と情報の交換に加え，異分野の研究に触発される機会を得，中には乱流理論にブレークスルーをもたらす着想を得た研究者もあったものと期待する．

（岡崎　卓）

プ　ロ　グ　ラ　ム

「熱流動の制御に特化したニューラルネットワークの内部構造について」
鈴木　雄二（東大・工）

「大規模な大気循環の構造とそれによる物質の拡散」　木村　龍治（東大・海洋研）

「スケーリング則を用いたチャネル乱流の速度分布解析」　鬼頭　修己（名工大・機械）

「緊張係留構造物のリンギング応答」　加藤　俊司（船舶技研）

「非可換確率論とエントロピー」　吉田裕亮（お茶の水大・理）

「オイラー方程式の発散モデル」　中野　徹（中大・理工）・後藤　俊幸（名工大）
「3次元 Euler 流の enstrophy 方程式と解の爆発について」　大木谷耕司（京大・数理研）
「一様剪断流中の直線状渦管のダイナミクス――渦線の巻き込み，変向および伸長――」
河原　源太（愛媛大・工）・木田　重雄（核融合研）・
田中　満（京都工繊大）・柳瀬眞一郎（岡山大・教）
「ウェーブレットを用いたカスケード過程の解析」　藤　定義（京大・理）
「量子流体・超流動ヘリウム」　坪田　誠（東北大・流体科学研）
「素粒子の弦理論と重力」　川合　光（高エネルギー研）
「安定成層乱流中の乱流拡散」　石田　隆城・金田　行雄（名大・工）
「乱流中の粒子拡散について」　木村　芳文（名大・多元数理）

熱流動の制御に特化したニューラルネットワークの内部構造について

東京大学　工学系研究科機械工学専攻　鈴 木 雄 二

対流，拡散，熱伝達等の熱流体の輸送現象を適切に制御することは機器の小型化，高効率化等を図るための重要な技術的課題である．乱流摩擦抵抗の低減を例にとって考えると，壁面上に縦溝を取り付けたリブレットや，長鎖状の高分子ポリマー溶液の吹き出しなどの，経験的かつパッシブな制御法が良く知られているが，これらの手法は効果が比較的小さい，あるいは制御に必要なエネルギを考慮すると実質的な利益が小さい，などの理由で工業的に用いられた例は少ない．

一方，流れの状態に応じて時空間的に制御力を分布させるインタラクティブ制御は，より少ないエネルギで大きな制御効果を発揮できるものとして注目を集めている(例えば，Wilkinson (1990), Moin and Bewley (1994))．しかし，一般に熱流体の輸送現象は無限自由度の非線形系であり，フィードフォワード・フィードバックの制御力を求める際に，既存の制御理論をそのまま適用することは困難である．最近，Stanford 大学のグループがフレッシェ微分を用いて評価関数の最急勾配法から制御力を求める最適制御手法を提案した (Choi et al. (1993))．彼らは，平行平板間の乱流で 50% の抵抗低減が得られることを直接数値シミュレーションにより示した (Bewley et al. (1993)) が，彼らの手法は制御力を求めるための計算負荷が非常に大きい．

本研究では，より実用的な最適制御コントローラ構築を目的とし，ニューラルネットワーク (NN) による状態量フィードバック制御について検討を行った．特に，1) システム NN の内部構造設計法の提案，2) 長門・吉田 (1992) の提案した NN による最適制御手法の評価，を行い，以下の結論を得た．

(1) システム NN の内部構造を支配方程式の差分形式に基づいて設計することにより，学習の容易性・汎化能力を高めることができる．

(2) 長門・吉田の手法を熱伝導の境界制御問題に適用した．NN コントローラの出力は，最適制御理論から求まる制御力とほぼ一致し，有効性を確認した．

参 考 文 献

Bewley, T., Choi, H., Temam, R. and Moin, P. (1993). Optimal feedback control of turbulent channel flow, *Annual Research Briefs*, 3-14, CTR, Stanford.

Choi, H., Temam, R., Moin, P. and Kim, J. (1993). Feedback control for unsteady flow and its application to the stochastic burgers equation, *J. Fluid Mech.*, **253**, 509-543.

Csanady, G. T. (1964). Turbulent diffusion in a stratified fluid, *J. Atmospheric Sci.*, **21**, 439-447.

Moin, P. and Bewley, T. (1994). Feedback control of turbulence, *Applied Mechanics Review*, **47**, S3-S13.

長門英明・吉田和夫 (1992). ニューラルネットワークを用いた非線形システムの最適制御，日本機械学会論文集，C 編，171-177.

Wilkinson, S. P. (1990). Interactive wall turbulence control, Progress in Astronautics and Aeronautics: Viscous Drag Reduction in Boundary Layers (eds. D. M. Bushnell et al.), *AIAA*, **123**, 479-509.

大規模な大気循環の構造とそれによる物質の拡散

東京大学　海洋研究所　木 村 龍 治

地球に降り注ぐ太陽放射量が緯度によって異なるために緯度方向に気温の不均一が生じ，そ

れが原因で地球全体をめぐる大気循環が発生する．気象学では，大気循環を，東西方向に一周する水平流（帯状流）とそれに直交する面内の循環（子午面循環）に分類する習慣がある．前者はトロイダル場，後者はポロイダル場に対応する．

気象観測によって得られた平均的な風系を基に大気循環の構造を描くと，対流圏の子午面循環は，3つの閉じた循環から構成されることがわかる．それらの閉じた循環は南北方向に並んでおり，北から極循環，フェレル循環，ハドレー循環と呼ばれている．ところが，流れのトレーサーを北半球の大気中に注入すると，トレーサーをどこから注入しても，半年程度で北半球全体に広がる．このことは，大気が北半球全体によく攪拌されていることを示している．異なる循環の間に物質が拡散するのは，大気循環が常に時間的に変動しており，流線が閉じていないからである．特に，極循環とフェレル循環は，鉛直軸をもった時計回りと反時計回りの渦の場（高低気圧）の中に存在し，物質の攪拌はもっぱら高低気圧の渦によって生じる．

この渦は，中緯度に吹く帯状流（偏西風）の流体力学的な不安定（傾圧不安定）によって発生したものである．渦の大きさは，数千キロメートルの大きさが卓越している．等圧面高度の時系列の変動のスペクトルを調べると，連続スペクトルになる．周期が長い成分ほど振幅が大きい．

大気循環の渦の場を「地衡風乱流」と呼ぶことがある．それは，コリオリの力の効果で，渦がほぼ地衡流平衡（コリオリの力と圧力勾配が釣り合った状態）になっているからである．完全に地衡流になれば，非発散の2次元乱流になるはずである．大気は完全に2次元ではないので，地衡風乱流は2次元乱流でも3次元乱流でもない．大気は安定な密度成層流体なので，地衡風乱流の渦は位置のエネルギーをもっている．それが渦の運動エネルギーに変換される．この意味では，地衡風乱流の渦は熱対流のセルと似ている．

大気の熱源の一部には，大気中の水蒸気の相変化に伴って放出される潜熱がある．水蒸気は，地表面から大気中に注入され，風に乗って上空に運ばれ，そこで相変化を起こして大気を加熱するわけであるから，大気の対流の熱源と対流自身が強い相互作用を起こしているわけである．このため，大気は流体力学と熱力学が複雑に絡み合った流体系であるといえる．

スケーリング則を用いたチャネル乱流の速度分布解析

名古屋工業大学 機械工学科 鬼 頭 修 己

無限に広がった2枚の平行平板の間を流れる乱流をチャネル乱流と呼んでいる．この流れは，その幾何学的形状が単純なため壁せんだん乱流の内で最もシンプルな流れとなっている．この流れを用いて壁乱流に影響を及ぼす各種パラメータの効果を調べるのが研究の目的である．研究の手法としては，次元解析あるいは乱れを特徴づけるスケールを用いた速度分布の相似法則によって実験結果を解析するものである．

一般に乱れをグローバルに特徴づけるには，乱れ運動エネルギーの多くの部分を含んだ渦の大きさとその速度を代表する長さスケールと速度スケールである．さて，最もシンプルな2平行平板間内のチャネル乱流では，速度スケールとして摩擦速度 $u_*=\sqrt{\tau_w/\rho}$（τ_w：壁面摩擦応力，ρ：密度）がとられ，長さスケールとしては2平板間の距離の半分 D と粘性長さスケール $\delta_v=\nu/u_*$（$\nu=\mu/\rho, \mu$：流体の粘度）が現れる．D はチャネル乱流で現れる渦の最大のものを表し，δ_v は壁近くの粘性摩擦が支配する場所での小さい渦を代表している．したがってこの流れにおいては，スケール D と δ_v のせめぎ合いにより，すなわちレイノルズ数 $Re^*=D/\delta_v$ によって流れが規定されることになり速度分布法則も

$$U/u_* = f(y^+, Re^*)$$

と表現できる．ここで，$y^+ = y/\delta_v$ で y は壁からの距離である．

このシンプルな流れに，せんだん応力勾配 $d\tau/dy$ の影響をいれてみる．これはクエット・ポアズイユ型流れの実験により調べることができる（中林 他 (1995)）．この $d\tau/dy$ により乱れには新たに $\delta_p = u_*^2/((1/\rho)\cdot(d\tau/dy))$ の長さスケールが現れる．これにより D, δ_v, δ_p の三つの長さスケールの組み合わせによって乱流の性質が規定されることになる．結局 $Re^* = D/\delta_v$ と $\mu = \delta_p/\delta_v$ あるいは $\beta = D/\delta_p$ のパラメータにより速度分布が与えられる．例えば，壁近傍では

$$U/u_* = f(y^+, Re^*, \mu).$$

次にこのチャネル乱流を全体として回転している系にいれると，流れにコリオリの力が作用する（Nakabayashi and Kitoh (1996)）．コリオリの力は乱れの渦に影響を与え，乱れの構造を変える．この場合，コリオリのスケール $\delta_c = u_*/\Omega$（Ω：系の回転角速度）が現れる．したがって，三つの長さスケール D, δ_v, δ_c の組み合わせにより流れを規定するパラメータが決定され，速度分布則も与えられる．

参考文献

Nakabayasi, K. and Kitoh, O. (1996). Low Reynolds number fully developed two-dimensional turbulent channel flow with system rotation, *J. Fluid Mech.*, **315**, 1-29.

中林功一，鬼頭修己，加藤義考 (1995)．クエット・ポアズイユ型乱流の平均速度分布，機論，**61-589**，B, 3122-3129.

緊張係留構造物のリンギング応答

運輸省 船舶技術研究所　加藤俊司

緊張係留構造物（TLP）は，形状として箱形ポンツーンと数本の鉛直円柱コラムからなり，テンドンと呼ばれる鋼管で海底から緊張状態で係留された構造物である．現在までに世界で5基稼働しているが，日本にはない．この緊張係留技術は，上下動を他の浮体構造物に比べて極端に小さくできるため，浮体式海上空港のような超大型浮体構造物の半固定係留技術として最近注目されている．一方で，その特殊な係留方式ゆえにライン等の弛緩係留構造物では特に問題とならなかった現象（スプリンギング/リンギング）が設計及び構造物の安全性を左右する重要な要因になってきている．スプリンギング現象とは波と浮体との非線形流体力学相互干渉によって生じる2次波力の和の周波数成分力によって引起こされる上下方向の倍調波振動現象であり，リンギング現象とはバースト現象を伴うそれより高次の振動現象である．

本研究では，リンギング現象の要因と思われる3次波力の周波数及び時間領域特性を実験的及び理論的に調査した．実験的調査では，3項 Volterra 汎関数多項式モデルを仮定する解析法（クロストライスペクトル解析法；原理は Brillinger and Rosenblatt (1966a, 1966b) に基づく）を開発し，それを用いて TLP に働く線形から3次波力までの周波数特性を実験的に調べた．また，理論的調査では，1本の鉛直円柱要素に働く3次波力に対する長波・細長体近似理論（Faltinsen et al. (1995), Newman (1994)）とポテンシャル流を仮定する3次 diffraction 理論（Malenica and Molin (1995)）を用いてコラム間距離の位相差のみを考慮する近似理論

（コラム間の相互干渉影響を無視する）を構築した．

本近似理論に基づく計算結果と実験結果との比較を周波数領域及び時間領域で行った結果，TLP に働く3次波力の周波数特性が，初めて実験解析から示され，高次波力の観測時系列と3次波力の近似理論に基づく波力時系列の比較から，リンギング現象の起振力は TLP の構成要素（コラム）に作用する3次波力であることが判明した．しかしながら，定量的には，近似理論は入射波の線形波長とコラム間隔が等しい波周波数近傍でかなり過小評価するため，コラム間の非線形流体力学相互干渉を考慮する必要がある．

参 考 文 献

Brillinger, D. R. and Rosenblatt, M. (1966a). Asymptotic theory of estimates of kth order spectra, *Proceedings of an Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series* (ed. B. Harris).

Brillinger, D. R. and Rosenblatt, M. (1966b). Computation and interpretation of kth order spectra, *Proceedings of an Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series* (ed. B. Harris).

Faltinsen, O. M., Newman, J. N. and Vinje, T. (1995). Nonlinear loads on a slender vertical cylinder, *J. Fluid Mech.*, **289**, 179-198.

Malenica, S. and Molin, B. (1995). Third-harmonic wave diffraction by a vertical cylinder, *J. Fluid Mech.*, **302**, 203-229.

Newman, J. N. (1994). Nonlinear scattering of long waves by a vertical cylinder, *Proceedings of the Symposium in Honour of Professor Enok Palm*, Oslo, Nov. 17.

非可換確率論とエントロピー

お茶の水女子大学 理学部 吉 田 裕 亮

非可換代数は，量子系を記述する道具として用いられている．この非可換代数において確率論を展開するとき，非可換確率論あるいは量子確率論と一般に呼ばれている．通常の確率論における独立性の概念を自然に非可換確率論に導入することは可能である．たとえば2つの確率変数の独立性はこの2つの確率変数の可換性を要求することになる．これは独立性がテンソル積に基づいて定義されているからである．しかし，考えている代数が非可換であるのだから，もっと非可換の情報を用いた独立性に代わる概念を導入するのが自然である．これが freeness である．D. Voiculescu により導入されたものであり，これはテンソル積の代わりに自由積を用いることにより，非可換性を取り込んだ定義となっている．この独立性を freeness に置き換えることにより考えられた確率論は free 確率論と呼ばれている．

今回の講演ではまず，この free 確率論の定義および free な確率変数の和の分布を求めるための free convolution と free 中心極限定理などを紹介し，半円分布が free 確率論では通常の確率論における正規分布の働きをすることを述べた．また，講演者およびその共同研究者達により得られた半円分布の freeness による特徴付け定理の結果 Hiwatashi et al. (1996) も併せて紹介した．さらに free 確率論におけるエントロピーに関して，その定義および通常の確率論と同じく半円分布が分散を固定した下でのエントロピー最大化分布としても特徴付けられることも紹介した．

参 考 文 献

Hiwatashi, O., Nagisa, M. and Yoshida, H. (1996). The characterizations of a semicircle law by the certain freeness in a C*-probability space (preprint).

オイラー方程式の発散のモデル

中央大学 理工学部 中 野 徹

名古屋工業大学 後 藤 俊 幸

オイラー方程式が有限時間で発散するかしないかはそれ自身興味ある問題であるが，発散のメカニズムは乱流の間欠性の原因とも関係があり，その点でも重要な問題である．

オイラー方程式の発散は計算機シミュレーション，初期値を用いた時間のベキ展開などにより調べられる．ここではモデル方程式を構築して発散を調べた．モデル方程式が実際の系を正しく表現しているかは問題であるが，発散がどのような物理的な機構で起こるかを計算誤差なく知ることが出来るのは長所である．

滑らかな速度場を初期値としてオイラー方程式を解くと，時間発展と共に小さなスケールの構造が現れ，そのスケールはますます小さくなる．そのスケールが有限時間のうちに無限小になるか，それとももう少しゆっくり起こるかが問題となる．

興味のある量は速度場の微細構造であるから，それを表すのに相応しい変数は，ストレイン場 $u_{ij}=\partial_i u_j(x)+\partial_j u_i(x)$ と渦度場 $\omega_i(x)=\varepsilon_{ijk}\partial_j u_k(x)$ であり，方程式をそれらだけで表す 2 パラメターモデルを構築した．得られたモデルは数値的な解の助けを借りれば，解析的に解ける．パラメターにより 2 種類の解が存在することが確かめられた．

- 時間のベキでしか発散しない解
- 有限時間で発散する解

実際の系がどちらの解に属するかを見るには，Δp がどのような振舞いをするかをチェックすればよい．前者ではそれはゼロに収束し，後者では ω^2 と同じような速さで発散する．

詳細は T. Nakano and T. Gotoh (1996). *J. Phys. Soc. Japan*, **65**, p. 2745 を参照して欲しい．

3 次元 Euler 流の enstrophy 方程式と解の爆発について

京都大学 数理解析研究所 大 木 谷 耕 司

3 次元 Euler 方程式の解が有限時間で爆発する可能性が，推測されてすでに久しい．これは乱流の発生の問題とも関わるため流体力学の研究者によって多くの研究がなされているが，爆発の有無について確定的なことは知られていない．数値的な研究のうち典型的なものとして Taylor and Green (1937) によって提案された周期境界条件下での渦の時間発展を追う Brachet et al. (1983) の研究がある．

ここでは，この渦のエンストロフィーの時間発展を，その常微分方程式を考えるというアプローチによって追跡する近似法の概略をのべる．この渦の速度の初期条件は

(1)
$$u=\begin{pmatrix} A\cos x\sin y\sin z \\ B\sin x\cos y\sin z \\ C\sin x\sin y\cos z \end{pmatrix}$$

で，非圧縮性から振幅は $A+B+C=0$ を満足している．この渦のエンストロフィーを

(2)
$$Q=Q(t, A, B)$$

と書いて，その時間発展を次のような微分方程式

(3)
$$\frac{\mathrm{d}^6 Q}{\mathrm{d}t^6}=F(Q, Q^{(2)}, Q^{(4)})$$

で記述できると仮定する．ここで，F は滑らかな関数で原点 $(Q, Q^{(2)}, Q^{(4)})=(0, 0, 0)$ を除いて Taylor 展開ができるものとする．$t=0$ でのエンストロフィーの時間についての Taylor 展開係数を，数式処理によって 6 階まで求めた（奇数階微分はすべて 0 となる）．その結果 F についての恒等式

(4)
$$F(c_1X, c_2X^2, c_3X^3-c_4Y)=-c_5X^4+c_6XY,$$

が導ける．ただし $X\equiv A^2+AB+B^2$, $Y\equiv A^2B^2(A+B)^2$ で，c_1 から c_6 は定数である．このことから F の振舞いは曲面

(5)
$$\frac{\mathrm{d}^2 Q}{\mathrm{d}t^2}=\frac{5}{9}Q^2$$

上でわかっている．そこで，一般の $(Q, Q^{(2)}, Q^{(4)})$ での値をこの(5)からの Taylor 展開によって求める．1 つの近似法は $X=Q/c_1$ とおいて，次のように展開することで得られる：

(6)
$$Q^{(6)}=F\left(Q, \frac{5}{9}Q^2+\lambda\left(Q^{(2)}-\frac{5}{9}Q^2\right), Q^{(4)}\right),$$

1 次までででは

(7)
$$Q^{(6)}\approx F\left(Q, \frac{5}{9}Q^2, Q^{(4)}\right)+\frac{\partial F}{\partial Q^{(2)}}\bigg|_{\lambda=0}\left(Q^{(2)}-\frac{5}{9}Q^2\right)$$

となる．ここで λ は曲面(5)からのズレを表すパラメータである $(0\le\lambda\le1)$．得られた微分方程式を，厳密解と同じ初期値を与えて数値的に解き，Brachet et al. (1983) の直接数値計算（$A=-B=1$ の場合に）と比較した．その結果，第ゼロ近似でも直接数値計算と近いことがわかり，また，近似は $t=6.26$ 付近で爆発することがわかった．

第 1 近似を具体的に計算するには $Q^{(8)}(0)$ が必要である．この係数を数式処理によって直接計算することは今のところできていない．そこで

(8)
$$Q^{(8)}(0)=c_7X^5-c_8X^2Y+g(X, Y)$$

とおいて，場合分けを行なった．起こり得る可能性は以下の 2 つだけである．

(i) $g=0$ かつ $8289599864832c_7-2558518476800c_8+32299589692599=0$
このとき，第 1 近似は具体的に構成でき，近似解は厳密解にさらに近くなる．近似解は $t=6.34$ 付近で爆発する．

(ii) それ以外
このとき，解析性から $Q(t)$ を下から押える微分不等式を導くことができ，この下限が $t=7.0$ で爆発することが示せる．

すなわち，(ii)の場合には $Q(t)$ が解析的な微分方程式でかけるとの仮定の下で Taylor-Green

渦の爆発が有限時間で起こることがわかる．一方，（ｉ）の場合（講演ではこの場合が見落とされていた）には，第１近似が構成でき，近似解は $t \approx 6.3$ あたりで特異になることがわかる．しかし，実際に厳密解が爆発するかどうか今のところ不明である．$Q^{(8)}(0)$ を実際に計算することが今後の課題である．

参 考 文 献

Brachet, M. E., Meiron, D. I., Orszag, S. A., Nickel, B. G., Morf, R. H. and Frisch, U. (1983). Small-scale structure of the Taylor-Green vortex, *J. Fluid Mech.*, **130**, 411-452.

Taylor, G. I. and Green, A. E. (1937). Mechanism of the production of small eddies from large ones, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A*, **158**, 499-521.

一様剪断流中の直線状渦管のダイナミクス
――渦線の巻き込み，変向および伸長――

愛媛大学　工学部　河　原　源　太
核融合科学研究所　木　田　重　雄
京都工芸繊維大学　田　中　　満
岡山大学　教養学部　柳　瀬　眞　一　郎

乱流中には強い渦度が集中した管状の渦構造が存在する．この管状渦構造は，乱流エネルギーの生成および散逸に重要な役割を果たすとともに，熱，物質および運動量の輸送においても支配的な寄与をなすものと考えられている．

本研究では，管状渦構造のダイナミクス，特にそれと乱流場との相互作用の理解を目指して，一様剪断流（$U=SX_2\hat{X}_1$, S は剪断率）中の強い直線状渦管まわりの渦線の巻き込み，変向および伸長のメカニズムを解析的に調べた．

初期時刻において，循環 Γ の１本の直線渦糸を流れ方向 (X_1) から鉛直方向 (X_2) およびスパン方向 (X_3) の両方に傾けて一様剪断流中に配置した．高 Reynolds 数 $\Gamma/\nu \gg 1$ (ν は動粘性係数）での Navier-Stokes 方程式の漸近解を Moore の方法（Moore (1985)）を拡張することによって求め，渦管まわりの渦度場の時間発展初期 $St \ll (\Gamma/\nu)^{1/2}$ での解析的な表現を与えた．以下に漸近解に基づいて得られた結果を示す．

(1)　渦線のらせん構造
一様剪断流の渦線は，渦管のまわりに巻き付けられ，渦管に垂直な強い渦度成分をもつ２つのらせん状渦層を形成する．

(2)　反対符号渦度の生成
これらのらせん状渦層は，流れの向きが隣り合う層の間で反転する渦管軸方向の剪断流を誘導する．この剪断流は，一様剪断流の渦度を軸方向に変向させることによって，一様剪断流の渦度を軸方向の渦度成分に変換する．変換された軸方向の渦度成分は，渦管から見て最も外側のらせん状渦層においてその強さが最大となり，そこでは渦管自身の渦度と反対の符号となる．

(3)　垂直渦度の消滅
渦管に近い中央の領域ではらせん状渦層が密に巻き付けられる．隣り合う渦層のもつ渦管に垂直な渦度は互いに反対方向を向くので，そこでは粘性により垂直渦度が打ち消

し合い，垂直渦度が消滅する．

(4) Cyclonic 渦の優勢
この中央領域では，一様剪断流の渦度の軸方向成分だけが取り残され，一様剪断流自身によって伸長される．この伸長の効果により，cyclonic 渦(一様剪断流の渦度と同一符号のスパン方向渦度成分をもつ)は強められ，一方 anti-cyclonic 渦(反対符号の成分をもつ）は弱められる．

以上の現象は実際の乱流においても観測されており（She et al. (1990), Sendstad and Moin (1992), Bernard et al. (1993), Miyake and Tsujimoto (1996)），本研究によって得られた漸近解が管状渦構造と乱流場との相互作用のメカニズムの解明に役立つものと期待される．

参 考 文 献

Bernard, P. S., Thomas, J. M. and Handler, R. A. (1993). Vortex dynamics and the production of Reynolds stress, *J. Fluid Mech.*, **253**, 385-419.

Miyake, Y. and Tsujimoto, K. (1996). Regeneration and self-sustenance of quasi-streamwise vortices, *Phys. Fluids* (submitted).

Moore, D. W. (1985). The interaction of a diffusing line vortex and aligned shear flow, *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A*, **399**, 367-375.

Sendstad, O. and Moin, P. (1992). The near-wall mechanics of three-dimensional boundary layers, Report No. TF-57, Thermoscience Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, California.

She, Z.-S., Jackson, E. and Orszag, S. A. (1990). Intermittent vortex structures in homogeneous isotropic turbulence, *Nature*, **344**, 226-228.

量子流体・超流動ヘリウム

東北大学 流体科学研究所 坪 田 誠

通常の古典液体は，常圧下で温度を下げると，例外なく固体への相転移を起こす．しかし，液体ヘリウムは違う．ヘリウム原子は，質量が小さく，原子間相互作用が弱いため，大きな量子力学的零点振動を持つ．そのため，液体ヘリウムは，常圧下で絶対零度まで冷却しても液体状態を保ち，しかも，ラムダ温度 $T_\lambda=2.17$ K 以下で超流動という劇的な状態に転じる(ヘリウム II)．この液体ヘリウムのように，量子効果が顕著に現れる流体を量子流体という（坪田 (1996)）．

超流動とは，一言でいうと，液体の粘性が無くなった状態である．そのため，通常の粘性流体なら通り抜けられないような毛細管を，ヘリウム II はするすると通り抜けてしまう．また，ヘリウム II 中に空の容器を突っ込むと，液体の膜が勝手に容器の縁を這い上がり，容器の内外の液面の高さが等しくなるまで侵入を続ける．

この様な超流動現象の謎は，その発見当初より大きな関心を集めた．その謎は今世紀前半に構築された量子力学によって理解された．ボーズ粒子である ^{4}He 原子は低温でボーズ統計に従う．そして超流動の本質は，ボーズ粒子系に特有なボーズ・アインシュタイン凝縮である．液体ヘリウムがある温度 T_B 以下に冷却されると，突如大量のヘリウム原子がエネルギー最低状態に溜まり出す．量子統計力学から得られた T_B に液体ヘリウムの値を代入すると 3.1 K となり，T_λ に極めて近い．この考え方を流体力学的に現象論化したものが 2 流体モデルである．こ

のモデルでは，ヘリウムIIは超流体と常流体の混合したものとして記述される．超流体は非粘性，エントロピー零の完全流体であり，常流体は通常の粘性流体として振る舞う．2流体モデルは前述の超流動現象を説明することに成功したが，今でもいくつかの本質的問題が残されている．

その代表的なものの一つが超流動乱流である．管内にヘリウムIIを流すと，比較的低い流速で超流動は壊れ(普通の粘性流体になるという意味)，量子渦と呼ばれる特殊な渦が高密度に絡まり合った超流動乱流状態に遷移する．この乱流遷移のメカニズムは今なお不明である．量子渦は，ヘリウムIIが巨視的量子状態であることの産物であり，循環が量子化される，渦芯が原子サイズなど際だった特徴を持っている．量子渦の物理についてはDonnelly (1991) を参照されたい．

優れた実験物理と計算物理により，超流動の物理には新たなブレイクスルーが起こりつつあり，今後の展開に大いに期待することができる．

参　考　文　献

Donnelly, R. J. (1991). *Quantized Vortices in Hellium II*, Cambridge University Press, Cambridge.
坪田　誠 (1996). 量子流体・超流動ヘリウムの物理，ながれ，**15**，287-290.

安定成層乱流中の乱流拡散

名古屋大学　工学部　石田　隆城・金田　行雄

重力によって成層を成した物質中の乱流拡散現象は，地球物理学や工学の様々な場面に登場する共通の現象である．例えば，

- 石油バーナ中の固体粒子や液体粒子の拡散
- 反応炉内の物質混合

等といった工業的な問題がある．また，

- 発電所などから排出される温排水の拡散
- 山の噴火時における多量のガスや火山灰の拡散による気象への影響

に挙げられる海洋中や大気中での微粒子の輸送等，環境汚染問題に関連して気象学，海洋学など広範な分野で重要である．ところが，この様な問題に対して乱流の動力学や物質輸送に重力がどのような役割を担うかは厳密には分からない事がまだ多く残っている．

この様な各種分野での重要性に鑑みて，安定な成層内での乱流拡散における重力の影響を取り扱い，今回特に成層度が強い時に鉛直方向への拡散が抑制されるということに注目した．これまで拡散の研究において，この鉛直方向への拡散の抑制の原因としては鉛直方向の速度そのものが小さくなり拡散が止まるという考え方や水平方向の速度が鉛直方向の速度よりも十分大きい場合，水平方向への強い撹乱によって鉛直方向への拡散が抑えられるという考え方があった．ところがDNSによると抑制の原因はこのどちらでもないことがわかる．また理論では，Csanady (1964), Pearson et al. (1983), Kimura and Herring (1996) 等がランジュバンモデルを用いて研究をしているがモデルの中にフィッティングパラメータが存在することやスペクトル依存性が全く考慮されていないこと等，不自然な点がある．

そこで今回，基本的な問題として一様なシェアなしのブジネスク乱流を仮定しスペクトル依存性，重力の影響を考慮にいれて，DNS と解析との比較を行なった．スペクトル依存性の考慮には初期スペクトルとして等方的なものと，重力の存在を考え鉛直方向への制限を外した軸対称なものを比較し，重力の影響の考慮には三つの成層度を比較した．DNS にはスペクトル法，スペクトル補間，解析には Corssin's conjecture, Hanazaki and Hunt (1996) が同時刻速度相関等を調べるのに用いた線形近似理論（RDT）を用いた．

その結果として，安定な成層内での乱流拡散の振動と抑制は，位相混合による統計的緩和(Stochastic relaxation) が原因である（つまり鉛直方向への拡散の抑制は，流れそのものが弱くなって起こるのではなく，それだけでは減衰しない様々な波数ベクトルを持つ波が重なりあって，全体的な振る舞いとして拡散が抑制，振動する）ということを提唱しこれら拡散の振る舞いはエネルギースペクトルに強く依存することも示した．

参 考 文 献

Csanady, G. Y. (1964). Turbulent diffusion in a stratified fluid, *J. Atmospheric Sci.*, **21**, 439-447.

Hanazaki, H. and Hunt, J. C. R. (1996). Linear processes in unsteady stably stratified turbulence, *J. Fluid Mech.*, **318**, 303-337.

Kimura, Y. and Herring, J. R. (1996). Diffusion in stably stratified turbulence, *J. Fluid Mech.*, **328**, 253-269.

Pearson, H. J., Puttock, J. S. and Hunt, J. C. R. (1983). A statistical model of fluid-element motions and vertical diffusion in a homogeneous stratified turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, **129**, 219-249.

乱流中の粒子拡散について

名古屋大学大学院 多元数理科学研究科 木 村 芳 文

乱流中において (Lagrange) 粒子がどのように拡散するかは流体物理における最も基本的な問題の一つであり，特に2粒子間の距離の時間発展として記述される相対拡散は乱流中のスケール分布（～スペクトル）に依存する為に乱流の特徴付けと言う観点から見て大変重要である．本研究では絶対拡散と相対拡散について G. I. Taylor による $t\ll 1$ 及び $t\gg 1$ における漸近理論について復習した後，相対拡散における中間時間領域（いわゆる Richardson- 或いは Batchelor-領域）の振る舞いを考察する．渦度の大きさを時間のスケールとする簡単な次元解析を行なうとエネルギースペクトル $E(k)\sim k^{-p}$ をもつ乱流中における2粒子間距離（～特徴的なスケール）r の時間発展は中間時間領域においては

$$r\sim t^{\frac{2}{3-p}}$$

となることが示せ，Kolmogorov 乱流 ($p=5/3$) では $r\sim t^{3/2}$，また $p\to 3$ で時間発展が特異的(このスケーリングの下で）となることがわかる．

最後に乱流が等方でない場合の拡散の例として（安定）成層乱流中の鉛直方向の粒子拡散のシミュレーションを基に成層の強さにより拡散がどのように抑えられるかを論じた．現象の説明として速度および温度場に対しての Langevin 方程式によるモデルを提案した．Langevin 方程式においては線形項の係数である乱流散逸率の決定が重要な問題でありそれについての考察を行った．詳しくは（Kimura and Herring (1996)）を参照されたい．

参 考 文 献

Brillinger, D. R. and Rosenblatt, M. (1966). Asymptotic theory of estimates of *k*th order spectra, *Proceedings of an Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series* (ed. B. Harris).

Kimura, Y. and Herring, J. R. (1996). Diffusion in stably stratified turbulence, *J. Fluid Mech.*, **328**, 253-269.