

研究会報告

乱流の統計理論とその応用

平成9年度 統計数理研究所 共同研究 (9-共会-7)

開催日：1997年11月10日～11日

研究代表者：岡崎 卓 (統計数理研究所)

下村 裕 (慶應義塾大学)

藤 定義 (京都大学)

乱流現象を支配する統計法則を明らかにし、応用に寄与することを目指す本研究会では、「乱流における構造」と「圧縮性の効果および燃焼への影響」を2本の柱として12の講演が行われた。

しばしば「乱流は渦である」と解説され、また各種の可視化装置は乱流中のきれいな渦や噴出する渦群の見事な映像を提供するが、渦は乱流に限らず殆どの流れに見られるから、渦あるいは高渦度領域の存在が乱流を十分に定義するとは言い難い。また近年の解析的統計理論は平均速度やエネルギースペクトルなどの統計量を極めて高い精度で算出してくれるものの、その理論からは乱流現象を現出維持する機構が見えて来ない。乱流の本質を理解するには、不定形の流体中に、例えば渦度やストレインの強い領域という構造を考えると共に、構造という言葉の中に構造自身の時間的変容・生成消滅の概念を含め、乱流が乱流であるために構造が果たしている動力学的役割に注目すべきではないか？ この視点から第1の柱を構成する下記6～12の講演が行われた。この講演を巡っては、過去長年に亘って繰り返されてきた渦と乱流にまつわる議論を越える新理論の誕生をうかがわせる程に豊かな質疑討論が交わされ、実験家にも統計理論家にも新たな乱流像を与えたものと推察する。

この十数年間に非圧縮性流体に関する乱流理論が大いに整備されるに至り、統計理論家の関心はより複雑な圧縮性流体における乱流の解析に向かいつつある。この趨勢を背景に第2の柱を構成する講演1と2は、圧縮性に伴って考慮すべき点を指摘して必要な定式化を示し、微小場解析による圧縮性流れの topology を考察したものである。

乱流燃焼は、圧縮性に加え化学反応を伴う点で、更に困難で厄介な研究対象であるが、今や研究家はこの分野にも新理論を提起すべく活躍を始めた。講演3, 5, および6により火炎伝播および熱伝達の機構について従来の燃焼理論よりも一段と詳細な解析が報告され、この分野における研究の進むべき方向が示されたものと解する。

また講演4は、電磁場の自由度を付加したプラズマ乱流について、新たな理論的成果を紹介したものである。非線形安定状態の存在と意義に関する示唆に富んだ解説は、通常の流体乱流についてもその維持機構を理解するに有益な手がかりを各参加者に提供したと信ずる。

以上の通り、本研究会の開催によって知識の伝達と情報の交換が行われ、相互啓発・研究交流という所期の目的は十分に達成されたと考える。

(岡崎 卓)

プログラム

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. 超音速せん断乱流における圧縮性の影響 | 藤原 仁志 (航技研) |
| 2. 圧縮性乱流の位相幾何学的構造 | 前川 博 (電通大・工) |
| 3. 乱流燃焼場における熱輸送の逆こう配拡散現象 | 田川 正人 (名工大・工) |
| 4. 高温プラズマの揺動と輸送理論について | 伊藤 公孝 (核融合研)・
伊藤 早苗・矢木 雅敏 (九大・応力研)・
福山 淳 (岡山大・工) |
| 5. 直接数値計算による乱流燃焼機構の解明と乱流燃焼
モデルの構築 | 店橋 護 (東工大・工) |
| 6. 渦と火炎の干渉 | 長谷川達也 (名工大・工) |
| 7. 乱流の構造とその動力的役割 | 藤 定義 (京大・理) |
| 8. 壁乱流における秩序構造の観察 | 浅井 雅人 (都立科技大・工) |
| 9. 乱流中の渦構造の定義と抽出 | 三浦 英昭・木田 重雄 (核融合研) |
| 10. 乱流の統計と構造——間欠性と分布関数—— | 後藤 俊幸 (名工大・工) |
| 11. 回転成層乱流中の構造 | 木村 芳文 (名大・多元数理) |
| 12. 一様等方性乱流の構造——渦度と物質要素の伸長—— | 大木谷耕司 (京大数理研) |

超音速せん断乱流における圧縮性の影響

航空宇宙技術研究所 原動機部 藤原 仁志

平均速度が音速と同じオーダーになる高速流では、乱れ速度もまた音速と同じオーダーとなる可能性がある。このような流れの計算では、乱流における圧縮性の影響、つまり密度の変動や乱れ速度の発散が0でないことによる影響を原則として考慮する必要がある。しかし、現在では圧縮性流れの計算にも非圧縮性を仮定した乱流モデルをそのまま用いることが多く、それなりの成果をあげている。

一方、超音速燃焼器内に生じる混合層の拡大率の数値計算では、非圧縮性を仮定した乱流モデルを用いても実験値と一致する結果が得られない。このため、圧縮性を考慮した乱流モデルを構築し、それを組み込んで計算を行おうとする試みが多数なされている。また、近年では乱流における圧縮性の影響を調べるために、圧縮性乱流の直接数値計算 (DNS) が盛んに行われている。本研究ではマッハ数が増加する事により、乱流の強度や非等方向がどのように変化するのかをラージ・エディ・シミュレーションを行うことにより調べたのでそれについて報告する。また、この乱流における圧縮性の影響が、実際の高速混合層においてどのような変化を引き起こすのかを考察する。

圧縮性の混合層のラージ・エディ・シミュレーションを行ったところ、混合層の成長率がマッハ数の増加と共に小さくなった。その原因を調べるために乱れの各方向の成分を調べると、マッハ数の増加に伴って流れ方向の速度変動は減少が小さいが、流れに垂直な方向の速度変動の減少が著しいことがわかった。マッハ数が増加すると乱れの非等方向性が増す傾向がある。このことは、すなわち圧縮性の影響で圧力歪み相関項による乱れの再分配が抑制されることを示唆している。このことは、すでに実験や数値計算に基づく結果から2, 3報告されている。今回のラージ・エディ・シミュレーションの結果から圧力歪み相関項を計算したところ、やはりマッハ数の増加に伴って圧力歪み相関項が減少していた。ただし、混合層において層流から乱流へ遷移する際にも線形安定性がマッハ数によって変化し、似たような圧縮性の影響が現れることが考えられる。今回の計算ではレイノルズ数がそれほど大きくないので、レイノルズ数のもっと大きな完全乱流でどのようなようになるかを検証する必要がある。ただし、実験結果でも非等方向性の増加が報告されているので上記の結果は発達した乱流でも成り立つであろう。

圧縮性が大きくなると圧力歪み相関項の割合が減少すると考えられるが、このことは乱れの非等方向性を拡大させるためレイノルズ応力の減少を招く。このため、上記の混合層の流れなどでは、圧縮性が大きくなると乱流拡散が不活発になり、成長率が低下する。圧力歪み相関項の働きが小さくなる原因としては、乱流マッハ数の増加と共に圧力変動の乱流エネルギーに対する割合が小さくなることがあげられる。このことに着目して、応力方程式モデルにおける圧力歪み相関項に乱流マッハ数の影響を組み込めば、計算の予測精度が良くなる。本研究では最も簡単な形の応力方程式モデルであるLRRモデルに、乱流マッハ数によって変化するダンピング関数を導入することを提案した。

圧縮性乱流の位相幾何学的構造

電気通信大学 工学部 前川 博

近年、乱流を研究する人々の間において三次元乱流運動と乱流統計量の関係について関心が

高まっている。数値シミュレーションや計測機器の発達により、膨大なデータを得ることが可能になっているためである。そのような非常に多くのデータによって与えられる流れ場を解析する手法として位相幾何学的分類法は有益であることが認識されはじめた。Poincaré によってはじまる位相幾何学的方法は常微分方程式系の解曲線の安定的性質を研究する手段として用いられ、のちに微分可能多様体の大域的理論としてめざましい発展を遂げたことは言うまでもない。

解軌跡の特異点や安定性の概念を導入した孤立特異点の分類法（臨界点理論）は、乱流としての各時刻における流れ場の渦度やひずみが支配的領域の分類法（Perry and Chong (1987)）として非圧縮性流体の流れに最近適用されはじめた。乱流においては古典的 Kolmogorov 法則が示す速度変動エネルギーのカスケードプロセスにおいて、エネルギーを受取る側の高波数領域の微細渦の振舞いは従来ほとんど明らかにされていない。圧縮性乱流においては非圧縮性流れと異なるエネルギー散逸機構をもっていることが知られ、さらに変動圧力と速度膨張項の相関に示される速度変動エネルギーの伝達を支配する圧縮性流体固有の機構がある。

これらの機構とその流体運動との関係を等方性圧縮性乱流について研究しその結果を紹介した。例えば、

- (1) 高散逸領域は、流体運動のトポロジーの中で不安定結節鞍状点 (unstable-node-saddle) を示す流れパターンが支配的である。さらに、トポロジーが渦状点 (unstable-focus-compressing/stable-focus-stretching) の流体運動が高散逸領域の中に存在する。これは、乱流マッハ数が大きくても普遍である。
- (2) 流れのトポロジー分布の詳細は初期条件に依存しているが、十分時間が経過した状態ではトポロジーはマッハ数や初期条件にかかわらず不変量空間 (P, Q, R) における強い指向性をもっている。これらのパターンが存在する機構は不変量 (P, Q, R) 空間の幾何学的特徴をとらえることによって理解されることを示し、速度勾配テンソルの時間発展方程式を支配するこれらの不変量が表す幾何学 (カスプ点は $Q=P^2/3, R=P^3/27$) を紹介した。詳細は 桧山 他 (1997) を参照されたい。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費一重点領域 (No. 06231206) によって行われた。ここに感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 桧山貴志, 前川 博, 松尾裕一(1997). 一様等方性圧縮性乱流の位相幾何学的構造, 日本機械学会論文集 (B集), 63(605), 167-174.
 Perry, A. E. and Chong, M. S. (1987). *Annual Review of Fluid Mechanics*, 19(11), 125-155.

乱流燃焼場における熱輸送の逆こう配拡散現象

名古屋工業大学 工学部 田 川 正 人

流れの乱れは、運動量、熱、物質の輸送 (拡散) を飛躍的に促進する。たとえば、熱輸送の促進は次のように説明される。乱流中での輸送現象は、分子拡散 (熱伝導) と乱流拡散の和で表される。熱伝導はフーリエの法則で記述され、熱は温度分布の高い方から低い方へ、そのこう配に応じた量が輸送される。その比例係数が熱伝導率である。乱流拡散もこのフーリエ則と

等価な形式で表され、比例係数は「渦拡散係数」と呼ばれる。熱伝導率が物性値であるのに対して、渦拡散係数は乱流場の関数である。熱の渦拡散係数は通常は正の値となり、その場合の乱流拡散は「こう配型拡散」とよばれる。つまり、熱伝導率に渦拡散係数が上積みされて実質的な輸送係数（見かけの熱伝導率）が増大し、熱輸送は促進される。ところが、ごくまれに熱輸送が乱れによって逆に抑制される場合がある。すなわち、渦拡散係数が負の値となって、乱れによる熱輸送は平均温度分布のこう配に逆らうように発生する。直感に反するこの特異な現象は、熱輸送（乱流熱流束）に限らず、運動量（レイノルズ応力）および物質濃度（乱流質量流束）についても同様に存在し、「逆こう配拡散現象」と総称されている。現在、現象の本質を解明するとともに、逆こう配拡散現象が発生すると標準的な乱流モデル（渦拡散係数が正であることを前提とする数値モデル）が破綻することをいかに解決するかが重要な研究課題である。

ここで紹介する研究（Hardalupas et al. (1996)）の目的は、逆こう配拡散現象が乱流燃焼場の熱輸送に支配的な役割を演じていることを、乱流熱流束（速度と温度の変動の相関量）を測定することによって直接的に立証し、そのメカニズムを解明することである。データ解析には、乱流の構造解析で威力を発揮している統計的手法（Nagano and Tagawa (1988, 1990)）を援用し、乱流燃焼場の確率構造の同定を通して、逆こう配拡散現象の特性を明らかにしている。普遍性の高い乱流燃焼モデルの開発および改良へ向けたデータの整備と基礎的知見の蓄積が課題である。

参 考 文 献

- Hardalupas, Y., Tagawa, M. and Taylor, A. M. K. P. (1996). Characteristics of countergradient heat transfer in a non-premixed swirling flame, *Developments in Laser Techniques and Application to Fluid Mechanics* (eds. R. J. Adrian, D. F. G. Durão, F. Durst, M. V. Heitor, M. Maeda and J. H. Whitelaw), 159-184, Springer, Berlin.
- Nagano, Y. and Tagawa, M. (1988). Statistical characteristics of wall turbulence with a passive scalar, *J. Fluid Mech.*, **196**, 157-185.
- Nagano, Y. and Tagawa, M. (1990). A structural turbulence model for triple products of velocity and scalar, *J. Fluid Mech.*, **215**, 639-657.

高温プラズマの揺動と輸送理論について

核融合科学研究所 伊藤 公孝

九州大学 応用力学研究所 伊藤 早苗・矢木 雅敏

岡山大学 工学部 福山 淳

高温プラズマの研究の中で、異常輸送の問題は最も興味深い問題と考えられる。高温プラズマの閉じ込めとは、エネルギーの流れによって温度勾配を維持する事でもあり、「勾配」と「流れ」の法則の解明が第一義に重要である。「遠非平衡系、分岐性、閉じ込め構造の自己形成」という視野から理論的な定式化を進めてきた（伊藤 他 (1994)）ので、この機会に簡単に紹介する。

非線形非平衡現象の解明には、線形応答を超えた理論が求められる。統計力学に準粒子という考え方があり、プラズマでは熱揺らぎを繰り込んだ Debye シールドが導入され、dressed-test-particle の方法論がある。その考えを延長し、dressed-test mode という方法を考えた (Itoh

et al. (1992)). 乱流が存在する媒質中で、着目するテスト・モードが如何に振る舞うか解析する。バック・グラウンド乱流を繰り込んだ誘電率テンソルを求め、その固有値から乱流レベルやスペクトルを求める理論である。その方法を用い、閉じ込められたプラズマの揺らぎは、subcritical turbulence として理解されるものであり、不均一プラズマでは揺動が揺動を生み出し、支えている事を明らかにした。具体的には、電子の粘性に着目し非線形不安定性の機構を求め、輸送係数を求める事ができる。その結果、たとえば電流拡散型乱流の場合、圧力勾配が強くなると輸送係数とプラズマの分布の間に (1) $\chi \propto |\nabla p|^{3/2}$ (熱拡散係数)、(2) $l \propto |\nabla p|^{1/2}$ (揺動の相関長)、のような「べき則」が得られる (p は圧力)。また、圧力勾配がゼロなら熱揺らぎに基づく輸送係数 (衝突拡散係数) が現れるが、勾配に臨界値があって、それを境に乱流輸送に遷移することになる。この解析から、「勾配」が乱流を司るオーダー・パラメタであるとの考えに発展し、乱流・勾配が一体になって時空構造を展開してゆく事を示した。勾配のべき乗で表現される揺動の性質は、非平衡での特質を反映したもので、指数は「非平衡指数」とでもいづれ呼ばれるであろう。こうした結果は、乱流の非線形シミュレーションでも確認され、また統計的性質も研究されている (Yagi et al. (1995))。

分岐と hysteresis が閉じ込めプラズマを理解するもう一つの鍵である (Itoh et al. (1991))。プラズマの表面付近の圧力勾配が突然増加し、急峻な分布が形成される事が知られており、それを H-mode と呼んでいる。H-mode は、閉じ込め時間の改善をもたらしたが、それと同時に、「径電場」の分岐を通じ、輸送係数自体が不連続に変化するものであることを明らかにした点も重要である。プラズマの勾配が揺動を生み出すのだが、電場や磁場と言った「場」の勾配が揺動を抑えたり増大させたりする。自己維持乱流に対し、場の構造の及ぼす影響を求める事ができる。プラズマの流れには「プラズマ」の分布と「場」の分布が結びあって影響する。もちろん、「場」の構造はプラズマの流れの定めるものであり、プラズマと電磁場の分布が結びあって、閉じ込めプラズマの姿やダイナミクスを定めている。H-mode の輸送障壁や内部輸送障壁の発生の理論も展開されており、実験との比較も進んでいる (Fukuyama et al. (1995))。

参 考 文 献

- Fukuyama, A., Itoh, K., Itoh, S-I., Yagi, M. and Azumi, M. (1995). Transport simulation on L-mode and improved confinement associated with current profile modification, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **37**, 611-631.
- Itoh, K., Itoh, S-I. and Fukuyama, A. (1992). Theory of anomalous transport in high-aspect-ratio toroidal helical plasmas, *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 1050-1054.
- Itoh, S-I. and Itoh, K. (1991). Edge localized mode activity as a limit cycle in tokamak plasmas, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 2485-2488.
- 伊藤早苗, 伊藤公孝, 福山 淳(1994). 高温プラズマにおける乱流と輸送の自己形成と維持, 日本物理学会誌, **49**, 795-802.
- Yagi, M., Itoh, S-I., Itoh, K., Fukuyama, A. and Azumi, M. (1995). Self-sustained plasma turbulence due to current diffusion, *Physics of Plasmas*, **2**, 4140-4148.

直接数値計算による乱流燃焼機構の解明と乱流燃焼モデルの構築

東京工業大学 工学部 店 橋 護

多くの燃焼器内の流れは乱流状態にあり、高効率の実用燃焼器を設計・開発するためには、乱流中での燃焼機構を解明し、高精度乱流燃焼モデルを開発する必要がある。しかし、乱流燃

焼は乱流場と化学反応が相互に干渉し合う非常に複雑な現象であり、実験的あるいは理論的な取り扱いが非常に困難であったため、乱流燃焼機構の解明は十分に行われていない。

乱流燃焼モデルを開発する上で、最も重要な要素は乱流燃焼速度(乱流中での燃料消費速度)の予測である。燃焼条件にも依存するが、乱流燃焼速度は層流燃焼速度(層流での燃料消費速度)の数倍~数十倍にまで達する。乱流燃焼速度の増大は、次のような機構によると考えられている。1. 乱流運動により火炎面が湾曲し、火炎面面積が増加することにより全体の燃料消費率が上昇する。2. 乱流と火炎の干渉により、乱流中の火炎要素の火炎構造が変化し、火炎要素の局所火炎構造が層流火炎とは異なる。3. 乱流の微細構造(渦管)に沿って、火炎が高速で伝播する(1と2とも関連)。しかし、これらの詳細は未だ明らかにされていない。

近年の高速・大容量計算機の発達により、高精度数値解析手法を用いた乱流場の直接数値計算(DNS)が可能となり、これらの結果は乱流研究の進展に大きく貢献している。このようなDNSの手法は、乱流燃焼にも拡張され、これまで未解明であった乱流火炎の構造が明らかにされつつある(Poinsot et al. (1996), 宮内・店橋 (1997), 店橋・宮内 (1997))。乱流運動による火炎面面積の増加は、火炎面形状のフラクタル特性を用いることにより表現することが可能である。火炎面のフラクタル特性は、詳細な化学反応機構を考慮に入れたDNSによって詳細に調べられており、当量比(燃料と酸化剤の混合比)や予熱温度(未燃ガスの温度)等の影響が明らかにされている。乱流火炎の特性は層流燃焼速度と乱流強度の比によって分類され、乱流中の局所火炎構造は、火炎面の曲率と火炎面に対して接線方向に作用する歪み速度によって決定されるものと考えられている。火炎面曲率及び接線方向の歪み速度と局所火炎構造の関係についてもDNSによって詳細に解析され、乱流燃焼モデルの構築に有用な知見を与えている。また、乱流の微細構造と火炎の相互作用についてもDNSによって研究が行われている。

参 考 文 献

- 宮内敏雄, 店橋 護 (1997). 乱流燃焼のDNSの現状, *ながれ*, **16**, 203-208.
Poinsot, T., Candel, S. and Trounev, A. (1996). Applications of direct numerical simulation to premixed turbulent combustion, *Progress in Energy and Combustion Science*, **21**, 531-576.
店橋 護, 宮内敏雄 (1997). 乱流と火炎の相互作用——乱流燃焼のDNS——, *ながれ*, **16**, 391-397.

渦と火炎の干渉

名古屋工業大学 工学部 長谷川 達 也

乱流予混合火炎の構造やモデルを物理的に考察するために、渦管と予混合火炎の干渉を考える。ここで渦管は高レイノルズ数乱流の微細構造のモデルである。渦管と火炎が垂直な配置にある場合には、渦管の周方向速度と同程度の速度で火炎が渦管に沿って伝播することが実験的に知られている。しかし実験では渦管の直径は火炎厚さに比べて100倍程大きく、乱流の微細構造を表すような、火炎の厚さ程度の小さな直径をもつ渦管に沿って火炎が伝播するのかどうかは実証されていない。また渦管の最大周速度、直径、火炎の密度変化と伝播速度がどう関係するのか、伝播の機構は何なのかも明確ではない。そこで、火炎に垂直な配置をとる火炎厚さ程度の直径を持つ渦管と予混合火炎の干渉について数値シミュレーションを行った(Hasegawa et al. (1995), Hasegawa and Nishikado (1996))。

計算結果は以下のものである。火炎厚さ程度の渦管であっても、周速度が十分大きければ、

渦管に沿って火炎が加速される。また周速度が大きくなると、それだけ速く火炎が移動し、渦管の直径が大きくなるほど火炎の移動は速くなる。

次に火炎伝播の機構について考察する。これまでに火炎前後の渦管中の圧力勾配が火炎を加速するという説と、火炎の密度勾配と渦管の半径方向の圧力勾配によって生じるバロクリニック渦が火炎を加速するという説が出されている。しかし理論的に得られる伝播速度と周速度、渦管直径、密度変化の関係は異なる。密度変化の効果を除いて考えると、圧力勾配が原因であるとすると、伝播速度は最大周速度に比例し、渦管直径には依存しない。一方、バロクリニック渦が原因であるとすると、伝播速度は最大周速度の二乗と渦管直径に比例する。本研究で得られた結果は、後者の説に近い。バロクリニック渦を可視化すると火炎領域において渦輪が生成していた。以上のことから、バロクリニック渦の生成が火炎伝播を起こしている可能性が強いと思われる。

参 考 文 献

- Hasegawa, T. and Nishikado, K. (1996). Effect of density ratio on flame propagation along a vortex tube, *Twenty-Sixth Symposium on Combustion*, 291-297.
- Hasegawa, T., Nishikado, K. and Chomiak, J. (1995). Interaction of a fine vortex tube with a premixed flame, *Combustion Science and Technology*, 108, 67-80.

乱流の構造とその動力的役割

京都大学大学院 理学研究科 藤 定 義

乱流は時間的空間的に乱れた状態であるが、その乱れは必ずしも一様ではない。この非一様性は構造として理解される場合がある。一様等方乱流では、非一様性は乱流揺らぎの間欠性として統計的に定式化されるが、管状の集中渦がその実体として推測されておりまた数値シミュレーションで観測されている。しかし、構造自身やその動力学の理解と間欠性の統計的表現との間には、いまだかなりの隔たりがありその解明が望まれる状況である。

一方壁乱流では、粘性が卓越する壁近傍においてバーストと呼ばれる乱流生成現象が発見されて以来、その実体としての渦構造が提案されてきた。これらの構造は、条件付き抽出法に基づく静的な描像や運動学による考察がその根拠になっており、研究は構造の博物学の段階から大きく外れることはなかった。今回の研究会の一つのテーマは、このような状況の中で乱流中の構造を集中的に扱い総合的な視点から構造の役割を理解することであった。テーマが大きすぎたために不十分なものとなったが、少なくとも構造を通して乱流の理解が深まる可能性を示唆できたのではないかと思う。

本講演では、壁乱流の構造の動力的記述についてレビューを交えた報告を行った。チャンネル流乱流の秩序構造として、境界層下部のストリークと縦渦が知られている。この2種の秩序構造相互の関係はいまだ明らかではないが、バーストと呼ばれる壁付近の乱流乱れ生成において中心的な役割を果たすと考えられている。

秩序構造の成因についてのダイナミックスに基づく研究はそれほど多くはない。その理由は乱流自身のもつ複雑さのためであるが、Jiménez and Moin (1991) は Poiseuille 流に対し乱流の性質を維持する最小の空間領域をもつ流れ—ミニマル流—を見出し、壁乱流の素過程研究に先鞭をつけた。Hamilton et al. (1995) は、Couette 流ミニマル流を調べ、ストリークと渦構造相互の関連を生成消滅の1つのサイクルとして記述出来ることを示しこれを SSP (self-

sustaining process—自己維持過程）と呼んだ。Jeong et al. (1997) は、Poiseuille 乱流において、壁近傍に正負の縦渦構造がストリークを挟んで交互に存在することを示した。

本報告では、Jeong et al. の見出した渦構造は、SSP 的なサイクルのうち発達した準 2 次元ストリークが 3 次元不安定化する過程を通して形成されることを示した。また、発達した千鳥構造の縦渦のうち、正負の渦がストリーク上で交差するヘッドテール部分で壁からの強い吹き出しが引き起こされることがわかった。この強い吹き出しが、乱流揺らぎを生成し中央部へ輸送する主体であると考えられる。更に、SSP 的なサイクルを閉じるための準 2 次元化もこの吹き出しが原因であると示唆される。

参 考 文 献

- Hamilton, J. M., Kim, J. and Waleffe, F. (1995). Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures, *J. Fluid Mech.*, **287**, 317-348.
- Jeong, J., Hussain, F., Sohoppa, W. and Kim, J. (1997). Coherent structure near the wall in a turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, **332**, 185-214.
- Jiménez, J. and Moin, P. (1991). The minimal flow unit in near-wall turbulence, *J. Fluid Mech.*, **225**, 213-240.

壁乱流における秩序構造の観察

都立科学技術大学 工学部 浅井 雅人

乱流境界層中に一連の組織だった運動の存在が指摘されて以来秩序構造に関する多くの研究がなされてきた。壁近くにはいわゆるバースティング現象と関連した、スパン方向に 100 (内層スケール) の平均間隔で並び、流れ方向に 500~1000 (内層スケール程度) の長さを持つストリーク構造が存在し、外層領域には境界層厚さの数倍の大規模バルジ構造が観察される。また、詳細な実験観察や最近の数値シミュレーションにより壁近くのストリークと関係した縦渦あるいは縦渦対 (ヘアピン渦) の動きが調べられ、乱流維持のためのそれらの再生機構の重要性が指摘されている。

本講演では、それら壁乱流中の組織渦構造を、高速ビデオカメラで撮影された平板上乱流境界層 (運動量厚に基づくレイノルズ数 1100~1250) の可視化映像で紹介し、また、乱流維持の最小レイノルズ数域で観察された壁乱流構造の発生過程について概説した。

平板境界層の最小遷移レイノルズ数は 130 程度 (運動量厚に基づく) であり、これはチャネル流や円管流における乱流発生の最小レイノルズ数と同じである。この低レイノルズ数域で周期的に導入したヘアピン渦による亜臨界遷移実験 (Asai and Nishioka (1995, 1997)) によると、渦の脚部に相当する縦渦対の通過とともに低速ストリークが発達し、低速ストリーク上の速度分布の変曲点不安定および縦渦と壁との干渉 (非定常剝離) によるヘアピン渦の生成が続くことにより乱流への遷移軌道にのる。

また、局所的な乱流域 (乱流楔) のスパン方向の広がり注目すると、縦渦の誘起場による周囲 (層流境界層) の渦線の変形と境界層速度勾配による傾斜・伸長により周囲 (横) にも新たに縦渦・ストリークが生まれていく。数値実験で観察されるようなストリークが流れ方向に対して傾きながら移流する様子も見られるが、発達した乱流を支配する組織構造と遷移過程で生まれていく渦構造との関連性についてはさらに詳しく調べる必要がある。ただし、壁近くの流れは、可視化による比較に関する限り、大規模渦構造が発達するレイノルズ数 1000 程度の場合

合と壁領域で生まれた渦が境界層外縁まで支配する上記低レイノルズ数の場合とは本質的な違いがないように見える。

参 考 文 献

- Asai, M. and Nishioka, M. (1995). Boundary-layer transition triggered by hairpin eddies at subcritical Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, **297**, 101-122.
 Asai, M. and Nishioka, M. (1997). Development of wall turbulent structure in transitional flows, *Theoretical and Applied Mechanics 1996* (eds. T. Tatsumi, E. Watanabe and T. Kambe), 121-138, Elsevier, New York.

乱流中の渦構造の定義と抽出

核融合科学研究所 理論シミュレーション研究センター 三浦 英昭・木田 重雄

これまで、如何に渦を定義し、渦構造を抽出するかについて、多数の研究がなされてきた。この背景には、流体の最も基本的な運動である渦をどのように理解するか、そしてそれを乱流現象の解明に役立てようという動機がある。本講演では最初に、流線、渦線、エンストロフィー密度、圧力、 Q 定義、 Δ 定義など様々な渦の可視化法を検討した。(これらの方法については、Kida and Miura (1997) を参照されたい。)

いくつかの方法に共通している問題点として、渦領域を表す等値面の閾値を一意に決定しようとする、その等値面の中に含まれる領域が大きくなりすぎて構造が抽出できず、閾値を適当に変えて渦構造を明かにすると閾値に客観性がなくなるという矛盾を抱えていることが挙げられる。このような困難を克服するため、客観的な渦構造の定義・抽出法として、我々が最近開発した圧力断面極小旋回法 (Miura and Kida (1997), Kida and Miura (1997)) を導入し、従来の方法との比較を行った。

圧力断面極小旋回法は、旋回渦が存在する面の上では圧力が極小点をもつ傾向にあるという性質を利用して、以下のように渦構造を抽出する。最初に、圧力のヘシアン Δ の2固有値が正であるという条件を用いて圧力の2次元極小点を得る。次に、この極小点の周りに旋回流が存在するか否かを、この面の上に射影された流線のトポロジーを調べることで判定する。旋回流を伴う圧力の断面極小点を連結することで、旋回渦の中心軸(スケルトン)が構築できる。また、スケルトンの構築と同時に、渦が旋回している領域(渦のコア領域)も同時に定義する。

この方法で構築したスケルトンを圧力、エンストロフィー密度、 Q 、 Δ などの等値面と共に描くことで、スケルトンはこれらの従来の方法で定義される渦構造の中心に確かに存在する一方、その等値面の外にも旋回渦が存在することが明かになった。また、この方法の導入により、管状渦構造の長さ、断面、渦間の距離などの様々な統計的解析が可能になった。例えば、典型的な管状渦の直径は、コルモゴロフ長の8倍程度であり、これは従来調べられて来た結果とほぼ同程度である。今後は、この手法を用いて一様等方乱流における渦の様々な性質を調べて行くことにしたい。

参 考 文 献

- Kida, S. and Miura, H. (1997). Identification and analysis of vortical structures, *European J. Phys. B./ Fluids* (submitted).

Miura, H. and Kida, S. (1997). Identification of tubular vortices in turbulence, *J. Phys. Soc. Japan*, **66**, 1331-1334.

乱流の統計と構造 —— 間欠性と分布関数 ——

名古屋工業大学 工学部 後藤俊幸

乱流は種々の物理量が時空間にランダムに分布しているだけではなく、きわめて大きな値をもちほぼ決定論的にふるまうような大きな揺らぎも時空間に局在している。例えば、3次元乱流において渦度の集中した領域が渦管あるいはフィラメント状に分布しているのが直接数値シミュレーション (DNS) で観察される。ある物理量が空間的にコンパクトな領域に集中しているとき、これらのコンパクト領域の集合全体をさして漠然と構造と呼ばれることが多い。乱流構造というとき、少なくとも何をさしているのかその対象について今一度振り返って考える必要がある。

ある物理量を X とすると、構造を構成する個々の要素は $X \geq X_c$ (または $X \leq X_c$) という形で可視化されることにより、見いだされることが多い。個々の要素は、その特徴的な長さでもってそのおおよその形が同定される。同時に重要なのは、これらの要素の空間的な配置である。この要素の空間配置 (配位) は要素の分布密度と密接な関係を持つ。もし分布密度が高ければ、要素間の平均間隔は短くなるであろうし、従って多くの要素が同時に相互作用しあう。一方、密度が低ければその逆のことが起こると期待される。もちろん X_c の大きさによって各要素の形や空間配位が連続的に変化するから、特定の X_c がはっきりと特定できることは期待できない。このようなとき、一つの手がかりとなるのは、考えている物理現象にもっとも寄与するモーメントを考えることである。モーメントは $\langle X^n \rangle = \int X^n P(X) dX$ と表されるから、分布関数が分かれば、 $X^n P(X)$ が最大値をとる X の値 X_* を決めることができる。この X_* を X_c にとって場 X を可視化すれば、その現象に統計的な意味でもっとも寄与する構造が見えてくる。

分布関数のもっともよく知られている例は、バーガース乱流である。この場合の場の構造は、速度場におけるショックとショックの間の平均間隔であたえられる。空間次元が1次元であるため、構造がきわめて単純であり、そのため速度差 $\delta u(r) = u(x+r) - u(x)$ の高次モーメントのスケールリングは $\langle |\delta u(r)| \rangle \propto r^n$ と求められる。しかし、 $\delta u(r)$ の分布関数を求めることは易しくない。Mapping closure や Instanton など、これまでいくつかの解析方法が提案されているが、いまだ決定的とは言えない。

3次元乱流では、渦度場の構造がよく研究されているが、ストレイン場の構造も同時に考えられるべきである。圧力や圧力勾配の統計を考えるとこれら両者の構造、特に両者の相対的位置関係が重要である。圧力勾配は $S = \omega^2/2 - \sigma_{ij}^2$ を右辺に持つ Poisson 方程式の解の勾配として得られる。特に解が積分核を通して得られるため、 S の2次相関関数と積分領域が圧力勾配の分散に対して大きな決定要因となる。結論をいえば、渦度場あるいはストレイン場のみでは、圧力や圧力勾配の分散は正しく評価できない。あるコンパクトな領域に集中した渦度場とストレイン場の要素が互いに隣り合うような空間配位をとるようになってきていることが、 S の2次相関関数からわかる。渦度場とストレイン場がいわばダイポールのようになってある一つのまとまった領域に集中し、かつそれらが空間的にランダムに分布している (ランダムダイポールモデル)。

このような描像に基づいて圧力や圧力勾配の分散のレイノルズ数依存性を説明することができる。ここで、平均的な積分領域を決定するために S の分布関数が必要となる。この例は、考

えている物理量の統計性とそれらの空間配位まで含めた構造そして分布関数が密接に結びついていることを示している。

一様等方性乱流の構造——渦度と物質要素の伸長——

京都大学 数理解析研究所 大木谷 耕 司

乱流における渦伸長は非線形の過程である。その過程で重要な渦度のストレインとの相関を特徴づけるため、渦伸長を線形過程である物質線の伸長と比較して、その違いをはっきりさせる。

非圧縮性3次元 Navier-Stokes 方程式を、標準的な記号を用いて

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \Delta \boldsymbol{\omega}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot \boldsymbol{\omega} = 0, \quad \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$$

の渦度方程式の形で書き、同時にパッシブベクター $\boldsymbol{\delta l}$ の方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{\delta l}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\delta l} = (\boldsymbol{\delta l} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \Delta \boldsymbol{\delta l},$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\delta l} = 0$$

を考える。

もし、初期条件 $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, 0)$ と $\boldsymbol{\delta l}(\mathbf{x}, 0)$ が等しいなら、渦度方程式の解の一意性からこれらの後の時刻での振舞いも全く同じである。ここで、もし初期条件は等しくはないが、それらのエネルギースペクトルが等しいとき、その後の発展はどのように異なるだろうか、という問題を取り上げる。

フーリエ擬スペクトル法による、周期境界条件の下での数値計算 (格子点 128^3) を行なった。この程度の計算ではレイノルズ数は制限されるが、それにもかかわらず両者の時間発展には大きな違いを見ることができる。 $\boldsymbol{\omega}$ と $\boldsymbol{\delta l}$ の初期条件は、低波数のいくつかのモードのみがゼロでない値をもつもので、フーリエスペクトルが同じであるがフーリエ係数 (複素数) の位相は全く異なるとする。

Fig. 1 に $\nu=0.005$ の場合のエンストロフィー $\langle |\boldsymbol{\omega}|^2/2 \rangle$ およびパッシブベクターの分散 $\langle |\boldsymbol{\delta l}|^2/2 \rangle$ の時間発展を示す ($\langle \rangle$ = 空間平均)。ノルムの増加は非線形の渦伸長過程より線形の

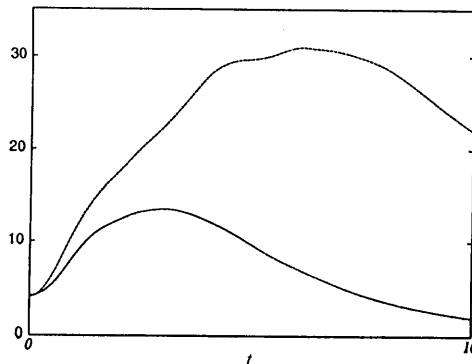


Fig. 1. エンストロフィー (実線) とパッシブベクターの分散 (破線) の時間発展。

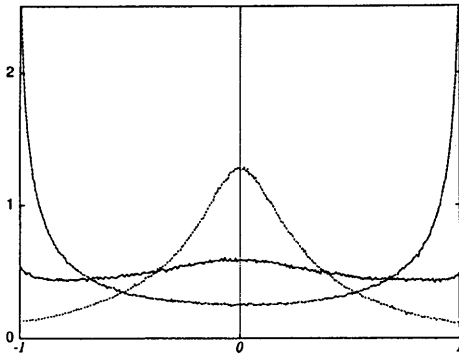


Fig. 2a. ω と e_1 (実線), e_2 (破線) および e_3 (点線) のなす角の余弦の PDF.

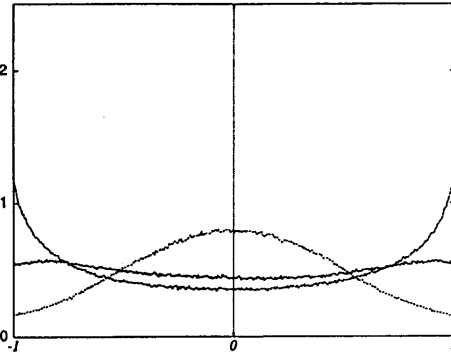


Fig. 2b. δl と e_1 (実線), e_2 (破線) および e_3 (点線) のなす角の余弦の PDF.

過程の方が、ピーク値の比較で2.7倍も大きいことがわかる。より重要な点は、レイノルズ数を大きくすれば、この差はますます広がることである。つまり、 $\nu|\omega|^2$ は ν に依らない様な時間発展を示すが(エネルギー散逸率の有限性に対応する)、パッシブベクターにおける対応する量 $\nu|\delta l|^2$ は ν が小さくなると、むしろ大きくなることが示される。

この違いの原因を追求するため、ストレインテンソルについてのアラインメントの統計を吟味する。乱流が発達し時刻 $t=4$ で ω と各固有ベクトルとのなす角の余弦の PDF を Fig. 2a に、 δl に対するものを Fig. 2b に示す。 e_1 , e_2 および e_3 は規格化されたストレインテンソルの固有ベクトルで、それぞれ最大、中間、最小の固有値に対応する。 Fig. 2a と Fig. 2b から次のことが分かる。

1. e_2 と並ぶ傾向は ω の方が、 δl より強い。
2. ω は、 δl よりも、縮む方向 e_3 と直交する傾向が強い。
3. もっとも伸びる方向 e_1 へ並ぶ傾向は、 δl も ω もほとんど変わらない。

Huang (1996) によって、減衰中の乱流における物質線要素の伸長の数値計算(パッシブベクターの分散の時間発展は調べられていない)が行なわれている。 Fig. 2 の PDF の結果は、定性的には、彼の結果と矛盾しないが、上で触れた $\nu \rightarrow 0$ のとき $\nu|\delta l|^2$ が増加することの説明は PDF だけからでは不十分である。そこで、構造という観点から説明をすることを試みた。乱流中の ω の PDF は近似的に指数関数に近いことがよく知られている。 δl の PDF も指数関数に近いが、そのテイルは、 ω より長いことが判明した。この高振幅の現象の物理空間における構造を3次元可視化によって調べており preliminary な結果は研究集会のとき報告した。

最後に、アラインメント問題の理論解析結果を報告した。Constantin et al. (1996) は、 S の局所的な寄与が渦伸長に重要であることを示した。そこで S の積分表示の詳しい解析を行ない、対応する積分核がゼロ固有値をもつことを示した。つまり、ソースとなっている渦度は各点において、厳密に2次元的なストレインを誘導している。さらに、積分核がもつゼロ以外の固有値は、渦度と積分核中間の固有ベクトルとの内積に比例する。これらから、渦度ベクトルの向きがそろっている領域では、渦度が S の中間の固有ベクトルに並ぶことを説明出来る。

参 考 文 献

Constantin, P., Fefferman, C. and Majda, A. J. (1996). Geometric constraints on potentially singular

solutions for the 3-D Euler equations, *Communications in Partial Differential Equations*, **21**, 559-571.

Huang, M.-J. (1996). Correlations of vorticity and material line elements with strain in decaying turbulence, *Phys. Fluids*, **8**, 2203-2214.