

## 公開講演会要旨

# 余震統計と地震活動計測モデル

統計数理研究所 尾 形 良 彦

(1996 年 11 月 6 日, 統計数理研究所 講堂)

### 要 旨

余震減衰の改良大森公式を拡張して、いかなる地震(余震を含む)もその規模(マグニチュード)に見合った余震活動の重ね合わせであるという、点過程 ETAS (Epidemic Type Aftershock Sequence) モデルを導入した。そのパラメタを推定し、当該地域の標準的な地震活動計測の「ものさし」として使うと、活動の異常な変化を浮き彫りにすることが出来る。特に、推定モデルによる地震発生率の予測に比べて実際の地震頻度が少なくなる「相対的静穏化現象」の研究は大地震の長期的予測や大余震の短期的予測の手がかりとして有望である。

### 余震の減衰法則

大きい地震が起きたとき、その後には余震が続く。それがそのまま終息してくれば良いのであるが、場合によっては人々はこれがもっと大きな地震の前触れではないかと不安に駆られる。その可能性を問われたときに地震学関係の識者がよく口にする文句に、「余震活動が順調に推移しているので…」というのがある。余震活動の順調な推移とは如何なるものであろうか。日本では大地震が頻発するため、余震のデータは古くから豊富である。19 世紀の大森房吉以来の研究にもとづく余震活動の経験法則によると、順調ならば、余震の単位時間当りの発生頻度は本震直後からの推移時間  $t$  について

$$(1) \quad \lambda_a(t) = \frac{K}{(t+c)^p}, \quad \theta = (K, c, p)$$

の様に逆べきに従って減衰することになっている。これは改良大森公式 (宇津 (1957), Utsu (1961), Utsu et al. (1995)) と呼ばれるものである。これまで、パラメタ  $\theta = (K, c, p)$  は、余震の発生個数と経過時間との関係を示す両対数グラフの漸近直線の傾きなどから推定されてきた。

### 非定常ポアソンモデル

これに対して、地震の頻度を数えるのではなく、発生時刻記録  $\{t_i\}$  をそのままデータとして使う点過程の最尤法がこの分野の統計的方法に新しい展開をもたらした。余震活動を非定常ポアソン過程と考え、その尤度関数

$$(2) \quad \log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \lambda_a(t_i) - \int_s^T \lambda_a(t) dt,$$

を  $\theta = (K, c, p)$  に関して最大化するパラメタを推定値とする最尤法によって、少数のデータか

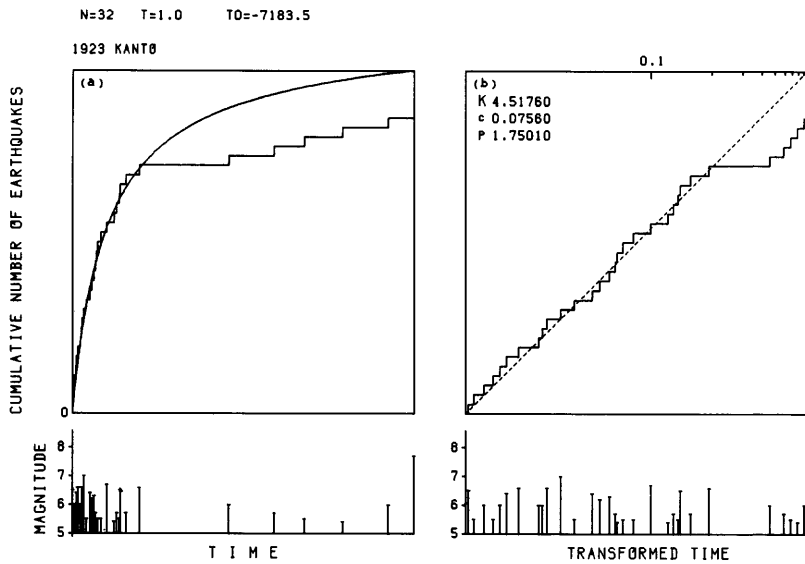


Fig. 1. The aftershock sequence of the 1923 great Kanto earthquake ( $M \geq 5.4$ ) until the occurrence of the off Katsuura earthquake ( $M 7.7$ ): (a) ordinary and (b) transformed times for about 24 hours' span. The diagrams indicate the estimated onset time of relative quiescence. In (b) the non-stationary Poisson-process model in (1) is fitted for the events until the onset time, and its cumulative curve of the residual process is extrapolated to the end of the whole period.

らでも、推定誤差を含めて求めることができるようになった (Ogata (1983)). 点過程による、この新しい統計的計測方法のもたらした効果は目ざましい。AICによるモデルの比較や推定されたモデルを「ものさし」(基準)に、データの不十分な検出などの人為的な汚染や、実際の地震活動の微妙な変化を見いだせるようになったからである (Ogata (1983), Ogata and Shimazaki (1984)).

たとえば Matsu'ura (1986) は 1923 年関東大地震の余震の解析を行っている。Fig. 1 は本震が起きてから 24 時間以内に発生した余震の時刻とマグニチュード、および累積余震数の推移が示されている。情報量規準 AIC によると、本震発生の時刻から 4~5 時間で余震活動が有意に変化しているという結果が得られる。滑らかな曲線は、本震直後のデータにもとづいて計算された、順調な場合の余震の予測数 (実数値)

$$\tau(t) = \int_0^t \lambda(s) ds$$

の推移を示す。実際に Fig. 1 で見るように、統計的に有意な変換点 (change-point) があって、そこを境に実際の余震数が前半のモデルによる予測数を有意に下回り、ついで本震発生からほぼ 1 日たってマグニチュード ( $M$ ) 7.7 の最大余震 (時間軸の右端) が発生している。この様に、予測された発生率以下の頻度の活動が有意に一定期間続くことを相対的静穏化現象と呼んでいる。

これを見易くするために Fig. 1(b) には地震発生の時間を余震の期待数  $\tau(t)$  (この場合では Fig. 1(a) の曲線) にもとづいて時間を伸縮変換した余震発生の時刻  $\tau(t_i)$  対マグニチュード  $M_i$ 、および  $\tau(t_i)$  対累積余震数  $i$  が示されている。当初の改良大森関数に従って減衰していれば点線で示すような直線上を累積関数が増加していく。この様にして、日本近辺における最近の余震活動を調べると、目立って大きな余震の前には多くの場合相対的静穏期が存在することが認め

られた (Matsu'ura (1986)). 最近では兵庫県南部地震発生直後の余震解析によって相対的静穏化現象を顕著に大きな余震の発生の直前に指摘した (松浦 他 (1995)). この様なオンライン解析は今後ますます重要になるであろう。

### Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) モデル

ところが、小さい地震が増えるに従って、余震の余震 (二次余震) などが顕著に見え始め、単純な本震・余震系列は実際には少ないことが分かる。その他にも、前震、群発地震などがあり、特に地震活動が活発な地域では、本震と思われていたものが他の地震の余震であったり、他地域の活動と相互関係があったりして、本震と余震の区別をつけることが困難になることが多い。しかし、これらの複雑な地震活動も、実は一つ一つの地震に対する改良大森関数の重ね合わせを用いて良く表現される。それは発生率の時間的推移が

$$(3) \quad \lambda(t) = \mu + \sum_{i < t} \frac{K e^{\alpha(M_i - M_0)}}{(t - t_i + c)^p}, \quad \theta = (\mu, K, c, \alpha, p)$$

によって表現されるもので、*Epidemic Type Aftershock Sequence* (ETAS) モデルと名付けられた (Ogata (1988, 1992)). 但し、総和  $\sum$  は時刻  $t$  以前に発生した全ての地震  $i$  について本震と余震の区別を問わず取るものとし、 $\mu$  はその様な余震の重ね合わせでは説明できない地震活動 (常時活動; Background seismicity) の地震発生率を示す定数である。ここで  $(t_i, M_i)$  は  $i$  番目の地震の発生時刻とマグニチュード、 $M_0$  は考慮している地震データの足切りのマグニチュードである。各地の地震活動は ETAS モデルによって計測され、その特徴は 5 つのパラメータ ( $\mu, K, c, \alpha, p$ ) で記述される。これらのパラメータは対数尤度 (2) を最大化することで求めることが出来る。その中でも  $\alpha$  と  $p$  が地震活動パターンをみるために重要である。特に  $\alpha$  値は群れの

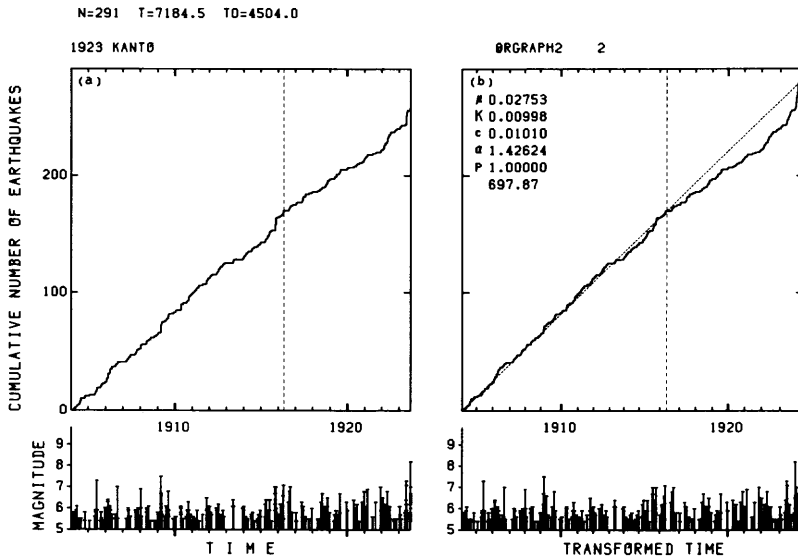


Fig. 2. Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with  $M \geq 5.4$  in the region in  $32\text{--}38^\circ\text{N}$  and  $136\text{--}144^\circ\text{E}$  versus time from 1904 till September 1, 1923, when Kanto earthquake ( $M$  7.9) took place: (a) ordinary and (b) transformed times. The vertical dotted lines indicate the estimated onset time of relative quiescence. In (b) the ETAS model in (3) is fitted for the events until the onset time, and its cumulative curve of the residual process is extrapolated to the end of the whole period.

大きさに対するマグニチュード差の効率性を示している。たとえば本震と余震の違いがはっきりし、二次余震が顕著でない地震活動は大きい $\alpha$ 値をとる。他方、群発地震の $\alpha$ は小さい値になることが多い。

相対的静穏化現象は、もともと広域地震活動の研究で見いだされた(尾形(1985), Ogata(1985, 1988))。ここでは、先の例(Fig. 1)にちなみ、関東大地震までの地震活動について見てみよう(データは宇津(1981)にもとづく)。Fig. 2(a)は関東・中部地方を含む広領域における1904年から1923年関東大地震までの地震発生の時刻とマグニチュード、および累積地震数が示されている。ETASモデルのAIC比較によると、1916年に活動の変化が認められる。この時期から地震累積数が予測累積地震数 $\tau(t) = \int_0^t \lambda(s) ds$ の推移より有意に下回っている。これはFig. 2(b)をみると分かり易い。そこには地震発生の時間を $\tau(t)$ に従って伸縮変換したときの地震発生の時刻とマグニチュード、および累積地震数が示されている。相対的静穏期が5年程続き、地震発生率の回復途上で関東地震が起きたことが見られる。

同様な現象が日本近辺における今世紀のすべてのM8クラスの巨大地震の前に見られた。静穏化の先行期間は数年から十数年にわたる。たとえば最近の例として1994年北海道東方沖地震(M8.3)の場合は、変化点の有意な16年程の明瞭な(相対的)静穏期が認められる(尾形(1995))。これらの結果をまとめると、相対的静穏期の期間の対数と本震のマグニチュードには正の相関が見られる(大竹(1993))。その一方で、現在まで長期間注目されている東海地域や房総沖の空白域を含む広域の中規模以上の地震データを解析しても相対的静穏期が見られなかった(Ogata(1992))。このように、ある領域周辺の相対的静穏化が認められないとき、そこで巨大地震が差し迫っている可能性は低いと考えて良いか否かの評価(逆予知, Antiprediction)も重要であろう。

## おわりに

以上に述べたETASモデルによる地震活動の同定、時間変換による異常の検出など、統計的方法のパーソナルコンピュータ用計算プログラムは、国際地震学・地球内部物理学会(ならびにアメリカ地震学会)より今春に出版される予定である(Utsu and Ogata(1997))。

しかしながら、中規模以下の地震について調べると、多くの場合困難に直面する。データが増えると地震活動のパターン(顔)の多様性が強まり、地域内の地震活動を単一のETASモデル( $\mu, K, c, \alpha, \beta$ )によって適切に表現できない場合が多くなる。地域的不均質性をどの様に取り扱うかという課題である。この様な困難からの出口として取り組んでいるのが、大量のパラメータを使うベイズ型統計モデルや時空間モデルである。

## 参 考 文 献

- Matsu'ura, R. S. (1986). Precursory quiescence and recovery of aftershock activities before some large aftershocks, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **61**, 1-65.
- 松浦律子, 平田 直, 卜部 卓(1995). 兵庫県南部地震の余震活動度の準リアルタイム監視—1月25日23時16分M4.7余震の事前予測, 地震予知連絡会会報, **54**, 600-619.
- Ogata, Y. (1983). Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by maximum likelihood procedure, *J. Phys. Earth*, **31**, 115-124.
- Ogata Y. (1985). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *Research Memo.*, No. 288, The Institute of Statistical mathematics, Tokyo.
- 尾形良彦(1985). マグニチュード付き点過程モデルの地震系列への適合とノイズ分析による巨大地震の予測, 統計数理, **33**, 21-25.
- Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point pro-

- cesses, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **83**(401), 9-27.
- Ogata, Y. (1992). Detection of precursory relative quiescence before great earthquakes through a statistical model, *J. Geophys. Res.*, **97**, 19845-19871.
- 尾形良彦 (1995). 地震活動の統計学, 数理科学, No. 389, 13-20.
- Ogata, Y. and Shimazaki, K. (1984). Transition from aftershock to normal activity: the 1965 Rat Islands earthquake aftershock sequence, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **74**, 1757-1765.
- 大竹政和 (1993). 空白域に地震が起こるか, 地震ジャーナル, **15**, 12-19.
- 宇津徳治 (1957). 地震のマグニチュードと余震の起こり方, 地震, 第2輯, **10**, 35-45.
- Utsu, T. (1961). A statistical study on the occurrence of aftershocks, *Geophys. Mag.*, **30**, 521-605.
- 宇津徳治 (1981). 関東・中部地方およびその周辺の地震活動 (1904年~1925年), 地震研究所彙報, **56**, 111-137.
- Utsu, T. and Ogata, Y. (1997). Statistical analysis of seismicity (SASEis), *Algorithms for Earthquake Statistics and Prediction, IASPEI Software Library*, **6**, International Association of Seismology and Physics of Earth's Interior, in collaboration with the American Seismological Society, 13-93.
- Utsu, T., Ogata, Y. and Matsu'ura, R. S. (1995). The centenary of the Omori Formula for a decay law of aftershock activity, *J. Phys. Earth*, **43**, 1-33.