

# 非経済時系列データの季節調整法について

統計数理研究所 樋 口 知 之

(1997年7月 受付)

## 1. 自然科学における季節調整の必要性

経済時系列データの解析・分析に季節調整法が必須であるのは明白であるが、自然科学の分野においてもその必要度は高い。特に、太陽活動度と密接に関係している地球科学データの解析では、季節調整法は重要な役割をはたす。例えば、この数年来話題になったオゾンの長期的な増減傾向を観測データから把握するには、その季節成分をデータから除く手続き——いわゆる季節調整——なくして不可能である。(統計関連の学術誌では、Reinsel and Tiao (1987), Bloomfield et al. (1994), Xufeng and Tiao (1995) 等を参考。特に Reinsel and Tiao (1987) の図1を参照してもらいたい。また、Koike (1990) は、本研究所で開発された季節調整法 BAYSEA をオゾンデータ解析に適用している。)このように、季節調整法が有効な範囲は、「季節調整」の言葉が普通喚起する「経済時系列データ解析」ばかりにとどまらず、自然科学一般領域の時系列データ解析にまで広く展開している。本稿では、このような自然現象の時系列データの季節調整に適した一つの手法を紹介する。もちろん、論題に「非経済時系列データ」という造語をあえて採用するように、この手法は自然現象時系列データのみの特化したものでなく、「経済時系列データの季節調整」とは違った季節調整に対する考え方が容認できる解析対象には、適用可能である。

本稿では、季節変動成分に対して明示的にモデルを規定するベイズ型季節調整法——BAYSEA (Akaike and Ishiguro (1980) あるいは DECOMP (Kitagawa and Gersch (1984)), West and Harrison (1989) の8章に示されているモデル等——のみとりあつかう。ベイズ型季節調整法においては、時刻  $n$  の観測値  $y_n$  を、標準的にはトレンド  $t_n$ 、季節成分  $s_n$ 、ノイズ (偶然変動) 成分  $w_n$ 、および必要に応じたさまざまな成分に分解する観測モデルを考える。さらに特徴として、確率差分方程式であるモデル——普通システムモデルと呼ぶ——を各成分に対して明示的に想定する。今ここで説明を簡単に行なうために、データ  $y_n$  ( $n=1, \dots, N$ ) は月次データとする。DECOMP では

$$(1.1) \quad s_n = - \sum_{m=1}^{11} s_{n-m} + v_{1,n}, \quad v_{1,n} \sim N(0, \sigma_1^2)$$

を、BAYSEA ではこれと  $s_n = s_{n-12} + v_{2,n}$ ,  $v_{2,n} \sim N(0, \sigma_2^2)$  をシステムモデルに採用している。

BAYSEA や DECOMP などは主として経済時系列データ解析を念頭に開発されたが、それらを盲目的にそのまま自然現象のデータ解析に適用した場合、各個別科学の見地からみて自然な季節調整が達成されないことがある。もちろん何をもって「自然」か、川崎・佐藤 (1997) らの言葉を借りれば、何をもって「最適」と定義するかは広く議論を必要とするところではある。ただ、自然現象データの季節調整についていえば、経済時系列データの季節調整法の枠組では想定されていない、以下の3点に示す望ましい条件が、推定される季節変動成分に対して

要請できる。

- ・C-1：時間領域で滑らかな様相をしめす
- ・C-2：周期が1年に固定されていない
- ・C-3：位相が途中で変化する可能性もある

各々に更に説明を加えると、まずC-1は、月毎の自然観測量は1カ月の間で急減／急増はしないという仮定である。経済時系列データの場合、特別な月（例えば、年度末月）が、その前後の月と比較して突出して値が大きい場合でも、そのパターンが例年同じであれば、季節変動成分として判断される。一方自然現象の場合、ある月だけ物理量などが異常に大きい値をとることは想定できない場合が多い。

さらにDECOMPやBAYSEAを、データから季節成分への変換を行なう線形フィルタとして捉えたときのその周波数特性に注目してみる。線形・ガウス型ベイズモデルの枠組みでは、得られた成分の推定値とデータの間で簡単な線形の関係が成り立つ。その両者の関係はシステムモデルの形と、システムノイズの分散と観測ノイズの分散との比である超パラメータの値で決まる(Higuchi (1991))。超パラメータが、高調波成分 (higher harmonics) ——12カ月, 6カ月, 4カ月, ...——の周波数成分のどの程度の周りの成分までを選択的に透過させるかを規定する。DECOMPのシステムモデルは、Higuchi (1991) の図10(a)に示されるように、システムノイズの分散が相対的に大きくなるにつれて、高調波成分以外の高周波数成分までをも著しく季節成分に吸収してしまう癖がある。これを時間領域で説明すれば、DECOMPは本来は観測ノイズである成分の一部までをも時には過剰に季節成分の方に割り振ってしまう特性を持っているといえる。また、何も悪い性質ではないが、各高調波成分での周波数特性のゲインがすべて等しい。従ってデータによっては、推定された季節成分が、時間領域でみると滑らかでなく、高い周波数成分を多く含むうることがありえる。

2番目の条件(C-2)は、実際に観測される太陽活動度に関連した季節変動のサイクルと太陽暦とは必ずしも一致しない事実を反映している。例えば、1年を通じて最も暑い月は東京では例年8月に固定しているが、(北半球の)四季のはっきりしていない地域においては、年によっては7月、あるいは9月にずれこむこともある。その結果、月平均気温の最高温度できまる周期は、11カ月あるいは13カ月となり、毎年必ず12カ月となるとは限らない。太陽との関係がさらに間接的になれば、季節変動のパターンはほぼ同じであるが、その周期が1年前後でたえず変化することも普通にありえる。季節調整の仕組みを利用して、太陽黒点の準11年周期変動に関連した変動成分を年毎データから抽出することも考えられるが、この周期は11年を中心に1~3年の範囲で増減し、もはや周期を11年に厳密に固定した形での季節調整法は利用できない。

周期の変動ばかりか位相までが途中で変化するような場合にも、季節調整法を利用した解析がなされることがある。もちろんそのような現象は月次データの解析では稀ではあるが、1時間毎に取得されるデータ中の1日周期変動成分に注目した場合には、位相が途中でかわる可能性にも十分対応できるような解析法が望ましい。例えば、人間や動物の生体活動に関連した量を毎時計測すると、当然1日周期の変動成分があらわれる。そのデータの取得時に、時差による影響、あるいは投薬による効果などにより、その1日サイクルの位相や振幅が途中で変わってしまう例(例えば、Gordon and Smith (1990) の3番目の応用例)も多々ある。このような場合に、BAYSEAやDECOMPのシステムモデルが十分に対応できないのは、システムモデルの形からして想像される。

本稿では、従来のベイズ型季節調整に採用されてきたシステムモデルと異なる、C-1~C-3らを適切に取り扱いやすいシステムモデルを紹介する。構成は以下のとおりである。まず、季節

成分を表現するシステムモデルを説明する。次に、このモデルをどのような形でベイズ型モデルに利用するのかを具体的に示す。本稿では、このモデルの実用性の高さを示すために、あえて複雑な問題である、計数データの季節調整への応用例を示す。最後に、このモデルの計算上の問題点、表現可能性の問題点などをまとめる。

## 2. 季節成分の表現方法

### 2.1 Quasi-Periodic Oscillation (QPO) モデル

季節成分  $s_n$  は、小数  $M$  個の成分の単純和で表現できるものとする (樋口 (1995), West (1995))。

$$(2.1) \quad s_n = \sum_{m=1}^M s_{m,n}$$

各成分は、準周期振動 (Quasi-Periodic Oscillation (QPO)) モデル——以下 QPO モデル——と呼ぶ、特殊な 2 次の AR モデルで表される (Harvey (1985), Higuchi et al. (1988))。

$$(2.2) \quad s_{m,n} = 2 \cos(2\pi/T_m) s_{m,n-1} - s_{m,n-2} + v_{m,n}, \quad v_{m,n} \sim N(0, \tau_m^2)$$

QPO モデルを Cyclical Component Model と呼ぶこともある (West (1995))。 (2.1) と (2.2) をあわせたモデルは、Ozaki and Thomson (1994) の分類によれば、パラレルタイプの季節調整モデルに相当する。ここで各システムノイズ間には相関は無いものとする。また注意を促しておくくと、各分散  $\tau_m^2$  は、 $m$  に依存する超パラメータである。このモデルの原型は、Ameen and Harrison (1985) によって提案された季節調整モデルにみることができ。ただ彼らのモデルは、 $\tau_m^2$  が成分  $m$  に依存せず共通である点において、上記のモデルの特殊な場合に相当している。 $\tau_m^2$  を共通にすると、線形フィルタの言葉で「各高調波成分での周波数特性のゲインを等しくする」ことになり、周波数特性の形の表現の上での幅を極めて限定してしまう。よって、各  $s_{m,n}$  の滑らかさも似たものとなり、結果として推定される  $s_n$  は、BAYSEA や DECOMP など得られるものに近くなる。

(2.2) でシステムノイズが無ければ ( $\tau_m^2=0$ )  $s_{m,n}$  は、振幅が初期値  $s_{m,-1}$  と  $s_{m,0}$  で定まる、周期  $T_m$  の正弦波となる。AR モデルの固有根の偏角を定める周期  $T_m$  の値は、普通先験的に与えられる。月次データの季節調整で、1年、半年、及び四半期のサイクルにのみ興味がある場合は、 $T_1=12$ ,  $T_2=6$ ,  $T_3=3$  と設定すればよい。また地球物理の気象データに観測される準 2 年周期 (Quasi-Biennial Oscillation, 略して QBO) をデータから捉えたい時には、準 2 年周期の平均値である 26 カ月を利用して、 $T_4=26$  とする成分  $s_{4,n}$  を  $s_n = s_{1,n} + s_{2,n} + s_{3,n}$  にさらに付け加えればよい。

ほぼ周期が  $T_m$  である準周期的信号を表現するために導入された QPO モデルは、局所的な確率差分方程式で与えられているため、振動の振幅値が時間とともに変動したり、あるいは位相が途中で変化するような信号も十分に表現できる (Higuchi et al. (1988), West (1995))。例えば、周期そのものは既知であるが、振幅値があきらかに時間変動している現象をデータから抽出するような場合に適している。また、超パラメータの値にもよるが、周期が  $T_m$  のまわりに揺らいでいるような振動も表すことができる。このように QPO モデルは、C-2 と C-3 に十分対応できる表現方法である。このことを周波数領域で説明すると、 $\tau_m^2$  の値が相対的に大きくなれば、データ中の  $f_m=1/T_m$  まわりの広い領域の周波数成分までが、このモデルにより季節成分へと透過する。具体的に  $y_n = t_n + s_{1,n} + s_{2,n} + w_n$ ,  $w_n \sim N(0, \sigma^2)$  の簡単なモデルを採用した時、その分解操作のフィルタとしての特性が、二つの異なる超パラメータのセットに対して Higuchi (1991) の図 8 に示してある。ただし、 $t_n$  は 2 階差確率差分方程式—— $t_n = 2t_{n-1} - t_{n-2} + v_{t,n}$ ,  $v_{t,n}$

$\sim N(0, \sigma^2)$ ——に従うものと仮定している。

先験的に与えた周期  $T_m$  の値が不確実な時には、 $T_m$  自体も超パラメータとして取り扱い、尤度最大化によって定めてやればよい。

## 2.2 成分数 $M$ の選択

先験的に与える成分数  $M$  を絞り、かつ上述した季節調整の例のように  $T_m$  も比較的長いものに限れば、時間領域における  $s_n$  は当然滑らかなものになる。これは、低い高調波成分ほど選択的に透過してしまうようにフィルタを設計することにはほかならない。これによって、C-1 も達成される。もちろん、成分数までをも含めたモデルの選択は、ベイズモデルでの情報量規準 AIC (北川 (1993)) を採用すれば統一的に行なえる。

## 2.3 直積型モデル

$s_n$  をいくつかの周波数成分のみで構成する、もう一つの単純な形式は、 $s_n$  に対して直接次のようなシステムモデルを与える方法である。

$$(2.3) \quad \sum_{j=0}^{2M} a_j s_{n-j} = v_n$$

ここで、係数  $a_j$  は、次の等式の各  $s_{n-j}$  の係数を比較することで得られる。

$$(2.4) \quad \sum_{j=0}^{2M} a_j s_{n-j} = \prod_{m=1}^M (1 - 2 \cos(2\pi/T_m) B + B^2) s_n$$

ただし  $B$  は、 $s_{n-1} = B s_n$  で定義される後向きシフトオペレーターである。このモデルの特徴は、システムノイズが“一つ”しかない点である。従って、2.1 で補足説明した Ameen and Harrison (1985) のモデル同様の、あるいはさらに、表現力が制限される問題が生じる。このモデルを Ozaki and Thomson (1994) は、タンデム型と呼んでいる。

## 3. 計数データの季節調整への適用

### 3.1 観測モデル

標準的なベイズ型季節調整法は、観測値  $y_n$  を、トレンド成分  $t_n$ 、季節成分  $s_n$ 、及び観測ノイズ成分  $w_n$  の和で表す。ただし  $w_n$  は、 $w_n \sim N(0, \sigma^2)$  とする。つまり、 $y_n$  は平均値  $t_n + s_n$ 、分散  $\sigma^2$  のガウス分布に従うものと仮定している。もし  $y_n$  が、患者数、火災などの事故件数、あるいは特殊なカメラ (望遠鏡) が受光した光子数などのような計数であり、かつその値が小さいものに限られるような時には、 $y_n$  を連続変量として取り扱う (近似する) のは不適當である。つまり、 $y_n$  の出現の確率構造に対して、何らかの離散分布を想定する必要がある。さらに極端な場合、 $y_n$  が 0 か 1 の値 (バイナリー) ——つまり、ある事象が起きたか、起こらなかったか——しかとらない時系列データもある。この例にいたってはもはや離散分布を考えずに、データから適切に情報をとりだすことはできない。

前者の計数データの場合、観測値は、平均が時間とともに変化する——時変平均と呼ばれる——ポアソン分布に従うと仮定されることが多い。時変平均  $\lambda_n$  は正值しかとりえないため、普通  $\log \lambda_n$  をトレンド成分、季節成分などに分解する (Chan and Ledolter (1995))。また後者のバイナリー時系列の場合は、Dynamic Logit Model と呼ばれる (Ishiguro and Sakamoto (1983), Fahrmeir (1992))、観測値を、時刻  $n$  での事象が起こる確率  $\alpha_n$  とする二項分布に従うものとする。 $\alpha_n$  は、0 ~ 1 の値しかとらないので、ロジット変換した  $q_n$

$$(3.1) \quad q_n = \log \left( \frac{\alpha_n}{1 - \alpha_n} \right)$$

を、トレンド成分、季節成分などに分解することになる。このように、 $y_n$  が発生する確率的な構造を離散分布で明示的にモデル化することにより、バイナリーデータを含む計数データの季節調整も自然な形で実現できる。

### 3.2 応用例

本稿では、計数データの季節調整の応用のみを示す。解析したデータは、Chan and Ledolter (1995) も応用例としてとりあつかった、ポリオの月別患者数 (図 1 に×印で示す) である。もともとデータは、Zeger (1988) の表 2 に示してある。Chan and Ledolter は、上述したように  $\log \lambda_n$  をトレンド成分と季節成分に分解している。またトレンド成分を、 $C_1 + C_2 \cdot n$  で与えられる deterministic な部分 (つまり直線) と、1 次の AR モデルで与えられる定常成分  $p_n$ ——つまり、 $p_n = C_7 \cdot p_{n-1} + v_{p,n}$ ,  $v_{p,n} \sim N(0, \tau_p^2)$ ——にさらに分解している。また季節成分  $s_n$  は、以下のようなフーリエ級数で簡単に表現している。

$$(3.2) \quad s_n = C_3 \cos\left(\frac{2\pi n}{12}\right) + C_4 \sin\left(\frac{2\pi n}{12}\right) + C_5 \cos\left(\frac{2\pi n}{6}\right) + C_6 \sin\left(\frac{2\pi n}{6}\right)$$

$C_1, \dots, C_7$  及び  $\tau_p^2$  は、最尤法で定めるパラメータである (ベイズの枠組では、超パラメータ)。従って、図 2(a) に示すように、得られる  $s_n$  のパターンは固定されている。

Chan and Ledolter と同様、ここでは 1 年周期と半年周期の変動のみに注目してみる。よって季節成分を、1 年周期成分  $s_{1,n}$  と半年周期成分  $s_{2,n}$  の和で表現する。各周期成分に対するシステムモデルは、 $T_1=12$  及び  $T_2=6$  とした QPO モデルであたえる。またトレンド成分は、1 階差確率差分方程式—— $t_n = t_{n-1} + v_{t,n}$ ,  $v_{t,n} \sim N(0, \tau_t^2)$ ——に従うものと仮定する。

これらのモデルは、5 次元の一般状態空間モデル (北川 (1996) を参照されたい) で表現できる。

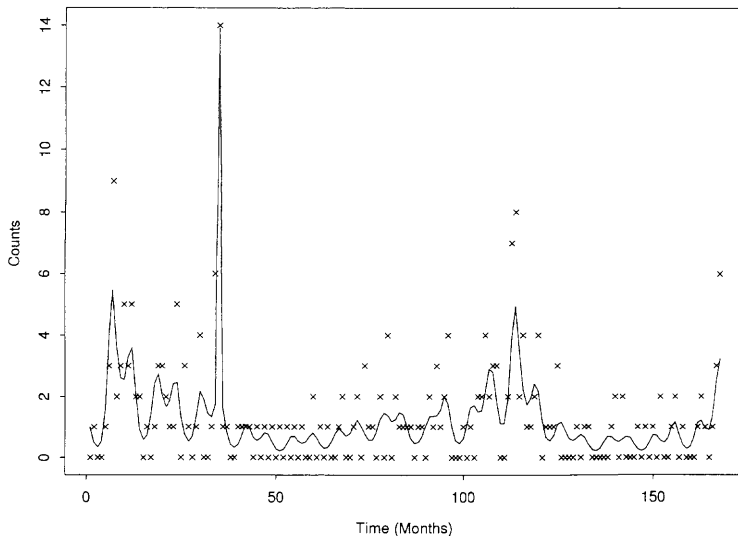


図 1. 月別ポリオ患者数。実線は、推定された時変ポアソン定数 (つまり平均値)。

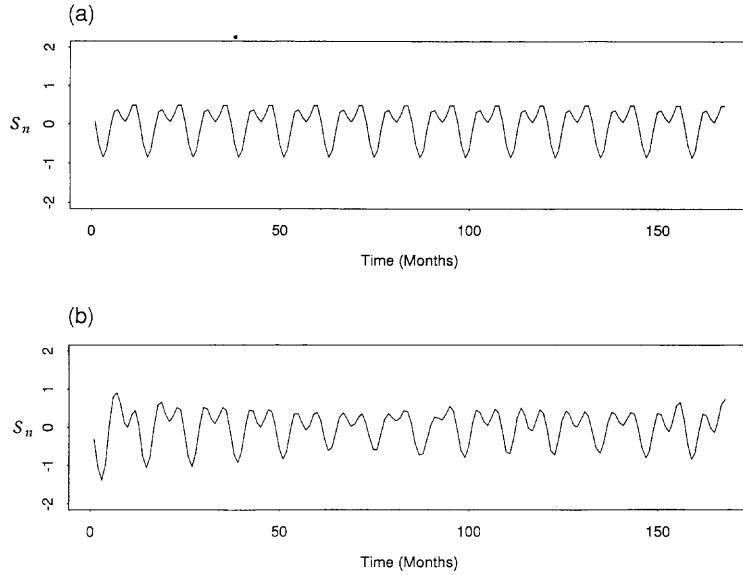


図2. (a) Chan and Ledolter (1995)で推定された季節成分. (b) QPO モデルを用いて推定した季節成分.

$$(3.3) \quad \begin{aligned} y_n &\sim \frac{e^{-\lambda_n} \lambda_n^{y_n}}{y_n!} \\ \lambda_n &= \exp(Hx_n) \\ x_n &= Fx_{n-1} + Gv_n \end{aligned}$$

ここで

$$(3.4) \quad \begin{aligned} H &= [1, 1, 0, 1, 0], \\ F &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cos\left(\frac{2\pi}{12}\right) & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ G &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ v_n &= [v_{t,n}, v_{1,n}, v_{2,n}]^T. \end{aligned}$$

状態ベクトル  $x_n$  は,  $x_n = [t_n | s_{1,n}, s_{1,n-1} | s_{2,n}, s_{2,n-1}]^T$  となる. また  $v_n$  は, トレース行列  $R = \text{diag}(\tau_1^2, \tau_1^2, \tau_2^2)$  の分散共分散行列をもつ  $v_n \sim N(0, R)$  に従うものとする. 最適化すべき超パラメータは,  $[\tau_1^2, \tau_1^2, \tau_2^2]$  の3つである.

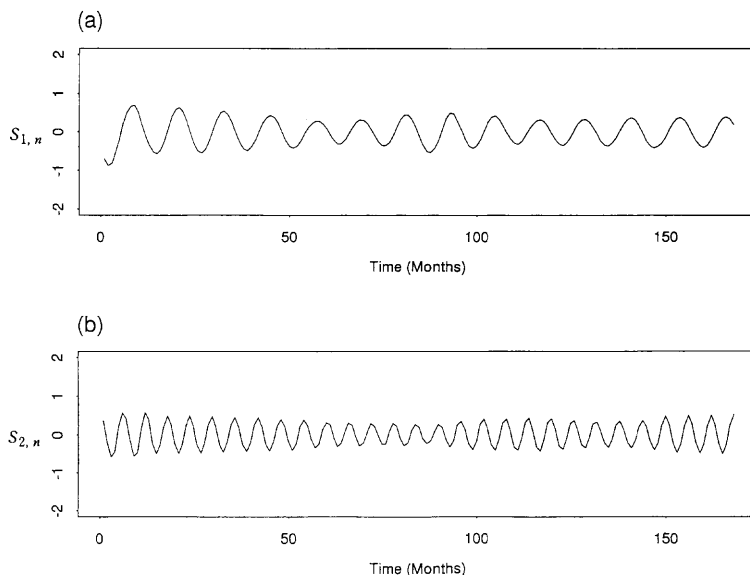


図3. (a) QPO モデルの1年周期成分. (b) 半年周期成分.

一般状態空間モデルでベイズモデルが表現できれば、データ  $Y_N = [y_1, \dots, y_N]$  が与えられたもとの状態ベクトル  $x_n$  の事後分布  $p(x_n | Y_N)$  は、モンテカルロフィルタと呼ばれる方法で数値的に求めることができる(北川(1996)を参照)。図1の実線は、モンテカルロフィルタによって求めた  $p(x_n | Y_N)$  を利用して計算した、時変平均  $\lambda_n$  のメジアンである。次に季節成分  $s_n = s_{1,n} + s_{2,n}$  のメジアンを図2(b)に示す。QPOモデルで推定された季節成分と Chan and Ledolter の結果を比較すると、両者の表現方法は全く違うにもかかわらず、季節パターンはよく似ていることがわかる。ただ、QPOモデルの結果には、季節成分の振幅値がゆるやかに変動していることがみてとれる。これはQPOモデルが deterministic なモデルでない利点である。QPOモデルの強みは、季節成分を構成する各周期成分の時間変化もすぐに見れることである。図3(a)に1年周期成分を、(b)に半年周期成分を示す。両成分とも途中での位相の変化などは見られない。

時系列モデルを状態空間モデルの形で表現できれば、 $Y_N$  が与えられたもとの1期先(この場合、1カ月先)の観測値の予測、つまり  $p(y_{N+1} | Y_N)$  も、モンテカルロフィルタを用いて数値的に求められる。もちろん、長期予測も同じ手続きを繰り返すだけであるから、原理的には可能である。したがって、小数計数時系列データでも、その季節効果までもを含めた予測が実現できることを述べておく。

### 3.3 数値的問題点

上述したように一般状態空間モデルにおける状態ベクトルの事後分布  $p(x_n | Y_N)$  は、すべての条件付確率分布がガウス分布となる通常の状態空間表現と違い、モンテカルロフィルタによって数値的な形——分布を近似する極めて多数の実現値の集まり——でしか求められない。この実現値は、モンテカルロフィルタで本質的な役割を果たす乱数値に依存するため、超パラメータを最適化するための尤度の値そのものも、発生した乱数に依存したサンプリング誤差の影響を受ける。従って最適な超パラメータ値の探索のためには、固定した超パラメータの値で多数回のモンテカルロフィルタを実行し、毎回得る尤度の近似値の平均(あるいはメジアン)などで目的関数の値を設定する必要がある。特に、システムノイズが非ガウス分布に従う場合は、

乱数の実現値に強く依存するため、十分な回数のモンテカルロフィルタの実行が必要である。ただし、本稿で取り扱ったような、システムモデルが線形・ガウス型で、観測ノイズを記述する分布のパラメータが、状態ベクトルの要素の線形結合にのみ依存しているモデル——Dynamic Generalized Linear Model と呼ばれる (West et al. (1985)) ——の場合には数値的な問題は少ない。

数値的な安定性の観点からモデルの性質がよければ、同一条件下でのモンテカルロフィルタの試行回数をおおさえる事は可能であるが、やはり計算量はかなり大きい。このような時に、状態ベクトルの変数に超パラメータの変数も取り込んだ自己組織型フィルタ (Kitagawa (1996)) を利用するとよい。あらかじめ粗く超パラメータの値をこのフィルタで最適化し、その推定値のまわりで、多数回試行による尤度推定でさらに細かく最適値を探索すれば、計算量を大幅に節約できる。例えば上記のモデルの場合、超パラメータの対数値を状態変数として次のように状態ベクトルに組み込む。

$$(3.5) \quad x_n = [t_n | s_{1,n}, s_{1,n} | s_{2,n}, s_{2,n} | \log \tau_{1,n}^2, \log \tau_{1,n}^2, \log \tau_{2,n}^2]^T$$

$(\log \tau_{1,n}^2, \log \tau_{1,n}^2, \log \tau_{2,n}^2)$  の各超パラメータに対するシステムモデルは、例えば  $\log \tau_{1,n}^2 = \log \tau_{1,n-1}^2$  のように、システムノイズが無いものとする。各超パラメータの対数値が広い範囲で一様分布になるような初期分布  $p(x_0 | Y_0)$  を与え、通常のモンテカルロフィルタの手続きにより事後分布  $p(x_N | Y_N)$  を求めれば、結果として自動的に最適な超パラメータの値は調節される。この最適化の副産物として、超パラメータ  $\xi = [\log \tau_1^2, \log \tau_1^2, \log \tau_2^2]^T$  が与えられたもとの尤度の値  $p(Y_N | \xi)$  も、 $\xi$  の関数として数値的に同時に得られる。

#### 4. ま と め

ベイズ型季節調整法の枠組で、自然科学領域で得られる時系列データに適したシステムモデルを紹介した。このモデルの実用性の高さを示すために、計数データの季節調整に応用した。あわせて、計算上の数値的問題点についてまとめた。

#### 謝 辞

参考文献を紹介して下さった統計数理研究所・尾崎教授に感謝いたします。

この研究は、平成8～10年度科学研究費国際学術研究「経済時系列データの季節調整法に関する研究(研究代表者：北川源四郎)」、また一部は平成8～10年度科学研究費基盤研究(A)「時系列解析ソフトウェアの組織化の研究(研究代表者：北川源四郎)」及び、平成8年度基盤研究(C)「自己組織型時系列フィルタの研究(研究代表者：北川源四郎)」の援助を受けている。

#### 参 考 文 献

- Akaike, H. and Ishiguro, M. (1980). BAYSEA, A Bayesian seasonal adjustment program, *Comput. Sci. Monographs*, No. 13, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
- Ameen, J. R. M. and Harrison, P. J. (1985). Normal discount Bayesian models, *Bayesian Statistics 2* (eds. J. M. Bernard, M. H. DeGroot and A. F. M. Smith), 271-298, Elsevier, North-Holland, Amsterdam.
- Bloomfield, P., Hurd, H. L. and Lund, R. B. (1994). Periodic correlation in stratospheric ozone data, *J. Time Ser. Anal.*, 15(2), 127-150.
- Chan, K. S. and Ledolter, J. (1995). Monte Carlo EM estimation for time series models involving counts,



- J. Amer. Statist. Assoc.*, **90**, 242-252.
- Fahrmeir, L. (1992). Posterior mode estimation by extended Kalman filtering for multivariate dynamic generalized linear model, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **87**, 501-509.
- Gordon, K. and Smith, A. F. M. (1990). Modeling and monitoring biomedical time series, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **85**, 328-337.
- Harvey, A. C. (1985). Trends and cycles in macroeconomic time series, *Journal of Business & Economic Statistics*, **3**(3), 216-227.
- Higuchi, T. (1991). Frequency domain characteristics of linear operator to decompose a time series into the multi-components, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **43**(3), 469-492.
- 樋口知之 (1995). 人工衛星時系列データの処理, 『時系列解析の実際II』(赤池弘次・北川源四郎 編), 133-149, 朝倉書店, 東京.
- Higuchi, T., Kita, K. and Ogawa, T. (1988). Bayesian statistical inference to remove periodic noise in the optical observation aboard a spacecraft, *Applied Optics*, **27**, 4514-4519.
- Ishiguro, M. and Sakamoto, Y. (1983). A Bayesian approach to binary response curve estimation, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **35**(1), 115-137.
- 川崎能典, 佐藤整尚 (1997). 季節調整の「最適性」について, *統計数理*, **45**(2), 245-263.
- 北川源四郎 (1993). 『時系列解析プログラミング』, 岩波書店, 東京.
- 北川源四郎 (1996). モンテカルロフィルタおよび平滑化について, *統計数理*, **44**(1), 31-48.
- Kitagawa, G. (1996). A self-organizing state-space model, 平成7年度科学研究費補助金(一般研究C)研究成果報告書「時系列解析における数値的方法の研究」, 107-121.
- Kitagawa, G. and Gersch, W. (1984). A smoothness priors-state space modeling of time series with trend and seasonality, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **79**, 378-389.
- Koike, K. (1990). A study on stratospheric ozone distribution with the backscattered ultraviolet spectrometer aboard the satellite OZORA, Doctor Thesis, Faculty of Science, University of Tokyo.
- Ozaki, T. and Thomson, P. J. (1994). A dynamical system approach to X-11 type seasonal adjustment Research Memo., No. 498, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
- Reinsel, G. C. and Tiao, G. C. (1987). Impact of chlorofluoromethanes on stratospheric ozone, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **82**, 20-30.
- West, M. (1995). Bayesian inference in cyclical component dynamic linear models, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **90**, 1301-1312.
- West, M. and Harrison, J. (1989). *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*, Springer, New York.
- West, M., Harrison, P. J. and Migon, H. S. (1985). Dynamic generalized linear models and Bayesian forecasting (with discussion), *J. Amer. Statist. Assoc.*, **80**, 73-97.
- Xufeng, Niu and Tiao, G. C. (1995). Modeling satellite ozone data, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **90**, 969-983.
- Zeger, S. L. (1988). A regression model for time series of counts, *Biometrika*, **75**, 621-629.

## A Seasonal Adjustment Designed to Deal with the Time Series Observed in the Natural Phenomena

Tomoyuki Higuchi

(The Institute of Statistical Mathematics)

A model to deal with an analysis of a seasonal time series observed in the natural phenomena is proposed. This model is considered within a framework of a generalized state space model and applied to an analysis of small count time series, polio incidence time series.