

線形型プラズマ乱流の空間周波数モード因果関係の定量化

みわけいち

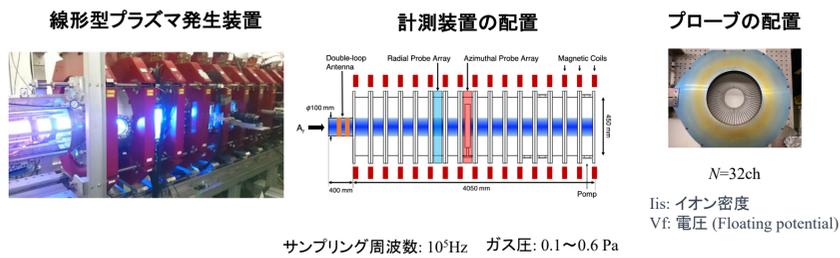
三分一 史和 学際統計数理研究系 准教授

1 はじめに

核融合研究の対象であるプラズマは、多様な時空間スケールの現象が複雑に絡み合い、極めて複雑な媒質である。加熱、波動、電磁流体力学の不安定性、乱流など、各物理的階層の詳細な理解が進み、プラズマ物理学が体系化されてきた。これらの研究を基に、核融合発電の実用化に向けた研究が進められている。しかし、基礎的な部分では、まだ未解明の問題が存在する。特に、プラズマ中の電流が突如途絶える「ディスラプション現象」の制御は、未開拓の領域である。プラズマ乱流は多自由度の問題であり、大規模な構造の励起がシステムの発展に大きな影響を与える。この理解を深めるためには、観測データの分析が不可欠である。周波数ドメインにおけるモード分解法は、乱流パターン分類に有効であるが、自由度の多さが複雑な過程の理解を難しくしている。

本研究では、自由度を下げるために乱流の空間パターンを周波数モードに分解し、各々のモードの時間発展における因果性を多変量時系列モデリングのアプローチによって解析し、モード間の因果ネットワークの推定を行った。

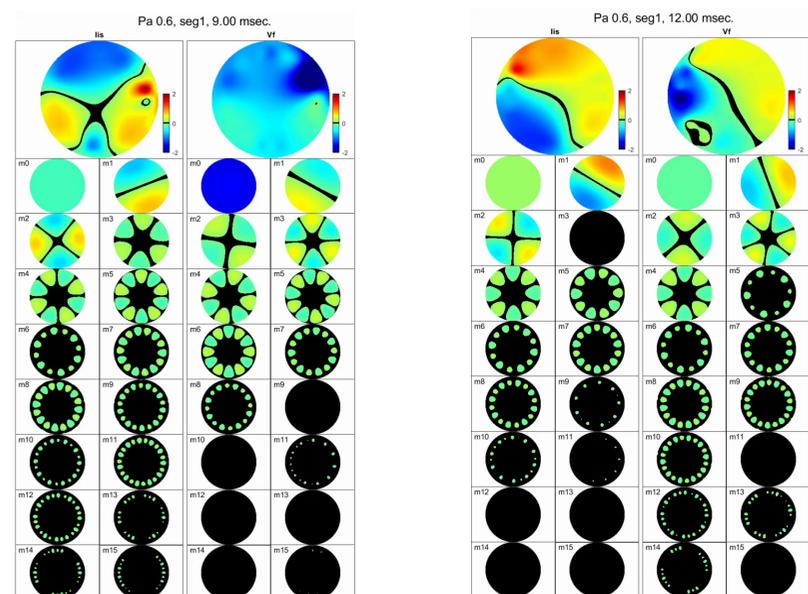
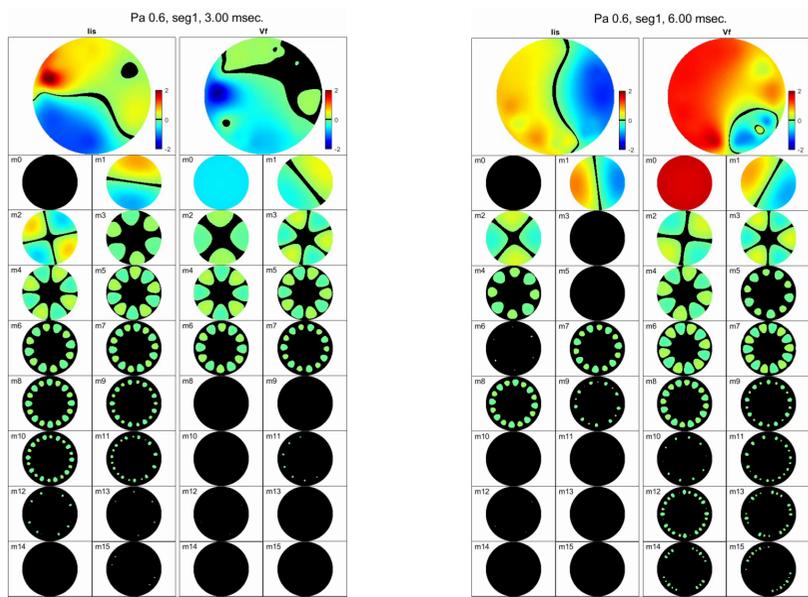
2 空間フーリエ変換



円周フーリエ変換

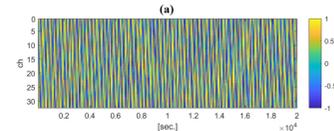
$$F(k, t) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m, t) \cdot e^{-i2\pi km/N}$$

各時刻 t の円周データを $N/2$ 個の周波数モードに分解

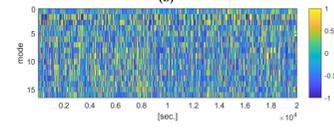


3 因果解析

円周データ



周波数モードの時間変化



Vector Autoregressive (VAR) model

$$y_t^l = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^p a_i^{lm} y_{t-i}^m + e_t^l$$

$$Y_t = \sum_{k=1}^p A_k Y_{t-k} + E_t$$

$$\begin{pmatrix} x_t^1 \\ x_t^2 \\ \vdots \\ x_t^m \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^p \begin{pmatrix} a_{11}^{j1} & a_{12}^{j1} & \dots & a_{1m}^{j1} \\ a_{21}^{j1} & a_{22}^{j1} & \dots & a_{2m}^{j1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}^{j1} & a_{m2}^{j1} & \dots & a_{mm}^{j1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1}^1 \\ x_{t-1}^2 \\ \vdots \\ x_{t-1}^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_t^1 \\ \mu_t^2 \\ \vdots \\ \mu_t^m \end{pmatrix}$$

M: モード数, p: モデルの次元(時間遅れ)

l 番目のモードについての full model

$$y_t^l = \sum_{k=1}^p A_k^l Y_{t-k} + e_t^l$$

l 番目のモードについて、m 番目のモードからの外生変数のみ除外した reduced model

$$y_t^l = \sum_{k=1}^p A_k^l Y_{t-k}^{(m)} + e_t^{lm}$$

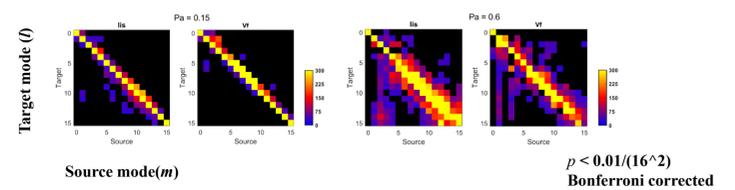
Extended Granger Causality (L. Schiatti, et al. 2015)

$$eGC^{lm} = N \log \frac{\text{var}(e_t^{lm})}{\text{var}(e_t^l)} \square \chi^2(p) \quad (\text{J.D. Hamilton 1994})$$

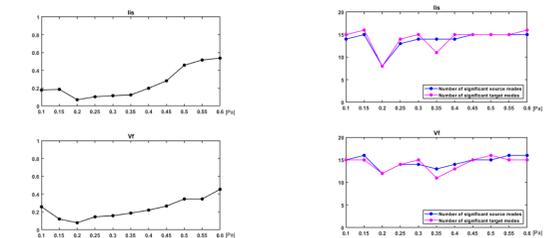
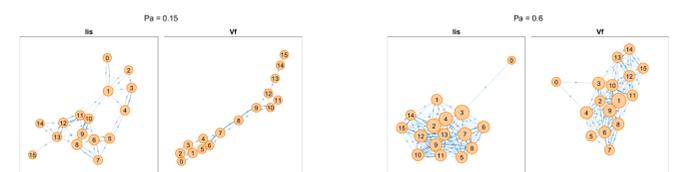
m 番目のモード(source) → l 番目のモード(target) への因果性

$$eGC^{lm}(p=5)$$

Causal matrices



Causal Network Maps



統計的に有意な結合の数の、総可能因果結合数に対する比率

周波数モード間の因果関係における、統計的に有意なtarget mode(マゼンタ)とsource mode(青)の数

(横軸: 圧力、上: イオン密度 (Iis)、下: 静電ポテンシャル (Vf))

4 まとめ

本研究における解析を通じて、線形型プラズマ乱流の空間周波数モードが乱流形成において互いにどのように影響を及ぼし合っているか、その線形因果関係を推定することが可能であることが示された。この研究から得られた知見は、シミュレーションの領域で活用され、各周波数モードの物理的役割を明らかにする研究への発展が期待される。

本研究の一部は以下の研究費の助成の元に行われている
 科研費 基盤研究 (C) 24K15079
 情報・システム研究機構 戦略的研究プロジェクト