

新段階昇圧法を用いた低破壊値の推定法について

廣瀬 英雄[†]

(受付 2003 年 9 月 1 日; 改訂 2003 年 11 月 12 日)

要 旨

電気絶縁分野で利用されるインパルス破壊電圧の推定には従来から段階昇圧法が用いられてきた。これは、一定の波高値を持つインパルス電圧を絶縁体に課電して得られる、破壊・非破壊の 2 値離散データのみからインパルス破壊電圧を推定する方法である。最近、高速な電圧計測装置の出現によりインパルス波形を精密に計測することができるようになった。このとき、絶縁破壊した場合には破壊値の情報(連続データ)が得られることから、この情報を使えば従来の方法に比べてインパルス破壊電圧の推定精度が高くなると考えられる。この方法をここでは新段階昇圧法と呼ぶ。本稿では従来からの段階昇圧法を用いた場合のインパルス破壊電圧の推定値と新段階昇圧法を用いた場合のそれとを比較し、新段階昇圧法利用の効果について述べる。

キーワード: インパルス絶縁破壊電圧, 段階昇圧法, 新段階昇圧法, 昇圧幅, 正規分布, ワイブル分布, ゲンベル分布。

1. まえがき

インパルス破壊電圧試験には、試験の目的に応じて次の 3 つが一般に用いられている; 1) 耐電圧試験, 2) 50%フラッシュオーバー試験, 3) 段階昇圧法による試験, 4) $V-t$ 試験, がそれらである。耐電圧試験は一定の電圧を長時間かけて絶縁体が耐えられるかどうかを見る試験であり, 50%フラッシュオーバー試験は別名昇降法(Dixon and Mood (1948))とも呼ばれており, 電気関係(IEC Pub. 60-1 (1989), JEC-0202 (1994))だけでなく医学・薬学分野等にも広く用いられ, 電気関係では主に破壊電圧の平均を推定する方法に使われている。この方法は, 電気絶縁試験関係では, 絶縁破壊後も再度復元試験が可能な場合の絶縁体(例えば空気や SF_6 ガス)の試験に用いられている。 $V-t$ 試験は, 急峻なインパルスをかけたときの電圧の立ち上がりの度合いによって, 破壊電圧と破壊時間との関係が変化する様子を見たものである。急峻であればあるほど波頭部で起こる破壊電圧は低くなる傾向がある。段階昇圧試験は, 一度破壊してしまうと次には使用不可能になる非復元可能な絶縁体(例えばエポキシ樹脂やプラスチック)の試験に用いられる。この方法では, 複数のテストピースを用意しなければならず, 破壊試験のコストはテストピースのコストに依存することになる。試験の回数によるコストよりもテストピースのコストの方が大きい場合, できるだけ少ないテストピースで効果的な試験を設計することが重要になる。本稿では, テストピースのコストが試験コストに支配的である場合を扱う。

まず, 段階試験法を明確にするため, ここでは昇降法の試験法に対比させながら段階昇圧試験法を説明する。昇降法試験は次のように行う。

[†] 九州工業大学 情報工学部: 〒820-8502 福岡県飯塚市大字川津 680-4

- 1) 初期設定電圧 v_0 を破壊電圧の平均の近くに設定する .
- 2) その電圧で絶縁体にインパルスを課電し, 破壊したら次の課電電圧 v_1 を $v_0 + d$ に設定する . 破壊しなかったら $v_0 - d$ に設定する .
- 3) これを 40 回程度繰り返す .

段階昇圧法は試験は次のように行う .

- 1) 初期設定電圧 v_0 は, ほとんど破壊しない低い電圧に設定する .
- 2) その電圧で絶縁体にインパルスを課電し, m 回破壊しなかったら次の課電電圧 v_1 を $v_0 + d$ に設定する . これを破壊する電圧まで繰り返し, 破壊した電圧とその電圧では何度目の課電で破壊したかを記録する .
- 3) 同様の試験を複数のテストピースについて行う .

破壊電圧が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うと仮定されるとき, 昇降法では昇降幅 d を σ の近辺に設定すれば μ, σ を精度良く推定でき(Dixon and Mood (1951)), 段階昇圧法では d を σ の近辺に, また $m = 1$ に設定すれば μ, σ を精度良く推定できる(廣瀬(1984))ことが報告されている . 昇降法ではサンプル数は 40 以上が, 段階昇圧法では 20 以上が好ましい .

そもそも電気技術者の間では, 段階昇圧法を用いた試験結果のデータについては, 破壊した電圧そのものの平均や標準偏差を求めて, 破壊電圧の指標にしていることが一般に行われているが, これでは, 昇降幅 d によってこの指標は大きく変動するため普遍性がない . そこで, 廣瀬(1984)は, 単発のインパルスによる破壊確率分布を想定して, その分布のパラメータを推定し, それを破壊電圧の指標にすることを提案している .

さて, 両試験では, 課電電圧 v_i で破壊したか, 破壊しなかったかの 2 値離散データしか用いていない . しかしながら, 最近の高速な波形記録装置を用いればインパルス波形の詳細な記録が可能であり, 瞬時の破壊電圧値を連続データとして得ることが可能である . 従って, これを使えば破壊確率分布のパラメータの推定値の精度が向上することが予想される . この方法をここでは新昇降法, 新段階昇圧法と呼ぶ . 破壊電圧が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うと仮定されるときには, 新昇降法ではパラメータ μ, σ の推定精度の向上が見られ(廣瀬・加藤(1998)), また, 新段階昇圧法の場合でも同様な効果が得られる(Hirose (2003))ことが報告されている .

さて, 空気絶縁の場合には, 破壊電圧は正規分布に従っているという調査結果がある . また, 固体絶縁体については, ワイブル分布に従っているという報告が多い . 本報告では新段階昇圧法を取り扱い, 従って固体絶縁体についての最適試験法を取り扱うので, 破壊電圧の確率分布を, 従来取り扱ってきた正規分布に加え, ワイブル, ゲンベル分布の場合も取り扱う .

絶縁に関して電気技術者に興味ある値は, 一つは破壊する電圧の平均値, もう一つは破壊する電圧と破壊しない電圧の間のしきい値である . 雷撃によって(例えばアーキングホーンのような)空気絶縁が破られる場合には 50%フラッシュオーバー電圧(正規分布の場合, 破壊電圧の平均)に興味があるが, 電気機器の破壊という観点からはこのしきい値が興味の対象になる . しきい値と言っても物理的に明確に決まるものでもないで, これは低い破壊確率を持つ電圧(低破壊電圧)と言い換えられる . 本稿では 50%フラッシュオーバー電圧ではなく, 低破壊電圧の推定ということに焦点を合わせる .

まとめると, 1) 破壊電圧が, 正規分布, ワイブル分布, ゲンベル分布に従うと仮定したとき, 2) 低破壊電圧の推定を精度良く(つまりできるだけ低い試験コストで)行う段階昇圧法の方法を示し, 3) 従来の段階昇圧法による推定精度(あるいは試験コスト)と新段階昇圧法による推定精度との比較を行うのが本論文の主目的である . なお, 本論文では, 電圧に対しての単位を特に示していない(つまり 1 単位電圧で記述している) . 単位が必要な読者は適宜使用されたい .

2. インパルス電圧波形と破壊電圧

図 1 に絶縁体に課電されたインパルス電圧波形を示す．絶縁体が絶縁破壊しない場合には，課電された絶縁体の電極間の電位差は図 1 そのものとなる．このときの電位差のピーク値を v で表す．絶縁破壊が起こると，破壊した時間から瞬時に電極間の電位差は 0 に落ち込むため電極間の電位差は図 2 のような波形になる．波形記録には電位差が落ち込む瞬間の記録が残る．このときの電位差のピーク値を V で表す．

3. 破壊電圧の推定法

従来の段階昇圧法による試験法から得られた(2 値)データをもとにすれば，尤度関数は，

$$(3.1) \quad L^F = \prod_{k=1}^n l_k^F$$

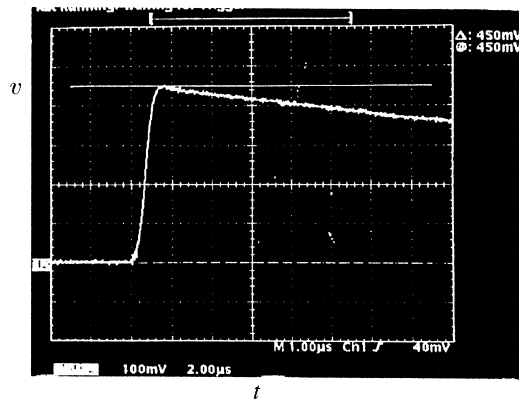


図 1. インパルス課電電圧波形．

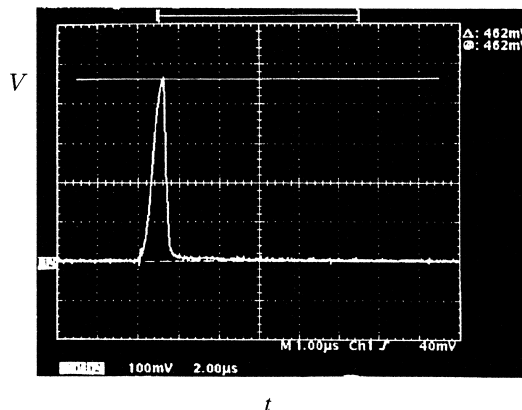


図 2. インパルス破壊電圧波形．

となる。ただし、

$$(3.2) \quad l_k^F = F(v_{i(k)}) \{1 - F(v_{i(k)})\}^{m(k)-1} \prod_{j=0}^{i(k)-1} \{1 - F(v_j)\}^m$$

で、 F は破壊電圧の分布関数、 m は同一ステージでの課電回数、 $m(k)$ はサンプル k が最終課電ステージ $i(k)$ で破壊に至るまでの試験回数を表す。 l_k^F は、絶縁体が課電電圧 $v_{i(k)}$ で破壊するまでの事象の確率に比例するもので、拡張された幾何分布に相当する。ここで、拡張された幾何分布とは同一ステージでの課電回数が 1 回以上の場合をいうこととする(1 回の場合は通常の幾何分布である)。

次に、新段階昇圧法による試験法から得られたデータをもとにすれば、尤度関数は、

$$(3.3) \quad L^f = \prod_{k=1}^n l_k^f$$

となる。ただし、

$$(3.4) \quad l_k^f = f(V_{i(k)}) \{1 - F(v_{i(k)})\}^{m(k)-1} \prod_{j=0}^{i(k)-1} \{1 - F(v_j)\}^m$$

である。ここに、 f は F の密度関数を表す。

両者の方法を分かりやすく説明するため、新段階昇圧法による試験法と従来の段階昇圧法とを図 3 に示す。従来の段階昇圧法の場合、観測値(確率変数)は破壊・非破壊の 2 値情報だけであり、新しい段階昇圧法の場合、それは破壊・非破壊の 2 値情報に破壊値そのものが加わるため(3.2)と(3.4)の両者を表す定式化を行えば、

$$(3.5) \quad l_k = f(V_{i(k)})^{I(i(k))} \cdot F(v_{i(k)})^{I(i(k))-1} \cdot \{1 - F(v_{i(k)})\}^{m(k)-1} \prod_{j=0}^{i(k)-1} \{1 - F(v_j)\}^m$$

のように記述することができる。ここに、 $I(i(k))$ は $i(k)$ での破壊・非破壊のインジケータ関数である。破壊の場合、 $I(i(k)) = 1$ である。

破壊確率分布の密度関数には、

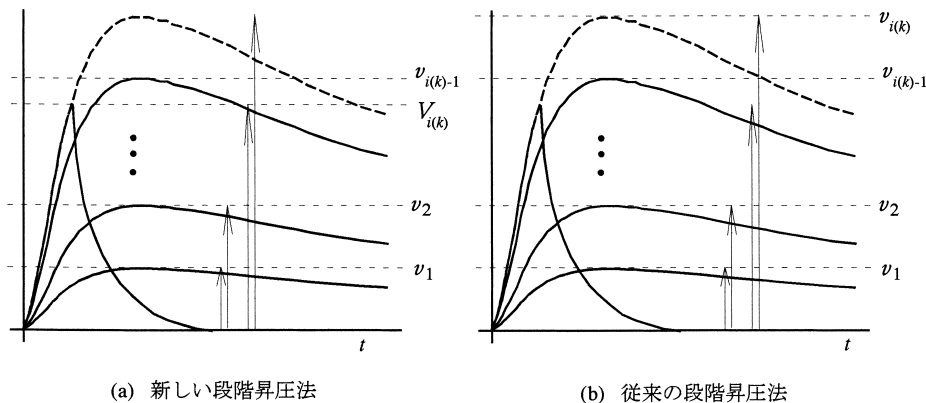


図 3. 段階昇圧法の試験法。

1) 正規分布,

$$(3.6) \quad f(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(V-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (\sigma > 0, -\infty < \mu < \infty)$$

2) 2パラメータワイブル分布,

$$(3.7) \quad f(V) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{V}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left\{-\left(\frac{V}{\eta}\right)^\beta\right\}, \quad (\eta > 0, \beta > 0)$$

3) ゲンベル分布,

$$(3.8) \quad f(V) = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \exp\left(\frac{V-\beta}{\alpha}\right) \exp\left\{-\exp\left(\frac{V-\beta}{\alpha}\right)\right\}, \quad (\alpha > 0, -\infty < \beta < \infty)$$

を想定する.

ワイブル分布では位置パラメータを含んだ3パラメータワイブル分布を考えることもできるが、電気絶縁関連では2パラメータワイブル分布が多く用いられていることもあり、ここでは2パラメータワイブル分布を用いる。絶縁破壊電圧の場合、破壊電圧の平均に対する標準偏差の比(変動係数, cv)の大きさは、0.03から大きくても0.20程度までの値であることがよく知られており、2パラメータワイブル分布の形状パラメータ β の値は、この cv から求めることができる(Hirose(2002))。近似計算を行えば、形状パラメータの値は6から40程度の値に相当し、もっと具体的には cv が0.03,0.05,0.10,0.15,0.20のときには、形状パラメータの値は40,25,12,8,6程度になる。そこで、本稿では、ワイブル形状パラメータ β の値が40,25,12,8,6のときを取り扱う。

さて、パラメータの推定値は、

$$(3.9) \quad \partial \log L^F / \partial \theta = 0, \quad \partial \log L^f / \partial \theta = 0$$

の尤度方程式を解いて求めることができる。また、低破壊電圧の推定値は、破壊確率 p に対応する電圧を求めることで得られる。パラメータ推定値に対応する近似誤差は、Fisherの観測情報量から計算でき、また低破壊電圧の推定値に対応する近似誤差は、デルタ法によって求めることができる。

例えば、15個のテストピースについて、初期設定電圧 v_0 を500、電圧昇圧幅 d を50、 $m=1$ に設定したとき、シミュレーションによって得られた破壊電圧とそのときの設定電圧とが表1(Hirose(2002)のTable 1と同じ)のとおりであったとする。破壊電圧は $N(3000, 500^2)$ から求めたものである。絶縁体が破壊した設定電圧そのものから求めた平均と標準偏差の値はそれぞれ2440, 390、破壊電圧から求めたそれらはそれぞれ2188, 306であり、第1節で述べたように、これはもとの確率分布のパラメータ μ, σ の値からは随分かけ離れた値となっている。さてこのとき、破壊確率 p を0.001, 0.01, 0.1に設定したときの推定値と推定誤差を、従来の段階昇圧法と新段階昇圧法について求めると表2のとおりとなる。この例では、新段階昇圧法を使えば推定誤差が改善されていることが確かに確認される。例えば、正規分布の場合、 $x_{0.001}$ の推定誤差は新旧の試験法ではそれぞれ152, 236となっており、これをサンプル数に換算すると新試験法では1/2.4倍のサンプル数で旧試験法と同等の推定値の推定精度を得ることができることになる。同様に、ワイブル分布では1/2.0倍、ゲンベル分布でもこれは1/1.8倍に相当する。次節では、一般にこのことが確認できるか、またもしそうならそのときどの程度改善されているかを、最適試験という観点から調べてみる。

表 1. インパルス課電電圧と破壊電圧.

テストピース	課電電圧	破壊電圧
1	2184	2650
2	2267	2600
3	2343	2950
4	2363	2600
5	2253	2400
6	2020	2950
7	2371	2450
8	1621	1900
9	2228	2600
10	1428	1450
11	2328	2350
12	2244	2350
13	2614	2700
14	2099	2100
15	2460	2550

表 2. 低破壊電圧 x_p の推定値とその誤差.

試験法	確率分布	$x_{0.001}$ (誤差)	$x_{0.01}$ (誤差)	$x_{0.1}$ (誤差)
新段階昇圧法	正規分布	1470 (152)	1870 (98)	2418 (75)
旧段階昇圧法	正規分布	1297 (236)	1778 (141)	2437 (91)
新段階昇圧法	ワイブル分布	1417 (138)	1852 (103)	2432 (73)
旧段階昇圧法	ワイブル分布	1313 (194)	1784 (141)	2439 (84)
新段階昇圧法	グンベル分布	1231 (206)	1837 (119)	2454 (68)
旧段階昇圧法	グンベル分布	1124 (280)	1787 (153)	2463 (75)

4. 最適試験法について

Fisher の観測情報行列のサンプル数倍に対応する行列 I を次のように定義し,

$$(4.1) \quad I = - \begin{pmatrix} E \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_a^2} \right) & E \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_b \partial \theta_a} \right) \\ E \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_a \partial \theta_b} \right) & E \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_b^2} \right) \end{pmatrix}$$

これから作られる次の行列 s を考えると、この対角要素の平方根がパラメータの近似推定誤差に相当する。

$$(4.2) \quad s = \begin{pmatrix} s_{aa} & s_{ba} \\ s_{ab} & s_{bb} \end{pmatrix} = I^{-1}$$

また、低破壊確率 x_p の分散は、次のデルタ法から求めることができる。

$$(4.3) \quad \text{var}(x_p) = \left(\frac{\partial x_p}{\partial \theta_a}\right)^2 s_{aa} + \left(\frac{\partial x_p}{\partial \theta_b}\right) \left(\frac{\partial x_p}{\partial \theta_a}\right) s_{ba} + \left(\frac{\partial x_p}{\partial \theta_a}\right) \left(\frac{\partial x_p}{\partial \theta_b}\right) s_{ab} + \left(\frac{\partial x_p}{\partial \theta_b}\right)^2 s_{bb}$$

さて、テストピースが課電電圧レベル i で破壊しない場合の期待値は、

$$(4.4) \quad E(w_i^0) = \prod_{j=0}^i \{1 - F(v_j)\}^m$$

で、テストピースが課電電圧レベル i で破壊した場合の期待値は、

$$(4.5) \quad E(w_i^1) = F(v_i) \{1 - F(v_i)\}^{m(i)-1} \prod_{j=0}^{i-1} \{1 - F(v_j)\}^m$$

となる。従って、 I の各要素については、従来の段階昇圧法では、

$$(4.6) \quad E\left(\frac{\partial^2 \log L^F}{\partial \theta_a \partial \theta_b}\right) = \sum_i E(w_i^0) E\left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \theta_a \partial \theta_b}\right) + \sum_i E(w_i^1) E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \theta_a \partial \theta_b}\right)$$

新段階昇圧法では、

$$(4.7) \quad E\left(\frac{\partial^2 \log L^f}{\partial \theta_a \partial \theta_b}\right) = \sum_i E(w_i^0) E\left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \theta_a \partial \theta_b}\right) + \sum_i E(w_i^1) E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \theta_a \partial \theta_b} \middle| V_i < v_i\right)$$

となる。これは 1 サンプルあたりの値になっている。各確率分布それぞれについての上式の具体的な形については付録に示す。

背後にある破壊確率分布の標準偏差を σ とするとき、正規分布、ワイブル分布、ゲンベル分布について、 d/σ に対する x_p の誤差 ($e(x_p) = \sqrt{\text{var}(x_p)}$) を計算してグラフに表したものを、それぞれ図 4, 5, 6 に示した。ワイブル分布については、形状パラメータの値によって誤差そのものの大きさは異なった値を示すが、 d/σ に対する傾向は同様であったので、ここでは形状パラメータの値が 12 のとき(つまり、変動係数 cv が 0.1 のとき)についてのみ示している。

図から次のようなことが分かる。

1) 従来の段階昇圧法から得られた推定誤差よりも新段階昇圧法から得られた推定誤差の方が小さい。これは、 d/σ が大きいほど顕著になる。同じ推定精度を得るには、新段階昇圧法の場合、従来の段階昇圧法の約 1/2 倍のサンプル数で足りる場合もある。例えば、背後にある確率分布が正規分布のとき、 d/σ が 0.5 なら 1/2.16 倍、ワイブル分布では 1/1.76 倍、ゲンベル分布では 1/1.64 倍となっている。

2) x_p の推定誤差は d/σ が小さいほど小さくなる傾向がある。ただし, $p = 0.01$ 以下のときの場合であり, $p = 0.1$ のときにもその傾向はあるが, 小さい d/σ の値のところで最適値を持つ。

3) 従来の段階昇圧法から得られた推定誤差の d/σ 依存度よりも, 新段階昇圧法から得られたそれの方が小さい。つまり, 新段階昇圧法の場合, d/σ の変動に対して, 従来の段階昇圧法の場合よりも, 誤差の変動が少ない。

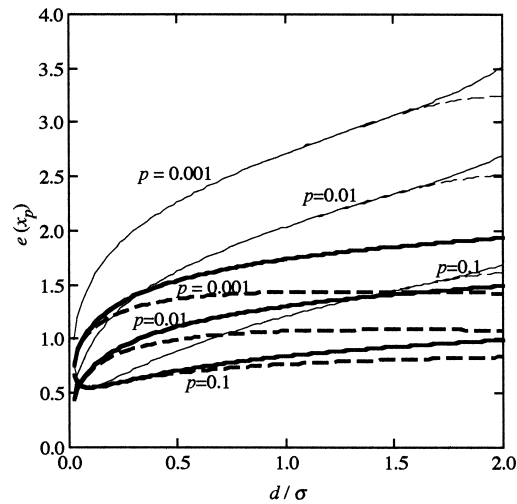


図 4. d/σ に対する $e(x_p)$: 正規分布の場合. 細線: 従来の段階昇圧法, 太線: 新しい段階昇圧法, 実線: $\exists j$ s.t. $v_j = \mu$, 点線: $\exists j$ s.t. $(v_{j-1} + v_j)/2 = \mu$.

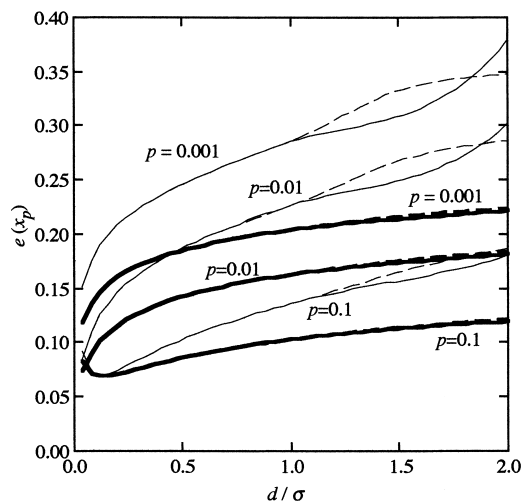


図 5. d/σ に対する $e(x_p)$: ワイブル分布の場合 ($\beta = 12$). 細線: 従来の段階昇圧法, 太線: 新しい段階昇圧法, 実線: $\exists j$ s.t. $v_j = \mu$, 点線: $\exists j$ s.t. $(v_{j-1} + v_j)/2 = \mu$.

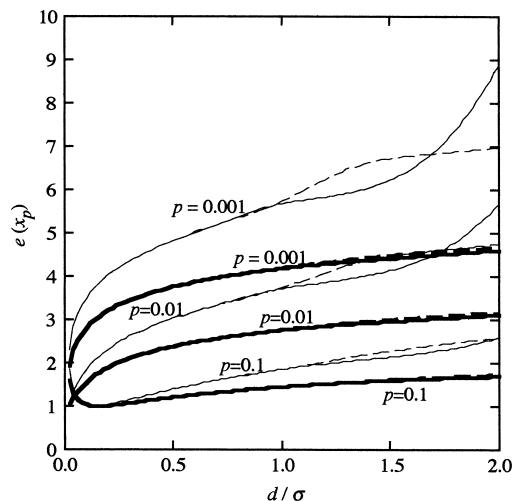


図 6. d/σ に対する $e(x_p)$: ゲンベル分布の場合 . 細線 : 従来の段階昇圧法 , 太線 : 新しい段階昇圧法 , 実線 : $\exists j \text{ s.t. } v_j = \mu$, 点線 : $\exists j \text{ s.t. } (v_{j-1} + v_j)/2 = \mu$.

5. 結論

従来からの段階昇圧法を用いた場合のインパルス破壊電圧の低破壊電圧 x_p の推定値と新段階昇圧法を用いた場合のそれとを比較した結果, 新段階昇圧法の方が次の点で優れていることが分かった . 1) 同じ推定精度を得るには, 新段階昇圧法の場合, 従来の段階昇圧法の約 1/2 倍のサンプル数で足りる場合もあるくらいに改善の度合いが大きい . 2) x_p の推定誤差は d/σ が小さいほど小さくなる傾向がある . 3) 従来の段階昇圧法から得られた推定誤差の d/σ 依存度よりも, 新段階昇圧法から得られたそれの方が小さい .

付 録

1. 正規分布の場合

$$E \left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \sigma^2} \right) = \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{-x_i^2 z_i^2}{q_i^2} + \frac{(x_i^3 - 2x_i)z_i}{q_i} \right),$$

$$E \left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \sigma \partial \mu} \right) = \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{-x_i z_i^2}{q_i^2} + \frac{(x_i^2 - 1)z_i}{q_i} \right),$$

$$E \left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \mu^2} \right) = \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{-z_i^2}{q_i^2} + \frac{x_i z_i}{q_i} \right),$$

$$E \left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \sigma^2} \middle| V_i < v_i \right) = \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \sigma^2} f(v) dv$$

$$= \frac{1}{\sigma^2 p_i} (3x_i z_i - 2p_i),$$

$$E \left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \sigma \partial \mu} \middle| V_i < v_i \right) = \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \sigma \partial \mu} f(v) dv$$

$$= \frac{2z_i}{\sigma^2 p_i},$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \mu^2} \mid V_i < v_i\right) = \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \mu^2} f(v) dv$$

$$= -\frac{1}{\sigma^2},$$

ここに,

$$x_i = (v_i - \mu)/\sigma, \quad z_i = (1/\sqrt{2\pi})e^{-x_i^2/2}, \quad p_i = F(v_i) = 1 - q_i.$$

2. ワイブル分布の場合

$$E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \eta^2}\right) = -\frac{1}{p_i^2} \left(-\frac{\beta y_i z_i}{\eta}\right)^2$$

$$+ \frac{1}{p_i} \left[\frac{\beta}{\eta^2} y_i z_i (1 - \beta(y_i - 1))\right],$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \eta \partial \beta}\right) = -\frac{1}{p_i^2} \left(-\frac{\beta y_i z_i}{\eta}\right) (y_i z_i \log x_i)$$

$$+ \frac{1}{p_i} \left[-\frac{1}{\eta} y_i z_i (1 - \beta(y_i - 1) \log x_i)\right],$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \beta^2}\right) = -\frac{1}{p_i^2} (y_i z_i \log x_i)^2$$

$$+ \frac{1}{p_i} [-y_i z_i (y_i - 1) (\log x_i)^2],$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \eta^2}\right) = -\frac{1}{q_i^2} \left(-\frac{\beta y_i z_i}{\eta}\right)^2$$

$$- \frac{1}{q_i} \left[\frac{\beta}{\eta^2} y_i z_i (1 - \beta(y_i - 1))\right],$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \eta \partial \beta}\right) = -\frac{1}{q_i^2} \left(-\frac{\beta y_i z_i}{\eta}\right) (y_i z_i \log x_i)$$

$$- \frac{1}{q_i} \left[-\frac{1}{\eta} y_i z_i (1 - \beta(y_i - 1) \log x_i)\right],$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log(1 - F(v_i))}{\partial \beta^2}\right) = -\frac{1}{q_i^2} (y_i z_i \log x_i)^2$$

$$- \frac{1}{q_i} [-y_i z_i (y_i - 1) (\log x_i)^2],$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \beta^2} \mid V_i < v_i\right) = \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \beta^2} f(v) dv,$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \eta \partial \beta} \mid V_i < v_i\right) = \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \eta \partial \beta} f(v) dv,$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \eta^2} \mid V_i < v_i\right) = \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \eta^2} f(v) dv,$$

$$\frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \eta^2} = \frac{\beta\{1 - (1 + \beta)y_i\}}{\eta^2},$$

$$\frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \eta \partial \beta} = \frac{-1 + y_i(1 + \beta \log x_i)}{\eta},$$

$$\frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \beta^2} = -\frac{1}{\beta^2} - y_i (\log x_i)^2,$$

ここに,

$$x_i = v_i/\eta, \quad y_i = x_i^\beta, \quad z_i = \exp(-y_i), \quad p_i = F(v_i) = 1 - q_i.$$

3. ゲンベル分布の場合

$$\begin{aligned} E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \alpha^2}\right) &= -\frac{1}{p_i^2} \left(-\frac{1}{\alpha} y_i z_i \exp(-z_i)\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{p_i} \left[\frac{1}{\alpha^2} y_i z_i \{y_i(1-z_i) + 2\} \exp(-z_i)\right], \\ E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \alpha \partial \beta}\right) &= -\frac{1}{p_i^2} \left(-\frac{1}{\alpha} y_i z_i \exp(-z_i)\right) \left(-\frac{1}{\alpha} z_i \exp(-z_i)\right) \\ &\quad + \frac{1}{p_i} \left[\frac{1}{\alpha^2} z_i \{y_i(1-z_i) + 1\} \exp(-z_i)\right], \\ E\left(\frac{\partial^2 \log F(v_i)}{\partial \beta^2}\right) &= -\frac{1}{p_i^2} \left(-\frac{1}{\alpha} z_i \exp(-z_i)\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{p_i} \left[\frac{1}{\alpha^2} z_i(1-z_i) \exp(-z_i)\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E\left(\frac{\partial^2 \log(1-F(v_i))}{\partial \alpha^2}\right) &= -\frac{1}{q_i^2} \left(-\frac{1}{\alpha} y_i z_i \exp(-z_i)\right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{q_i} \left[\frac{1}{\alpha^2} y_i z_i \{y_i(1-z_i) + 2\} \exp(-z_i)\right], \\ E\left(\frac{\partial^2 \log(1-F(v_i))}{\partial \alpha \partial \beta}\right) &= -\frac{1}{q_i^2} \left(-\frac{1}{\alpha} y_i z_i \exp(-z_i)\right) \left(-\frac{1}{\alpha} z_i \exp(-z_i)\right) \\ &\quad - \frac{1}{q_i} \left[\frac{1}{\alpha^2} z_i \{y_i(1-z_i) + 1\} \exp(-z_i)\right], \\ E\left(\frac{\partial^2 \log(1-F(v_i))}{\partial \beta^2}\right) &= -\frac{1}{q_i^2} \left(-\frac{1}{\alpha} z_i \exp(-z_i)\right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{q_i} \left[\frac{1}{\alpha^2} z_i(1-z_i) \exp(-z_i)\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \alpha^2} \middle| V_i < v_i\right) &= \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \alpha^2} f(v) dv, \\ E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \alpha \partial \beta} \middle| V_i < v_i\right) &= \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \alpha \partial \beta} f(v) dv, \\ E\left(\frac{\partial^2 \log f(V_i)}{\partial \beta^2} \middle| V_i < v_i\right) &= \frac{1}{p_i} \int_{-\infty}^{v_i} \frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \beta^2} f(v) dv, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \alpha^2} = \frac{1}{\alpha^2} \{1 + 2y_i - y_i z_i (y_i + 2)\},$$

$$\frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{1}{\alpha^2} \{1 - z_i (y_i + 1)\},$$

$$\frac{\partial^2 \log f(v)}{\partial \beta^2} = -\frac{1}{\alpha^2} z_i,$$

ここに,

$$y_i = (v_i - \beta)/\alpha, \quad z_i = \exp(y_i), \quad \text{and} \quad p_i = F(v_i) = 1 - q_i.$$

参 考 文 献

- Dixon, W. J. and Mood, A. M. (1948) A method for obtaining and analyzing sensitivity data, *Journal of the American Statistical Association*, **43**, 109–126.
- 廣瀬英雄 (1984) 上昇法によるインパルス絶縁破壊電圧の推定, *電気学会論文誌 A*, **104-A**, 464–470.
- Hirose, H. (2002) Maximum likelihood parameter estimation in the extended Weibull distribution and its applications to breakdown voltage estimation, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, **9(4)**, 524–536.
- Hirose, H. (2003) More accurate breakdown voltage estimation for the new step-up test method, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, **10**, 475–482.
- 廣瀬英雄, 加藤敬一 (1998) 昇降法の新しい解析, *電気学会論文誌 A*, **118-A**, 1087–1093.
- IEC Pub. 60-1 (1989) High-voltage test techniques, Part 1: General definitions and test requirements, *International Electrotechnical Commission*, International Standard, Genève, Suisse.
- JEC-0202 (1994) 電気学会電気規格調査会標準規格: インパルス電圧電流試験一般.

Low Probability Breakdown Voltage Estimation for the New Step-up Test Method

Hideo Hirose

(Faculty of Computer Science & Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology)

The conventional step-up test method has been used to estimate the impulse breakdown voltages used in the field of electrical insulation engineering. This method uses two-valued discrete data according to the result of insulation broken or not-broken information. We can now accurately measure impulse waveforms by recently developed fast memorable measuring equipment. With this equipment, we can observe the continuous breakdown voltage data, resulting in more accurate breakdown voltage estimates. We call this method the new step-up test method. This article discusses the optimum test method in both the conventional and new test methods, and compare the estimating errors of the low probability breakdown voltages in both methods.