

MSPATH アルゴリズムを用いた動的計画法 による林分経営最適化モデル

吉本 敦[†]

(受付 2002 年 9 月 9 日 ; 改訂 2003 年 2 月 17 日)

要 旨

林分単位の経営を念頭に、MSPATH (Multi-Stage Projection Alternative Technique) アルゴリズムを用いた動的計画法と林分密度管理図による林分成長モデルを用いて、最適間伐戦略を探索する林分経営最適化モデルを構築した。MSPATH アルゴリズムは長期的な間伐効果を考慮できるもので、胸高直径 (DBH: Diameter at Breast Height) による価格プレミアムがある場合などの最適化には有効なアルゴリズムである。このアルゴリズムを用いた動的計画法モデルは、林齢を期、間伐量を状態とし、かつ同時に制御変数とする 1 期・1 状態 (one-stage and one-state) のモデルと分類できる。本稿では、MSPATH アルゴリズムがどのようなメカニズムになっているのか、またこれまで使用されてきたアルゴリズムとどのように違うかについて詳細を述べ、九州地域における林分密度管理図を用いてモデル応用の事例を示した。

キーワード：森林経済学、オペレーションズ・リサーチ、動的計画法、林分密度管理図。

1. はじめに

現在、森林資源から提供されるサービスには木材のみならず、レクリエーション機会、自然観察機会、生態系保護機会など多種多様なものがあるが、基本的な森林資源管理で決めなければならないことは、「対応する森林に対し決められた管理目的を最大限に達成するために、毎年あるいは毎月・毎日それぞれの森林・林分あるいは木に対しどのような対処をすべきか」である。すなわち、森林資源を管理していくには、対応する個体の大きさ (森林か、林分か、木か) などの物理的・空間的な問題だけでなく、時期といった時間的な問題にも同時に対応していかなければならない。

森林資源管理の問題は大別して 2 つに分けることができる。一つは単一の林分レベルに対する問題であり、もう一つが複数の林分から形成される森林レベルの問題である。小規模林家にとっては、所有規模が 1 ha 程度であり、同齢・同種の林が主で、林分レベルの意思決定が林家にとって重要な管理行動となる。意思決定に関わるものには、樹種構成、植林密度、間伐計画、施肥計画、そして主伐期の決定などがあるが、基本的に、植林、間伐から皆伐に至る一連の実行時期とその強度を決めることが問題となる。それに対し、大規模所有者、例えば数百 ha 規模になると、林齢・樹種の異なった林分の集合体を対象とし、経営戦略は個々の林分を中心に考えるよりは集合体をひとまとめとした森林レベルでの管理行動問題を取り扱うこととなる。森林レベルでは、希望する計画期間内において、森林を構成する各林分に対する施業計画及び

[†] 統計数理研究所 (現 東北大学 大学院環境科学研究科 : 〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 01)

森林の遷移戦略を決定することが目的である。ここで言う遷移戦略とは、ある望む状態へ如何に現在の森林を変えて行くかを定める戦略である。

このように、林分レベルと森林レベルの問題は考慮する要素が異なるので、管理問題を2分することにより問題の理解・解決が容易になる。本稿では、日本の多くの森林所有者が小規模林家であることから、前者の林分レベルの問題を取り扱うこととする。前述したように林分レベルで決定しなければならないことは、如何に林分を管理し、その目的を達成するかであるが、その制御要因は間伐期・量そして主伐期の決定が主である。これまで非線形計画法 (Roise (1986a, 1986b), Bare and Opalach (1987), Haight and Monserud (1990a, 1990b)), ランダム探求法 (Bullard et al. (1985)) など多くの数理計画法の手法が適用されて来たが、林分の時間的な成長というダイナミクスを考慮すれば、動的計画法の適用が最も効率的であり、妥当である。

歴史的に見れば、動的計画法が Bellman (1954) により紹介されて間もなく元林業試験場の有水氏により世界に先駆けた動的計画法による間伐戦略最適化に関する林分経営の論文が 1958 年に日本林学会誌及び日本オペレーションズ・リサーチ学会誌に発表されている (Arimizu (1958a, 1958b))。その後アメリカ、ヨーロッパを始め多くの国々で適用されるようになった (Amidon and Akin (1968), Schreuder (1971), Kilkki and Väisänen (1969), Adams and Ek (1974), Brodie et al. (1978), Brodie and Kao (1979), Chen et al. (1980), Martin and Ek (1981), Riitters et al. (1982), Brodie and Haight (1985), Haight et al. (1985), Valsta and Brodie (1987), Torres-Rojo and Brodie (1990), Arthaud and Klemperer (1988))。その背景には、様々な森林の成長モデルの構築に伴い、森林経営の評価や経営戦略への適用、最適化モデルを用いた政策分析・経済分析が行われるようになったことが挙げられる。1970年代～1980年代を中心に、コンピュータ、特に PC の利用によるモデル構築が可能になり、動的計画法の最盛期を迎え、多くの研究者がモデル開発に携わった。

このように動的計画法の適用が盛んになってきたが、複雑化する成長モデルへの対応に対し curse of dimensionality (“次元の呪い”) の問題が顕著になった (Hann and Brodie (1980))。すなわち、複雑化する成長モデルを用いると動的計画法ネットワークは多次元になり、その結果、最適解探求のための計算量が増加する結果となる。理論的に言えば、次元・状態数が増加するに従い、ネットワークを拡張して行けばいいが、実際問題として、状態の総数を少し増加するだけで、組み合わせの比較に費やす計算量はそれ以上の割合で増加し、最適解の探索において計算効率が悪くなる。成長モデルの高度化に伴い、成長に関する詳細な記述は可能になるが、その反面、動的計画法においては、詳細を求めるがために状態数が増加し、curse of dimensionality が発生する。このような現象に対するネットワークの簡略化の方法を提示したのが Brodie and Kao (1979) である。彼らは高度化する成長モデルに対し、近傍近似法 (neighborhood storage location technique) を取り入れることにより、連続型の成長モデルを離散型の動的計画法ネットワークへ効率的に変換する方法を提示した。この方法は、成長モデルの主要な制御要素が大凡同じ近傍、すなわち格子に入るのであれば、その格子内で最適なものを格子の代表として、その後の繰り返し演算に使用するものである。すなわち、格子内の経路を通るものは、その後の成長もほぼ等しいとするものである。各格子には複数の状態が存在するが、解の探索では各格子内の状態はほぼ等しく、同じ状態と仮定され、探索が行われる。その結果、curse of dimensionality の発生を抑制することができる。

curse of dimensionality の問題を解消するため、Paredes and Brodie (1987) により PATH (Projection Alternative Technique) アルゴリズム、さらに Yoshimoto et al. (1988) により MSPATH (Multi-Stage PATH) アルゴリズム、Yoshimoto et al. (1990) により RLS-PATH アルゴリズムなどが開発され、動的計画法の林分経営最適化モデルへの適用がより容易になってきた。本稿では、間伐の長期的効果を考慮できる Yoshimoto et al. (1988) により開発された MSPATH アル

ゴリズムのメカニズムを動的計画法のネットワークを用いて詳記し，九州地域スギ林密度管理図による成長モデルへの適用により林分経営最適化モデルを構築した．

本稿の構成は以下の通りである．まず，第 2 章ではこれまでに用いられてきた伝統的な動的計画法モデルのメカニズムについて総括する．第 3 章では MSPATH アルゴリズムの導入とその特徴について詳記し，九州地域の密度管理図による成長モデルへ MSPATH アルゴリズムを適用した林分経営最適化モデルを構築する．そして第 4 章では構築する林分経営最適化モデルを用いた事例を示し，最後にその結果を踏まえ林分経営最適化に対する動的計画法の適用について考察する．

2. 伝統的なアルゴリズムによる動的計画法モデル

今，1 ha の裸地が与えられ，スギを植林して森林の経営を行うことにする．森林経営者は，時間の変化に伴う一連の作業内容を考え，自分の経営目的を最適にする戦略を考える．一般的に一連の作業は図 1 に示すようなもので，植林（地拵え - 下草刈り）- 除伐（枝打ち）- 間伐 - 主伐である．これらの作業内容を決定するには，森林の成長ばかりでなく，間伐の量と時期，効果が把握されることが必要不可欠となる．このようなモデルは早くから日本では林分密度管理図として安藤（1966）により提示されてきた．仮に林分密度管理図のような間伐効果が考慮できる成長モデルがあれば，動的計画法を適用した最適化モデル構築が可能になる．

2.1 最適間伐戦略の探求

動的計画法ネットワークはモデル構築の際重要な役割を果たし，その組み立て如何により探求の効率性が左右される．ネットワーク構築の主要要素は制御変数（control variable），期（stage），状態（state）であり，それらが決められれば，ネットワークは定義される．間伐戦略最適化モデル問題では，期が林齢，状態については成長モデルに依存し決定される場合が多いが，立木本数，材積などが使用される．制御変数は各期における間伐の量である．ここでは，単純な成長モデルを想定し従来の動的計画法アルゴリズムによるモデル構築について説明する．

まず，林分の成長は材積が同じであれば，成長過程は同じとする単純な成長モデルを仮定する．そうすれば，状態は林分の材積となり，動的計画法モデルは 1 期・1 状態（one-stage and

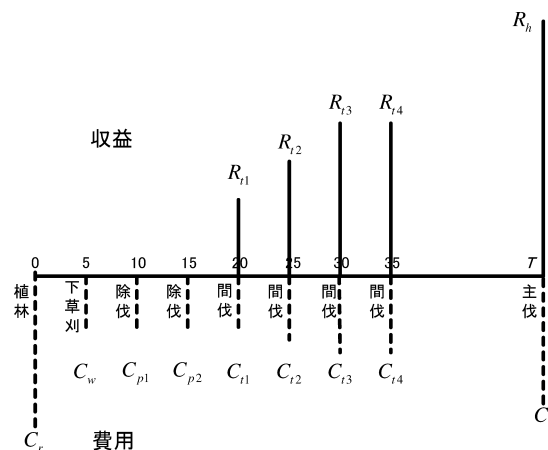


図 1. 林分レベルにおける一連の作業．

one-state dynamic programming)により表すことができる。今、間伐を各期において、林分材積(状態) $V1$ と $V2$ まで行うものとする。従って、状態は各期において、無間伐な状態、間伐により林分材積が $V1, V2$ となる状態が想定される。また、間伐の実行時期(期)を $T1, T2$,そして皆伐期を $T3$ とする。このような一連の施業を図示すると図2のようになる。図2から分かるように、 $T2$ 期において、林分材積が $V1, V2$ それぞれに至る経路が複数あり、動的計画法の性質を適用し、各期における最適な間伐量を探求することができる。図3に間伐による動的計画法ネットワークを示す。ここで各期における状態に対し、 A, B, C などとし、 $R1, R2$ などを間伐あるいは主伐で得られる伐採量とする。点線は間伐が行われない経路で、その他の実線は間伐あるいは主伐による伐採量が発生する経路である。このように最適間伐戦略探求問題をネットワーク化すると、出発地(A)から目的地(J)までの最適経路を探る動的計画法の問題になり、解の探求が可能になる。なお、図3の例は、ノード10, アーク17のネットワークである。

動的計画法では、Bellman(1954)の言う“最適性の原理(principle of optimality)”を用いて、最適解が探求される。

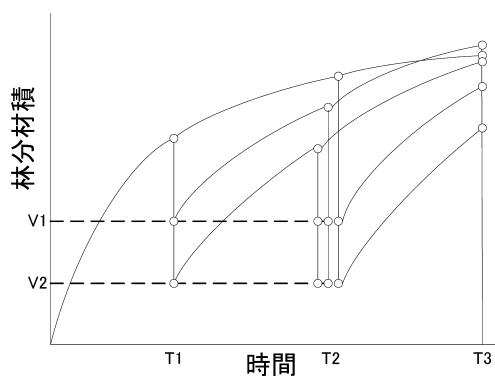


図2. 間伐ネットワーク.

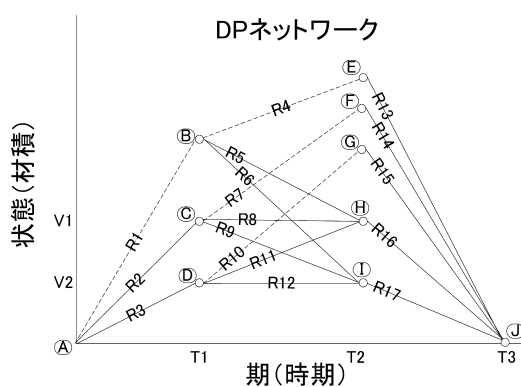


図3. 間伐の動的計画法ネットワーク.

“An optimal policy has the property that whatever the initial state and initial decision are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision.” (訳：最初の状態と決定がどうであっても残りの決定は、最初の決定の結果出てきた状態に関して最適方針となっていないなければならない。)

この原理を用いて、上記の間伐戦略最適化問題を後ろ向き探索法 (backward recursion) により定式化してみる。まず x_n ($n = 0, T1, T2$) を第 n 期における制御変数とし、それぞれの状態に至る決定とする。すなわち、 $x_0 \in \{B, C, D\}$, $x_{T1} \in \{E, F, G, H, I\}$, $x_{T2} \in \{J\}$ である。次に $f_n(s_n, x_n)$ を第 n 期の状態 s_n において、第 $(n+1)$ 期に向け制御変数 x_n を採用したときの累積収益とする。また、第 n 期の状態 s_n において、 $f_n(s_n, x_n)$ を最適にする解を x_n^* とし、その時の累積収益を $f_n^*(s_n)$ とすると、

$$(2.1) \quad \begin{aligned} f_n^*(s_n) &= \max_{\{x_n\}} f_n(s_n, x_n) \\ &= f_n(s_n, x_n^*) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $c(s_n, x_n)$ を状態 s_n で x_n を採用する時の収益とすれば、

$$(2.2) \quad f_n(s_n, x_n) = c(s_n, x_n) + f_{n+1}^*(s_n)$$

となる。右辺第二項は第 n 期以降の最適経路による累積収益である。従って、上記最適問題をすべての n に対し、後ろ向き繰り返し演算により解いていくと、最終的な最適解を探索できる。

2.2 最適輪伐期の探求

林分経営が一回だけの主伐による場合は施業から発生する収益の現在価値 (PNV: Present Net Value) 最大化による解で十分であるが、無限回の同じ作業の繰り返しと考えれば、土地期望価 (SEV: Soil Expectation Value) (Faustmann (1849)) による最適化が望ましくなる。その場合、与えられた主伐期においては、現在価値を最大にする最適解と土地期望価を最大にする解は同じになる。すなわち、

$$(2.3) \quad SEV = PNV \frac{(1+r)^T}{(1+r)^T - 1}.$$

ここで、 r は割引率、 T は主伐期 (または輪伐期) であり、これらは与えられた値であるので、PNV 及び SEV を最大にする解は同じになる。しかしながら、輪伐期 T を間伐時期同様に、制御変数とすれば、両者に違いが生じる。すなわち、最適輪伐期と間伐戦略を同時に探求する必要がある場合には、SEV あるいは PNV の選択により、最適な T が異なる。

動的計画法により最適輪伐期と間伐戦略を同時に探求するには、輪伐期 T も制御変数とすれば良い。上記の問題では T が与えられていたが、これを $T1, T2, T3, T4$ などと変化させることにより、目的関数値である SEV あるいは PNV の変化の仕方を観察し、それが最大となる時点が最適輪伐期となる。一般的に林分の成長がシグモイド型であるため、材積に対しスムーズな価格関数を用いれば、時間に対し SEV あるいは PNV は擬凸 (quasi-concave) な関数となる。それゆえ、 T の変化に対し、SEV (PNV) の値が減少し始める直前の期が最適輪伐期 (主伐期) となる (図 4)。アルゴリズム的に言えば、最適な T の探求に際しては、前向き探索法 (forward recursion) の方が効率的になる。 T を順次増加させ、その都度最適な間伐戦略を探索し、かつ目的関数値を計算するために各期において主伐を試みる期を加え、ネットワークを拡張する。そして、各期に対する目的関数値に対し、値が減少し始める時点で探索を終了すればよい。動的計画法の利点は、各期・状態ではそこに至るまでの最適経路が既知であることである。従って、出発地より探索を開始して行けば、 T の増加に対し、それまでに探索された最適経路をそ

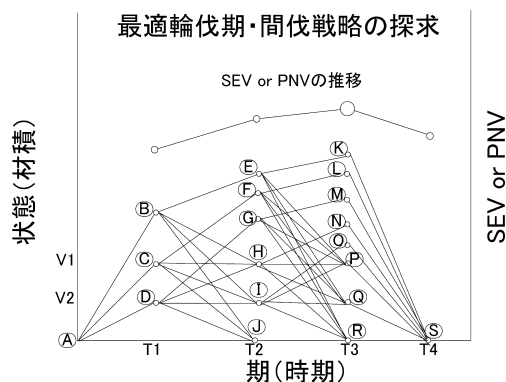


図4. SEV-PNVの推移.

のまま維持しながら、新たな T に対し、更に最適な経路が探索される。これに対し、後ろ向き探索法では、常に T を決めてから、最適な間伐戦略が探索されるため、途中経過が次の T に反映しにくい。常に新たな T に対し、最適解が探索されなければならない。

ここまで見てきて分かるように、動的計画法によるモデリングでは、動的計画法ネットワークの構築が成長モデルに依存することが分かる。上記で仮定したような単純なモデルではネットワークがそれほど複雑にはならず、1期・1状態 (one-stage and one-state) のネットワークで十分であるが、成長モデルがさらに複雑になると、状態の数が増加していく。上記の成長モデルでは林分材積が同じであるなら、その後の成長も同じであると仮定されているが、成長モデルの複雑化に伴い、立木本数、胸高断面積などが異なれば、たとえ材積が同じであってもその後の成長は異なってくる。そのような場合、状態変数が複数になり、仮に成長が立木本数と胸高断面積により制御されるのであれば、2状態、また更なる要素が加われば、徐々に状態の数が増加し、その結果、動的計画法のネットワークも2次元から、3次元さらには多次元へと複雑化されていく。そして、その結果として最適解探索のための計算量が莫大にふくれあがり、curse of dimensionality が発生する。

3. MSPATH アルゴリズムによる動的計画法モデル

1980年代動的計画法による林分経営に対する最適モデルは数多く構築されたが、curse of dimensionality の問題は依然として動的計画法適用に際する問題として残っていた。こうした中、Paredes and Brodie (1987), Yoshimoto et al. (1988) によって新たな動的計画法のアルゴリズムの開発が行われた。開発されたアルゴリズムは、前者によるものが PATH (Projection Alternative Technique) と呼ばれ、後者によるものが MSPATH (Multi-Stage PATH) と呼ばれるものである。従来のアルゴリズムが可能な間伐の組み合わせを全期間通したものによりネットワークを構築するのに対し、これらのアルゴリズムは林分の成長あるいは間伐・主伐から発生する収益のダイナミクスを考慮し、制御変数のそれ(次元)と同じものが状態変数となるアルゴリズムである。従って、成長モデルがどのように複雑化しても、状態変数の次元は制御変数そのものになり、curse of dimensionality を容易に克服することができる。アルゴリズムの導入は Paredes and Brodie (1987) ではネットワーク理論 (network theory) とラグランジェ未定乗数法 (Lagrange multipliers approach), Yoshimoto et al. (1988) では変分法 (calculus of variations) によるが、以下変分法によりそのメカニズムについて説明する。

3.1 変分法による定式化

典型的な変分法の問題は、状態 $x(t)$ と時間に対する状態変化 $\dot{x}(t)$ のある関数 $I(\cdot)$ の積分値を最大にするように、初期状態から終期状態への時間経路を探索するものである。この時、制御変数は時間に対する状態変化 $\dot{x}(t)$ である。

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \max_{\{x(t)\}} J &= \int_{t_0}^{t_1} I(x(t), \dot{x}(t), t) dt \\ x(t_0) &= x_0 \\ x(t_1) &= x_1 \end{aligned}$$

このことを念頭に、林分の経営問題を考えてみる。まず、間伐戦略最適化問題で、間伐・主伐で得られる伐採量を最大にする間伐の時期・量を探索することとする。ここで、時間 t における林分の成長率を時間と間伐量 $T(t)$ の関数として $\dot{V}(T(t), t)$ とすれば、初期 t_0 から終期 t_n までに得られる材積 $V(t)$ はその積分値として与えられる。すなわち、間伐戦略最適化問題は下記のように変分法の問題と解釈することができ、制御変数は成長率を制御する間伐量になる。従って、最適な間伐戦略は、変分法の問題に対する種々な必要条件を満たし、かつ目的を達成する解となる。

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \max_{\{T(t)\}} J &= \int_{t_0}^{t_n} \dot{V}(T(t), t) dt \\ V(t_0) &= V_0 \\ V(t_n) &= V_n \end{aligned}$$

この問題を間伐という離散的な制御問題に変換する。仮に時間 t_1 において間伐を行うとすると、

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \max_{\{T(t)\}} J &= \int_{t_0}^{t_1} \dot{V}(T(t_1), t) dt + \int_{t_1}^{t_n} \dot{V}(T(t_1), t) dt \\ &= V(t_1) - V(t_0) + V(t_n | T(t_1)) - V(t_1 | T(t_1)) \end{aligned}$$

となる。右辺第一項と二項は間伐の量に無関係であり、時間 t_1 での間伐伐採量を $T(t_1)$ とすれば、時間間隔 (t_1, t_n) の成長は $V(t_n | T(t_1)) - V(t_1 | T(t_1))$ となる。ただし、 $V(t_i | T(t_j))$ は時間 t_j において間伐 $T(t_j)$ を行った条件下で、時間 t_i に得られる材積を示す。間伐伐採量とその後の成長量との関係は図 5 に示すように、

$$(3.4) \quad V(t_1) = T(t_1) + V(t_1 | T(t_1))$$

となるので (3.3) 式は

$$(3.5) \quad \max_{\{T(t_1)\}} J = -V(t_0) + T(t_1) + V(t_n | T(t_1))$$

となる。従って、間伐に無関係な右辺第一項を無視すれば最適解は間伐から得られる伐採量とその後の主伐から得られる伐採量の和を最大にするように決定される。

上記問題は一回の間伐のみを考慮した場合であるが、複数の間伐の場合は以下の通りとなる。

$$(3.6) \quad \begin{aligned} \max_{\{T(t)\}} J &= \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \dot{V}(T(t_{i-1}), t) dt \\ &= \sum_{i=1}^n \{V(t_i | T(t_{i-1})) - V(t_{i-1} | T(t_{i-1}))\} \end{aligned}$$

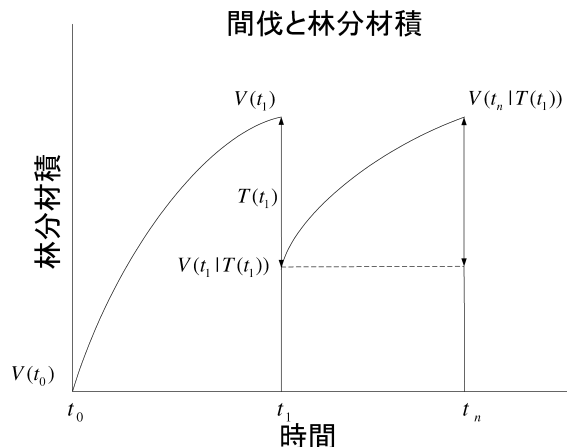


図5. 変分法と間伐戦略.

図5の関係を応用すれば $V(t_{i-1} | T(t_{i-2})) = T(t_{i-1}) + V(t_{i-1} | T(t_{i-1}))$ となるので、(3.6)式は

$$(3.7) \quad \max_{\{T(t_i)\}} J = \sum_{i=1}^n \{-V(t_{i-1} | T(t_{i-2})) + T(t_{i-1}) + V(t_i | T(t_{i-1}))\}$$

となる。ここで二期以上前の間伐の影響はほとんどない、すなわち $V(t_{i-1}) = V(t_{i-1} | T(t_{i-2}))$ とすれば、前述した動的計画法の定式より第 n 期における最適間伐量 T_n^* を第 $(n+1)$ 期における材積を用いて以下により探求することができる。

$$(3.8) \quad \begin{aligned} f_n^* &= \max_{\{T_n\}} \{f_n(T_n)\} \\ f_n(T_n) &= T_n + V_{n+1}(T_n) - V_n^* + f_{n-1}^* \end{aligned}$$

ただし、

$T_n = T(t_n)$: 時間 t_n での間伐量

$V_{n+1}(T_n) = V(t_{n+1} | T_n)$: 時間 t_n で間伐 T_n を施した後の時間 t_{n+1} における材積

$V_n^* = V_n(T_{n-1}^*)$: 時間 t_{n-1} で最適間伐 T_{n-1}^* を施した後の時間 t_n での材積。

なお、このアルゴリズムによる動的計画法は1期・1状態のネットワークで記述できることが分かる。各期における最適間伐量は間伐から得られる伐採量と次の期における林分材積の和を最大にするように決定され、図6のような探索経路となる。また、その動的計画法ネットワークは図7のようにノード4、アーク7となり、上記の従来のアルゴリズムと比較し、計算量が減少することが分かる。

上記のアルゴリズムはPATHによるもので、二期以上前の間伐の影響はほとんどないものとし、常に次の期を基準に間伐を評価し、最適解を探索するものである。このアルゴリズムの適用には早生樹種などと言ったような間伐の効果が短期に現れる場合に適している。その他の場合、例えば制御の効果が短期的に現れず、長期におよぶ場合、すなわち二期以上前の間伐の影響も考慮しなければならない場合は、MSPATH (Multi-Stage PATH) アルゴリズムが有効である。これらアルゴリズムの違いは、PATH アルゴリズムが一期先 (single-stage look-ahead) の状態で制御の効果が評価されるのに対し、MSPATH では多期先 (multi-stage look-ahead) での

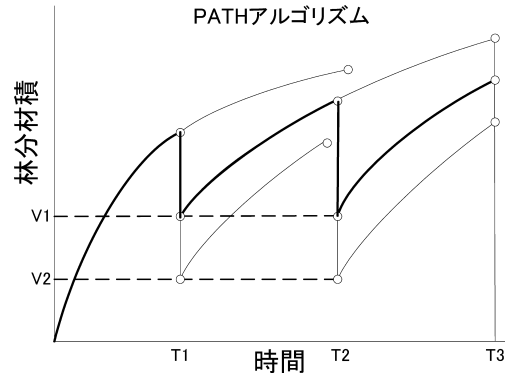


図 6. PATH による探索経路 .

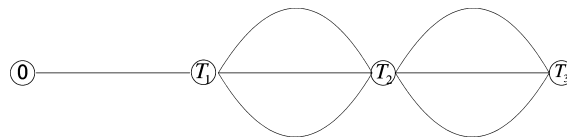


図 7. PATH アルゴリズムネットワーク .

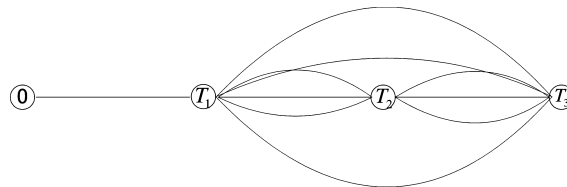


図 8. MSPATH アルゴリズムネットワーク .

評価も考慮されることである．そのため，MSPATH では制御の短期的及び長期的な効果が同時に評価できる．図 7 を MSPATH の動的計画法ネットワークに書き改めると図 8 のようになる．この図からも分かるように MSPATH アルゴリズムの方が期間数の組み合わせが多くなる分，計算量が増加するが，長期的な効果が考慮できる．

MSPATH アルゴリズムを定式化すれば以下の通りとなる．第 n 期に至る全ての $(n - i)$ 期 (ただし $i < n$) における間伐量 $T_{n-i,n}$ から最適解，すなわち最適な i と間伐量 $T_{n-i,n}$ が探求される．

$$(3.9) \quad f_n^* = \max_{\{T_{n-i,n,i}\}} \{f_{n-i,n}(T_{n-i,n})\}$$

$$f_{n-i,n}(T_{n-i,n}) = T_{n-i,n} + V_n(T_{n-i,n}) - V_{n-i}^* + f_{n-1}^*$$

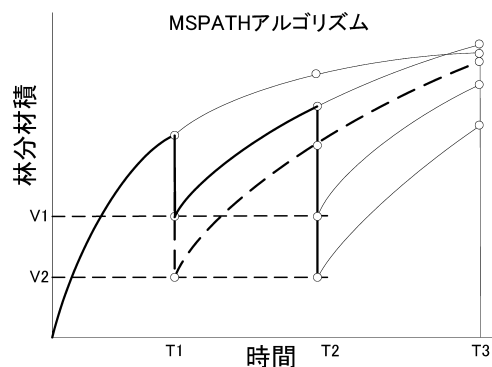


図9. MSPATHによる探索経路.

ただし,

- $T_{n-i,n}$: 第 n 期をターゲットとした第 $(n-i)$ 期における間伐量
- $V_n(T_{n-i,n})$: $T_{n-i,n}$ を実行した時の第 n 期における林分材積
- i^* : 第 n 期をターゲットとした最適な期間隔 i
- T_n^* : 第 n 期をターゲットとした第 $(n-i^*)$ 期における最適間伐量
- V_n^* : $V_n(T_n^*)$.

MSPATH においても, PATH 同様に間伐から得られる伐採量とその後の林分材積の総和を最大にするように最適間伐量は決定される(図9). 最適輪伐期の探求も, 前述した土地期望価あるいは純収益の現在価値の時間に対する変化を観察することにより, 最適間伐量と同時に探求することができる.

3.2 最適性のための必要条件

変分法の問題に対する最適解の探求においては, いくつかの必要条件がある.

1. オイラー方程式 (Euler equation)

$$(3.10) \quad \frac{\partial I}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial I}{\partial \dot{x}} \right) = 0$$

この条件は, 最適解に対する第一次条件 (first order condition) である. 林分経営問題においては,

$$(3.11) \quad I(\cdot) = \dot{V}(\cdot)$$

であり,

$$(3.12) \quad \frac{\partial \dot{V}}{\partial V} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \dot{V}} \right) = 0$$

となり, 得られる解に対してこの条件が満足されることが分かる.

2. 境界条件 (boundary conditions)

$$(3.13) \quad \begin{aligned} V(t_0) &= V_0 \\ V(t_n) &= V_n \end{aligned}$$

林分の初期状態と最終的な主伐状態に対する境界条件である。

3. ルジャンドル条件(Legendre condition)

$$(3.14) \quad \frac{\partial^2 I}{\partial \dot{x}^2} \leq 0$$

最大のための第二次条件(second order condition)である。

4. ワイエルストラス条件(Weierstrass condition): もし \dot{x} が解であるなら, すべての有効な \dot{z} に対し, 下記の関係が成立する。すなわち, 目的関数が凸である条件である。

$$(3.15) \quad E(x, \dot{x}, t, \dot{z}) \leq 0$$

ただし,

$$(3.16) \quad E(x, \dot{x}, t, \dot{z}) = I(x, \dot{z}, t) - I(x, \dot{x}, t) - \frac{\partial I(x, \dot{x}, t)}{\partial \dot{x}} (\dot{z} - \dot{x}).$$

この条件は, 制御変数 \dot{x} に対し, 目的関数の部分的な関数である $I(\cdot)$ が凸であれば, 常に成立するものである。林分経営の問題では, 制御変数である間伐量の変化に対し, 目的関数の反応面(response surface)が凸である必要がある。このことは, PATH アルゴリズムで言えば,

$$(3.17) \quad f_n(T_n) = T_n + V_{n+1}(T_n) - V_n^* + f_{n-1}^*$$

が, また, MSPATH アルゴリズムであれば,

$$(3.18) \quad f_{n-i,n}(T_{n-i,n}) = T_{n-i,n} + V_n(T_{n-i,n}) = V_{n-i}^* + f_{n-i}^*$$

がそれぞれ間伐量の変化に対し, 凸でなくてはならない。

5. ワイエルストラス・エルドマン角点条件(Weierstrass-Erdmann corner conditions)

$$(3.19) \quad \begin{aligned} \left[\frac{\partial I}{\partial \dot{x}} \right]_{\tau-} &= \left[\frac{\partial I}{\partial \dot{x}} \right]_{\tau+} \\ \left[I - \frac{\partial I}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right]_{\tau-} &= \left[I - \frac{\partial I}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right]_{\tau+} \end{aligned}$$

この条件は制御変数に対して, それぞれが連続であることを要求するものである。

上記の必要条件のうち, 4 番目のワイエルストラス条件がここで取り扱う林分経営における間伐戦略最適化問題で重要な役割を果たす。一般的に考えれば, 間伐量の増加に伴い, 間伐から得られる伐採量あるいは収益は増加するが, その結果, 間伐後の林分材積が減少し, 将来的に得られる主伐による伐採量は間伐量の増加に伴い減少するものと考えられる。図 10 に間伐から得られる伐採量と間伐後の将来的な林分から得られる主伐による伐採量, またそれらの和の理想的な関係を示す。間伐量の増加に伴い, 間伐から得られる伐採量は増加するものの, それに伴い将来的な林分の主伐による伐採量は減少し, その和は凸になる必要がある。

3.3 間伐戦略最適化モデルの構築

実際に間伐戦略最適化モデル構築を行う。そのためにはまず, 間伐効果を考慮した林分成長モデルを用意する必要がある。林学の分野においては, 汎用性のある林分成長モデルとして, 安藤(1966)によって導入された林分密度管理図による成長モデルがある。ここでは, 林野庁九州地方におけるスギ人工林林分密度管理図(林野庁(1980))を用いる。なお, それぞれ与えられる関数式の係数値は地域・樹種などにより異なる。

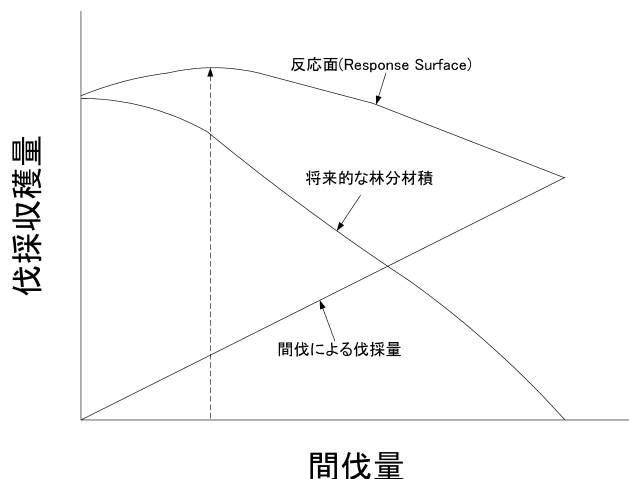


図 10. 反応面と間伐量 .

3.3.1 林分密度管理図

林分密度管理図は基本的には上層樹高，平均単木材積，自然枯死線を主要素としたモデルである．モデルの応用に際しては，現時点での林分の ha 当たりの立木本数 N ，上層樹高 H を与えれば，平均単木材積 v が下記により計算される．

$$(3.20) \quad v(N, H) = \frac{1}{0.068509N \cdot H^{-1.347464} + 2658.2 \cdot H^{-2.814651}}$$

これは，下層木間伐を前提にした時の同樹高における密度と材積の関係から導いたものである．平均単木材積に立木本数 N を乗ずれば，ha 当たりの材積

$$(3.21) \quad V(N, H) = v(N, H) \cdot N$$

が得られる．また，立木本数と上層樹高により林分形状高

$$(3.22) \quad HF(N, H) = 0.791213 + 0.244012H\sqrt{N}/100 + 0.353895H$$

が計算される．この林分形状高と上記の ha 当たりの材積を用いて，ha 当たりの断面積

$$(3.23) \quad G(N, H) = \frac{V(N, H)}{HF(N, H)}$$

が計算され，更に ha 当たりの断面積と立木本数により，断面積平均直径

$$(3.24) \quad \bar{D}g(N, H) = 200\sqrt{\frac{G(N, H)}{\pi \cdot N}}$$

が得られる．また，断面積平均直径と立木本数，上層樹高により平均胸高直径

$$(3.25) \quad \overline{DBH}(N, H) = -0.048940 - 0.034814H\sqrt{N}/100 + 0.98937\bar{D}g(N, H)$$

を同時に計算することができる．

一般的に間伐量の判断指数として収量比数という概念が使用されているが，この収量比数は最多密度曲線における ha 当たり材積と現林分の ha 当たり材積の比で定義されている．最多密

度曲線における ha 当たりの材積はまず，

$$(3.26) \quad \log_{10} N_{Rf}(H) = 5.3083 - 1.4672 \log_{10} H$$

により ha 当たりの本数 N_{Rf} を算出し，

$$(3.27) \quad V_{Rf}(H) = \frac{N_{Rf}(H)}{0.068509 N_{Rf}(H) \cdot H^{-1.347464} + 2658.2 H^{-2.814651}}$$

により材積が得られる．そして収量比数は

$$(3.28) \quad Ry(N, H) = \frac{V(N, H)}{V_{Rf}(H)}$$

となる．

上記の数式からも分かるように，現時点での林分の ha 当たりの立木本数 N ，上層樹高 H が与えられれば，他の要素は全て算出される．また，立木本数 N と植栽本数 N_0 の関係は算出される平均単木材積を用いて，自然枯死線

$$(3.29) \quad \frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + \frac{v(N, H)}{3.47089 \times 10^6 N_0^{-0.9184}}$$

により表される．従って， N ， N_0 ， H のいずれか 2 つが決まれば，他の 1 つが決まる．この関係を考慮すれば，林分成長のダイナミクスを予測するには上層樹高成長を推定すれば十分であることが分かる．

本稿では，上層樹高の予測モデルとして Richards 型の樹高成長曲線式 (Richards (1958))

$$(3.30) \quad H = a(1 - e^{-b \cdot t})^c$$

を導入し，現時点の林分の林齢と ha 当たりの立木本数を与えることにより，自然枯死を考慮した将来的な林分の成長を予測できるとした．すなわち，現時点の立木本数と上層樹高が既知とすれば (3.29) 式より植栽本数が推定できる．植栽本数は基本的には林分の成長とは無関係で一定であるので，上層樹高が成長した場合，推定された N_0 と H により自然枯死による本数減少の予測ができる．仮に間伐が施された場合，立木本数は減少し，間伐後の本数と自然枯死の結果得られる本数の少ない方が上層樹高の成長と共に予測される立木本数となる．ここで自然枯死の結果得られる本数を N_s とすると，予測される上層樹高 H と N_0 を (3.29) に代入することにより，その本数 N_s は推定できる．従って，間伐後の立木本数を N_t とすれば，予測される立木本数は

$$(3.31) \quad N = \min(N_s, N_t)$$

となる．ここで得られる新たな ha 当たりの立木本数 N と上層樹高 H を用いれば，上述したそれぞれの要素に対する関数式により林分構成要素が新たに算出される．そして，再度間伐あるいは成長により将来予測が繰り返し行われ，間伐効果を考慮できる林分成長モデルが構築される．

3.3.2 間伐戦略最適化モデル: DP-KYSS (Dynamic Programming Model for Kyushu Stand Simulator)

上記の九州地域における林分密度管理図を用いて，MSPATH アルゴリズムによる間伐戦略最適化モデル DP-KYSS (Dynamic Programming Model for Kyushu Stand Simulator) を構築した．林分密度管理図で仮定されている間伐は下層間伐であるため，間伐方法の最適化はこのモデルでは不可能であるが，最適な間伐量・時期，主伐期の探求には適用可能である．図 11 に

ここで構築する間伐戦略最適化モデル DP-KYSS のフローを示す．全体の構成としては，1) 最適化を始めるための情報入力，2) 繰り返し演算，3) 最適解の出力と 3 つの部分からなる．

1) 最適化を始めるための情報入力：MSPATH アルゴリズムを採用するに当たり，まず期間隔 (stage interval)，状態間隔，すなわち制御変数である間伐の量変化 (state interval) を決める必要がある．これらが決まれば，動的計画法のネットワークの大きさが決まる．期間隔については，短ければ短いほどより連続的な期間の探求ができる一方，次期での間伐効果が出にくくなる傾向があるので，MSPATH の採用が適当になる．状態間隔については，間隔を短くすることにより計算量が増加するだけであるので，詳細な間伐量の探求には間隔を短くした方がよい．

期・状態間隔が動的計画法による最適化に必要な入力情報であるが，林分の状態に関する情報も取得する必要がある．林分密度管理図による成長モデルでは上層樹高と h_a 当たりの立木本数が分かれば，その他の情報は全て算出される．時間的なダイナミクスを考慮すれば，上層樹高成長曲線を対象とする林分に対し推定し，モデルに組み込むことにより将来的な成長の予測を時間の経過と共に進めることが可能となる．従って，現状の林分の状態を表すものとして，

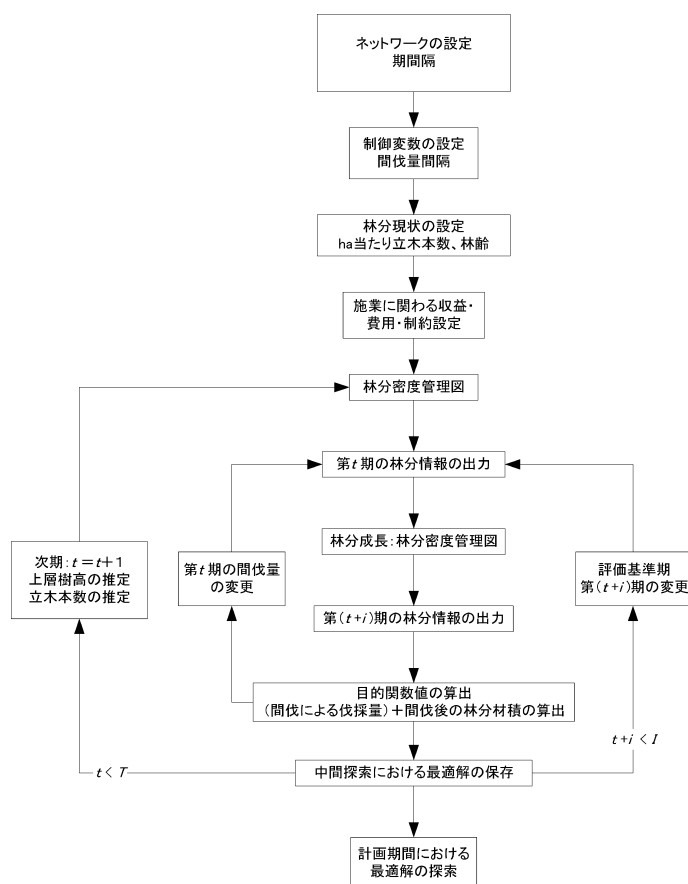


図 11. DP-KYSS フローチャート．

ha 当たりの立木本数, 林齢(ただし上層樹高成長曲線が既知の場合)が必要となる。

上記の情報に加え, 更に構築するモデルに経済的な概念を導入すれば, 収益, 費用を考慮した解が探求できる。そのために必要な主な情報は, 割引率, 植林費用, 主伐費用, 間伐費用, 価格関数などである。丸太歩留率, 間伐可能林齢, 間伐に関わる最大収量比数などもより詳細な収益, 費用の算出に用いられる。一般に素材丸太価格は末口径により異なり, 従って立木価格(m^3 当たり)を胸高直径の離散型関数と仮定すれば, 素材丸太価格のある程度の近似が可能になる。

2) 繰り返し演算: 各期における最適間伐量を探求するために, 下記の繰り返し演算を行う。

Step 0: 現時点の林齢を t とし, ha 当たりの立木本数を N とすると林分密度管理図より, 平均胸高直径が計算され, 価格関数により立木 m^3 当たりの価格が算出できる。また, 林分材積も同時に算出されるので, 丸太歩留率を乗じ, 伐採費を差し引くと, 林分を主伐することにより得られる収益が計算できる。入力情報は, 林齢 t , 立木本数 N , 期間隔 Δt , 状態(間伐)間隔 Δs , 間伐間隔数 $k=0$, 次期期間間隔数 $i=1$, 計画期間数 I であり, 算出情報(初期状態)は上層樹高 $H(t)$, 平均単木材積 $v(t, N)$, 林分材積 $V(t, N)$, 平均胸高直径 $\overline{DBH}(t, N)$, 素材価格 $P(\overline{DBH}(t, N))$, 林分収益 $R(V(t, N))$ である。

Step 1: $k\Delta s$ の間伐からの収益と i 期先の林分からの収益を算出する。

$$\text{間伐収益 } R(T(k\Delta s)) = R(V(t, N)) - R(V(t, N - k\Delta s))$$

$$i \text{ 期先林分収益 } R(V(t + i\Delta t, N_{t+i\Delta t}))$$

$$\text{中間目的関数値の算出 } f_{t,t+i\Delta t}(k) = R(T(k\Delta s)) + R(V(t + i\Delta t, N_{t+i\Delta t}))$$

Step 2: $k = k + 1$ とする。 $k\Delta s$ が N よりも少なければ, Step 1 を繰り返す。それ以外は Step 3 に移る。

Step 3: i 期先を基準とした中間最適間伐量 $k^*\Delta s$ を次式より探求する。

$$\max_{\{k\}} f_{t,t+i\Delta t}(k) = R(T(k\Delta s)) + R(V(t + i\Delta t, N_{t+i\Delta t}))$$

Step 4: $i = i + 1, k = 0$ とし, $t + i \leq I$ なら Step 1 に移行する。それ以外は Step 5 に移る。

Step 5: $t = t + \Delta t, i = 1, k = 0$ とし, $t < I$ なら t 期に至るまでの最適経路 j^* , ($t - j^*\Delta t > 0$), とその時の最適間伐量 k^* を次式より探求し, Step 1 に移行する。それ以外は Step 6 に移る。

$$f_t^* = \max_{\{k,j\}} \{f_{t-j\Delta t,t}(k)\}$$

$$f_{t-j\Delta t,t}(k) = R(T_{t-j\Delta t}(k\Delta s)) + R(V(t, N_t)) - R^*(V(t - j\Delta t, N_{t-j\Delta t})) + f_{t-j\Delta t}^*$$

Step 6: それぞれの $t (\leq I)$ を輪伐期とする場合の最適経路と間伐量が確定する。

3) 最適解の出力: 繰り返し演算を終了すれば, 現時点の次期から計画期間までのそれぞれの期を輪伐期とした最適間伐戦略が探求できる。その中で下記の目的関数値を最大にする期が最適輪伐期となり, それに付随する最適経路における最適間伐量が決定される。

$$F = \max_{\{t\}} f_t^* = \max_{\{k,j\}} \{f_{t-j\Delta t,t}(k)\}$$

4. DP-KYSS による最適間伐戦略の探求

上記で構築した間伐戦略最適化モデル, DP-KYSS は林分経営に対する様々な分析に応用可能である。例えば, 割引率, 価格などの間伐戦略への影響, 獣害・病虫害などへの対策案評価などがある。多くの分析では様々な想定される状態を仮定し, その仮定を基に最適解を求め, 最適解を比較することにより, 効果評価などの分析を行うというのが一般的である。ここでは,

DP-KYSS を用いた最適間伐戦略の探求を行った。

まず、林分密度管理図による最適化の性質について吟味してみる。DP-KYSS の入力情報は下記の通りである。

- ・ 上層樹高曲線式には下記を用いる。

$$H = 22.87(1 - e^{-0.0288 \cdot t})^{1.086}$$

この式は福岡県標準育林体型より推定したものである。

- ・ 現在の林齢(年): 0
- ・ 立木本数(/ha): 3000 本
- ・ 年割引率(%): 1%
- ・ 主伐費用(¥/m³): 8000 円
- ・ 間伐費用(¥/m³): 8000 円
- ・ 丸太歩留率(%): 64%
- ・ 間伐可能林齢(年): 10 年
- ・ 間伐に関わる最大収量比数(0.15): 1
- ・ 価格(¥/m³): 15000 円
- ・ 次期先基準: 多期間先基準(MSPATH)
- ・ 目的関数: 現在価値基準(PNV)
- ・ 間伐間隔: 5 本
- ・ 期間隔: 5 年
- ・ 計画期間: 50 年

図 12 に間伐期 10 年目の間伐からの伐採量と、15 年での主伐による伐採量、そしてそれらの和のグラフを示す。間伐の増加に伴い、その伐採量は増加し、それに伴い、15 年目の主伐からの伐採量は減少する。また、その和は凸の反応面を形成し、前述した条件を満たしていることが分かる。上記条件下では、目的関数 PNV の状態も伐採量の場合と同じ形状であった。最適な間伐量は 90 本であり、ちょうど自然枯死により失われる本数分だけの間伐量となっている

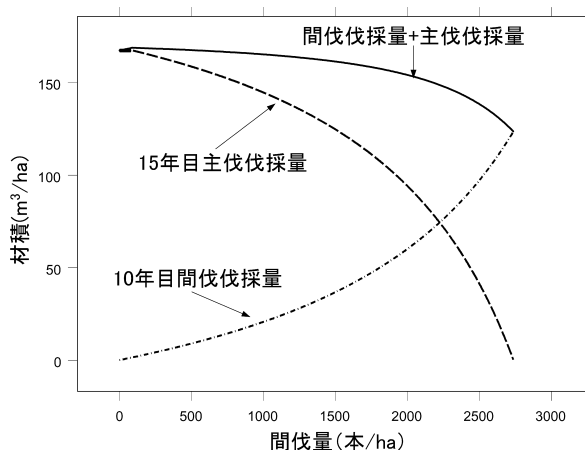


図 12. 反応面分析。

(図 13). その後の間伐量については, 30 年目の間伐までは自然枯死分の間伐量が最適となった. なお, 図 13 で, 実線が立木本数減, 点線が林分材積を示す. 最終的な最適解を表 1 に示す. 35, 40, 45 年目でかなりの間伐が行われていることが分かる. また, SEV 基準では, 30 年が最適輪伐期になることが分かる. 上記で仮定した価格によれば, 間伐が可能な期において毎回間伐が施されていることがわかる. このような場合は, PATH アルゴリズムおよび MSPATH アルゴリズムで得られる解は等しいものになる. すなわち, 間伐の効果が短期的に現れるということである. また, 立木価格は丸太直径の大きさにかかわらず一定なので, 最適輪伐期を探求するための割引を考慮しなければ基本的には伐採量の最大化と同じ解が得られる.

次に DBH の大きさによる価格プレミアムを考慮して, 最適解を探求してみる. 価格は図 14

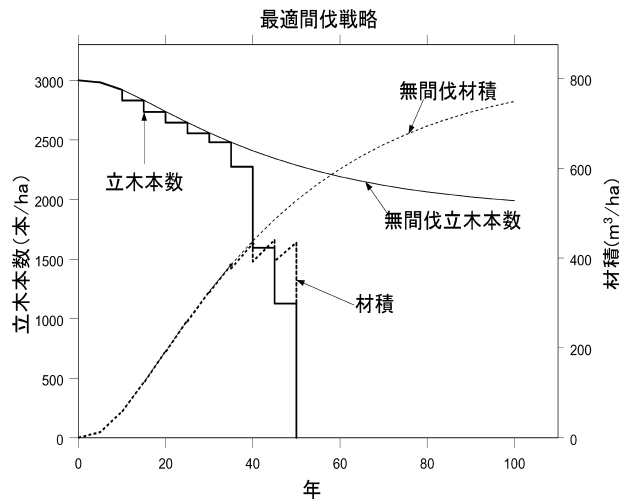


図 13. 最適間伐戦略.

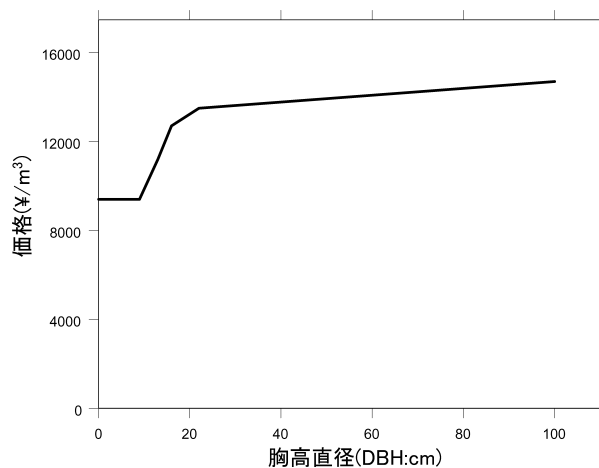


図 14. 胸高直径(DBH)プレミアムによる価格曲線.

に示す通りである。市場では末口直径により価格が決められるが、ここでは DBH の大きさにより、立木価格は変化するとした。一般的な成長モデルでは、間伐を施すことにより、残存木一本当たりの成長に対する占有面積が増加し、将来的な DBH は増加する傾向にある。従って、DBH の大きさにより価格プレミアムを想定すれば、最適な間伐方法も将来的な価格プレミアムを利用するような異なる解になることが予想される。

結果は表 2 の通りで、DBH による価格のプレミアムを考慮することにより、表 1 の最適間伐戦略と比較しかなりの差が生じることがわかる。すなわち、表 2 では全ての期間で間伐が施されるという結果にはならなかった。このような場合、PATH アルゴリズムと MSPATH アルゴリズムの解に乖離が生じる可能性が大きくなる。PATH アルゴリズムで得られた解を表 3 に示す。PATH アルゴリズムの場合は評価基準が常に次期であるため、間伐効果が短期的に評価

表 1. 最適間伐戦略。

間伐年	主伐年	立木本数	間伐本数	間伐伐採量	主伐伐採量	間伐費用 ($\times 10^3$)	主伐費用 ($\times 10^3$)	間伐 現在価値 ($\times 10^3$)	主伐 現在価値 ($\times 10^3$)	総現在価値 ($\times 10^3$)	土地期望価 ($\times 10^3$)
0	5	3000	0	0	7.92	0	63.37	0	52.76	52.76	1086.98
5	10	2983	0	0	37.62	0	300.94	0	238.38	238.38	2516.87
10	15	2921	90	0.65	78.94	5.17	631.55	4.1	475.99	480.08	3462.54
15	20	2831	95	1.15	123.51	9.16	988.09	6.91	708.56	719.56	3987.46
20	25	2736	90	1.45	167.33	11.57	1338.68	8.3	913.37	932.68	4234.98
25	30	2646	90	1.75	208.42	14.01	1667.35	9.56	1082.41	1111.28	4305.98
30	35	2556	75	1.68	246.27	13.43	1970.18	8.72	1216.93	1254.51	4265.79
35	40	2481	205	5.34	276.66	42.70	2213.29	26.38	1300.74	1364.70	4156.26
40	45	2276	680	25.67	282.04	205.39	2256.35	120.7	1261.69	1446.35	4007.12
45	50	1596	470	30.50	278.04	244.00	2224.32	136.44	1183.42	1504.51	3838.42

表 2. MSPATH アルゴリズムからの最適化：胸高直径 (DBH) による価格プレミアムを考慮した最適間伐戦略。

間伐年	主伐年	立木本数	間伐本数	間伐伐採量	主伐伐採量	間伐費用 ($\times 10^3$)	主伐費用 ($\times 10^3$)	間伐 現在価値 ($\times 10^3$)	主伐 現在価値 ($\times 10^3$)	総現在価値 ($\times 10^3$)	土地期望価 ($\times 10^3$)
0	10	3000	0	0	37.62	0	300.94	0	47.68	47.68	503.37
10	25	2921	1050	8.87	148.82	70.97	1190.54	11.24	545.43	556.68	2527.69
25	45	1871	560	20.68	265.29	165.43	2122.33	75.79	932.49	1019.53	2824.61
45	50	1311	725	77.34	210.36	618.76	1682.84	271.86	718.57	1077.47	2748.91

表 3. PATH アルゴリズムからの最適解：胸高直径 (DBH) による価格プレミアムを考慮した最適間伐戦略。

間伐年	主伐年	立木本数	間伐本数	間伐伐採量	主伐伐採量	間伐費用 ($\times 10^3$)	主伐費用 ($\times 10^3$)	間伐 現在価値 ($\times 10^3$)	主伐 現在価値 ($\times 10^3$)	総現在価値 ($\times 10^3$)	土地期望価 ($\times 10^3$)
0	5	3000	0	0	7.92	0	63.37	0	10.55	10.55	217.40
5	10	2983	0	0	37.62	0	300.94	0	47.68	47.68	503.37
10	15	2921	1550	14.42	54.39	115.37	435.11	18.28	165.49	183.77	1325.42
15	20	1371	0	0	91.70	0	733.58	0	353.90	372.18	2062.44
20	25	1371	365	14.47	112.33	115.74	898.62	55.83	453.42	527.53	2395.35
25	30	1006	120	7.53	138.36	60.22	1106.89	30.39	564.60	669.10	2592.62
30	35	886	0	0	170.69	0	1365.53	0	665.26	769.76	2617.47
35	40	886	0	0	200.97	0	1607.74	0	747.52	852.02	2594.87
40	45	886	205	23.88	202.87	191.05	1622.93	88.83	724.07	917.39	2541.65
45	50	681	185	31.33	192.61	250.63	1540.92	111.82	660.43	965.58	2463.46

される。それゆえ効果が長期的に出る場合は PATH アルゴリズムの使用は不適切となることが分かる。両アルゴリズムで得られる PNV を比較すると 50 年目で 20% 程度の格差が出る結果となった。

5. むすび

これまで間伐戦略最適化モデルは林分経営の効率化を目指したものとして利用されてきたが、日本においては、未だ汎用性のあるこのようなモデル構築は皆無に等しいと言っても過言ではない。昨今では、森林の管理の遅れ、あるいは放棄が問題となり、森林資源の荒廃が危惧され、それに伴う公益的機能の低下が問題視されている。そのような状況に対し、政府の政策として第一に適用されるのが補助金による管理の促進である。1960 年代に行われた拡大造林プロジェクトにより植林された人工林(主にスギ・ヒノキ林)が現在伐採できる林齢に達してきているが、林業を取り巻く経済状況の悪化により、森林所有者の経営意識が低下しており、当初予測したような「国産材時代の到来」は夢物語になってしまった。以前は補助金のほとんどが植林に対するものであったが、昨今では間伐に対する補助に移行している。森林所有者の主伐差し控えによる高齢級間伐に対する補助も徐々に現れてきている。こうした状況下、その効果の評価分析はいっこうに行われていないのが現状である。

本稿では MSPATH (Multi-Stage Projection Alternative Technique) アルゴリズム及び林分密度管理図による林分成長モデルを用いて、動的計画法による間伐戦略最適化モデルを構築した。ここで構築したようなモデルを用いれば、様々な経済条件を想定し最適間伐戦略を探索することにより間伐効果の経済分析などが可能になる。さらに、ここで構築したモデルの利用として以下のことが考えられる。環境問題の主要なものとして二酸化炭素問題がある。京都議定書にあるように二酸化炭素の削減への各国の貢献が今後の地球温暖化防止に大きな影響を与える。森林資源については、植林による行動に対しては炭素吸収への貢献としてカーボン・クレジットが与えられ、クレジットの売買が金融市場で可能となり、より多くの炭素固定の促進が期待されている。そうした時、例えばここで構築したモデルの目的関数の調整により、炭素固定効果を狙った間伐戦略の最適化もまた可能になり、日本の国レベル、あるいは各県、各所有者のレベルで炭素固定への貢献度が評価でき、その売買が可能になれば木材生産だけではなく、このようなクレジットによる売買収益をも考慮できるものと考えられる。その結果、森林資源管理が経済的にも環境的にも充実するものになると期待されよう。

MSPATH アルゴリズムは、変分法の応用により動的計画法へ適用された一期間探索に対応する PATH アルゴリズムを多期間へ拡張したものである。これまで用いられてきたオーソドックスなアルゴリズムでは、用いる成長モデルの複雑化に伴い動的計画法ネットワークが高次元になり、その結果最適解探求のための計算量が問題となっていた。それに対し、MSPATH あるいは PATH アルゴリズムでは、間伐量が直接制御変数かつ状態変数であるため、成長モデルの複雑化の影響はほとんど受けず、最適解探求が効率良く行われる。本稿の事例で示したように、例えば木材価格が径級の大きさに対し一定であるような場合は、PATH および MSPATH アルゴリズムから得られる最適間伐戦略は等しくなる傾向がある。これは、間伐の目的関数に対する効果が短期に現れるからである。例えば胸高直径 (DBH) の大きさに伴う価格プレミアムなどを想定すると、MSPATH アルゴリズムによる解が最適となる。現実的には、木材市場などでは径級の違いにより価格が異なるため、MSPATH による最適モデルの構築が必要不可欠となる。

参 考 文 献

- Adams, D. M. and Ek, A. R. (1974). Optimizing the management of uneven-aged forest stands, *Canadian Journal of Forest Research*, **4**, 274–287.
- Amidon, E. L. and Akin, G. S. (1968). Dynamic programming to determine optimum levels of growing stock, *Forest Science*, **14**(3), 287–291.
- 安藤 貴 (1966). 『林分密度管理図とその使い方』, 農林出版, 東京.
- Arimizu, T. (1958a). Regulation of the cut by dynamic programming, *J. Oper. Res. Soc. Japan*, **1**(4), 175–182.
- Arimizu, T. (1958b). Working group matrix in dynamic model of forest management, *Journal of the Japanese Forest Society*, **40**(5), 185–190.
- Arthaud, G. J. and Klemperer, W. D. (1988). Optimizing high and low thinnings in loblolly pine with dynamic programming, *Canadian Journal of Forest Research*, **18**, 1118–1122.
- Bare, B. B. and Opalach, D. (1987). Optimizing species composition in uneven-aged forest stands, *Forest Science*, **33**(4), 958–970.
- Bellman, R. E. (1954). The theory of dynamic programming, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **60**, 503–516.
- Brodie, J. D. and Haight, R. G. (1985). Optimization of silvicultural investment for several types of stand projection systems, *Canadian Journal of Forest Research*, **15**, 188–191.
- Brodie, J. D. and Kao, C. (1979). Optimizing thinning in Douglas-fir with three descriptor dynamic programming to account for accelerated diameter growth, *Forest Science*, **25**(4), 665–672.
- Brodie, J. D., Adams, D. M. and Kao, C. (1978). Analysis of economic impacts on thinning and rotation for Douglas-fir, using dynamic programming, *Forest Science*, **24**(4), 513–522.
- Bullard, S. H., Sherali, H. D. and Klemperer, W. D. (1985). Estimating optimal thinning and rotation for mixed-species timber stands using a random search algorithm, *Forest Science*, **31**(2), 303–315.
- Chen, C. M., Rose, D. W. and Leary, R. A. (1980). Derivation of optimal stand density over time—a discrete stage, continuous state dynamic programming solution, *Forest Science*, **26**(2), 217–227.
- Faustmann, M. (1849). Berechnung des Wertes welchen Waldboden sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen, *Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung*, **25**, 441–455.
- Haight, R. G. and Monserud, R. A. (1990a). Optimizing any-aged management of mixed species stands. I. Performance of a coordinate search process, *Canadian Journal of Forest Research*, **20**, 15–25.
- Haight, R. G. and Monserud, R. A. (1990b). Optimizing any-aged management of mixed species stands. II. Effects of decision criteria, *Forest Science*, **36**(1), 125–144.
- Haight, R. G., Brodie, J. D. and Dahms, W. G. (1985). A dynamic programming algorithm for optimization of lodgepole pine management, *Forest Science*, **31**(2), 321–330.
- Hann, D. W. and Brodie, J. D. (1980). Even-aged management: Basic managerial questions and available or potential techniques for answering them, General Technical Report, INT-83, p. 29, Intermountain Forest and Range Experiment Station, USDA Forest Service, Ogden, Utah.
- Kilki, P. and Väisänen, U. (1969). Determination of the optimum cutting policy for the forest stand by means of dynamic programming, *Acta Forestalia Fennica*, **102**, 1–23.
- Martin, G. L. and Ek, A. R. (1981). A dynamic programming analysis of silvicultural alternatives for red pine plantations in Wisconsin, *Canadian Journal of Forest Research*, **11**, 370–379.
- Paredes, V., G. L. and Brodie, J. D. (1987). Efficient specification and solution of the even-aged rotation and thinning problem, *Forest Science*, **33**(1), 14–29.
- Richards, F. J. (1958). A flexible growth function to empirical use, *J. of Experimental Botany*, **10**,

290–300.

- 林野庁 (1980) 『スギ人工林林分密度管理図説明書(北近畿・中国地方 南近畿・四国地方 九州地方)』, 林野庁, 東京.
- Riitters, K., Brodie, J. D. and Hann, D. W. (1982). Dynamic programming for optimization of timber production and grazing in ponderosa pine, *Forest Science*, **28**(3), 517–526.
- Roise, J. P. (1986a). A nonlinear programming approach to stand optimization, *Forest Science*, **32**(3), 735–748.
- Roise, J. P. (1986b). An approach for optimizing residual diameter class distributions when thinning even-aged stands, *Forest Science*, **32**(4), 871–881.
- Schreuder, G. F. (1971). The simultaneous determination of optimal thinning schedule and rotation for an even-aged forest, *Forest Science*, **17**(3), 333–339.
- Torres-Rojo, J. M. and Brodie, J. D. (1990). Demonstration of benefits from an optimization approach to the economic analysis of natural pine stands in Central Mexico, *Forest Ecology and Management*, **36**(2–4), 267–278.
- Valsta, L. T. and Brodie, J. D. (1987). An economic analysis of hardwood treatment in loblolly pine plantations—a whole rotation dynamic programming approach, *The 1985 Symposium on System Analysis in Forest Resources* (eds. P. Dress and R. C. Field), 201–214, Georgia Center for Continuing Education, Athens, Georgia.
- Yoshimoto, A., Paredes V., G. L. and Brodie, J. D. (1988). Efficient optimization of an individual tree growth model, *The 1988 Symposium on Systems Analysis in Forest Resources* (eds. B. M. Kent and L. S. Davis), USDA Forest Service, Colorado, General Technical Report, RM-161, 154–162.
- Yoshimoto, A., Haight, R. G. and Brodie, J. D. (1990). A comparison of the pattern search algorithm and modified path algorithm for optimizing an individual tree model, *Forest Science*, **36**(2), 394–412.

A Dynamic Programming Model for Forest Stand Management Using MSPATH Algorithm

Atsushi Yoshimoto

(The Institute of Statistical Mathematics)

A dynamic programming model is constructed to search for an optimal thinning regime and rotation age in the Kyushu region. This model incorporates the MSPATH (Multi-Stage Projection Alternative Technique) algorithm into a growth simulator derived from a stand density control diagram. The MSPATH algorithm becomes effective where there is a long-term effect of thinning on the objective function, e.g., where there is a price premium by DBH (diameter at breast height). The proposed dynamic programming model with MSPATH is classified as a one-stage and one-state dynamic programming model, where the forest stand age is regarded as the stage and the thinning intensity as the state as well as a control variable. We elaborate how the MSPATH algorithm works and differs from the traditional dynamic programming algorithm, then conduct an experimental analysis of the proposed dynamic programming model for forest stand management.