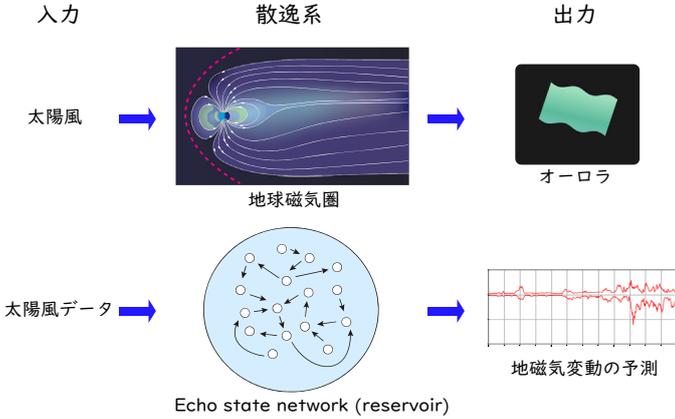


# オーロラ嵐イベント時系列のモデリングと解析

中野 慎也 学際統計数理研究系 教授

## 1. はじめに

オーロラは、太陽風の変動に対する地球磁気圏の応答を反映しているため、オーロラ活動の変動は太陽風データから予測できると考えられる。我々はオーロラ活動に伴う地磁気変動をecho state network (ESN) (Jaeger and Haas, 2004) と呼ばれるモデルで予測することを試みている。ESNはリザーバコンピュティングの一種であり、時間ステップごとに徐々に過去の入力の影響を忘れる散逸的な系になっている。出力に変換する重みをデータに基づいて決めることで、時系列予測にも使用できる。ただし、突発的なオーロラ活動の上昇(オーロラ嵐)の発生を予測することは難しいため、本研究ではオーロラ嵐イベントの発生頻度を予測するモデルの構築を試みた。



## 2. Echo state network

各時間ステップ $k$ において、ESNの各状態変数 $x_{k,i}$ は以下のように更新される。

$$x_{k,i} = \tan(w_i^T x_{k-1} + u_i^T z_k + \eta_i), \quad (i = 1, \dots, m).$$

ここで、 $z_k$ は外部からの入力を表す。 $w_i$ は状態変数間の結合を決める重み、 $u_i$ は入力変数と状態変数間の結合を決める重みである。ESNでは、予めネットワークの構造をランダムに与えて固定しておく。すなわち、 $w_i, u_i, \eta_i$ は事前にランダムに値を設定しておく。ESNの出力 $y_k$ は通常以下のように与える：

$$y_k = \beta^T x_k.$$

## 3. イベント時系列の解析

ESNを使ってイベント時系列を解析するために、単位時間あたりのイベント発生件数がESNの状態変数の値を用いて、次のように書けるものとする：

$$v(t|\beta) = \exp(\beta^T x_k).$$

出力を決める重み $\beta$ は以下の事後分布を最大化することで求める：

$$p(\beta|\tau_{1:N}) = \frac{p(\tau_{1:N}|\beta)p(\beta)}{p(\tau_{1:N})}.$$

但し、 $\tau_{1:N}$ は $N$ 件のイベント発生時刻 $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}$ をまとめて表記したものである。 $\beta$ の事前分布は以下の正規分布を与える：

$$p(\beta) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^m}} \exp\left[-\frac{\beta^T \beta}{2\sigma^2}\right].$$

実際に $\beta$ を求めるには以下の目的関数を最大化すればよい：

$$J = p(\tau_{1:N}|\beta)p(\beta) = \sum \log v(\tau_i|\beta) - \sum v(\tau_k|\beta)\Delta t - \frac{\beta^T \beta}{2\sigma^2} - \frac{m}{2} \log(2\pi\sigma^2).$$

## References:

Jaeger, H. and Haas, H. (2004): Harnessing nonlinearity: Predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication, *Science*, 304, 78-80, doi:10.1126/science.1091277  
 Nakano, S. et al.(2023): Probabilistic modelling of substorm occurrences with an echo state network, *Ann. Geophys.*, 41, 529-539, doi:10.5194/angeo-41-529-2023  
 Nosé, M. et al.(2012): Wp index: A new substorm index derived from high-resolution geomagnetic field data at low latitude, *Space Weather*, 10, S08002, doi: 10.1029/2012SW000785

## 4. 解析結果

以下では、オーロラ嵐とよく対応するとされているWp指数 (Nosé et al., 2012) から抽出したイベント時系列を解析した結果を示す (Nakano et al., 2023)。ESNの訓練には2005年から2014年までの10年分の太陽風データおよびWp指数のデータを用い、2015年から2018年の予測を行った。

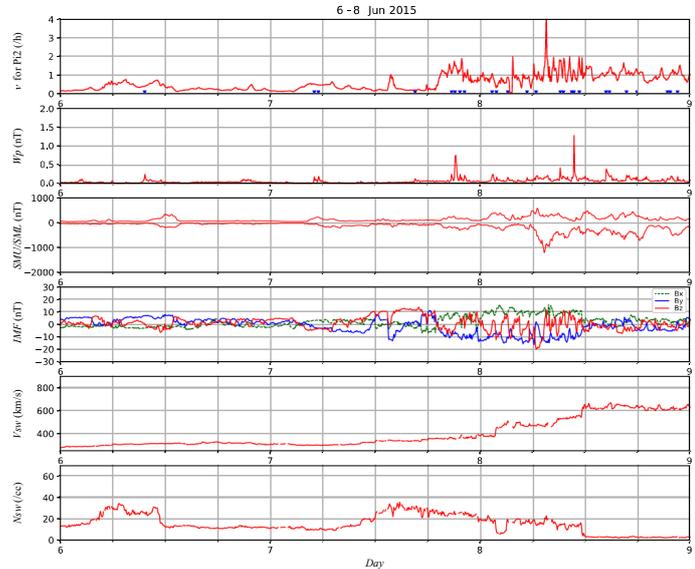


図2. 上からESNによる強度関数の予測(赤線)と実際に発生したイベント(青い点)、Wp指数の時系列データ、オーロラ活動の指数(SMU/SML指数)、太陽風磁場3成分、太陽風速度、太陽風密度を示す。

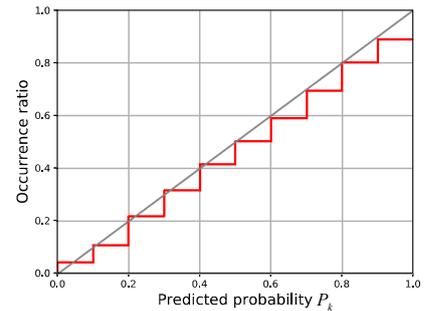


図3. ESNによる1時間でのイベント発生確率の予測と、実際に起こった頻度との比較。灰色の線は予測が実際の頻度と一致した場合を表している。

## 5. シミュレーション

人工的な信号を入力にすることで、ESNが学習したシステムの特性を分析する。入力変数の変動に対して、非線型の応答をする場合があることが示唆される。特に太陽風密度の変動に対しては、磁気圏が素早く応答することが知られており、密度変化に対して突発的な発生頻度の上昇が見られることは、妥当であると考えている。

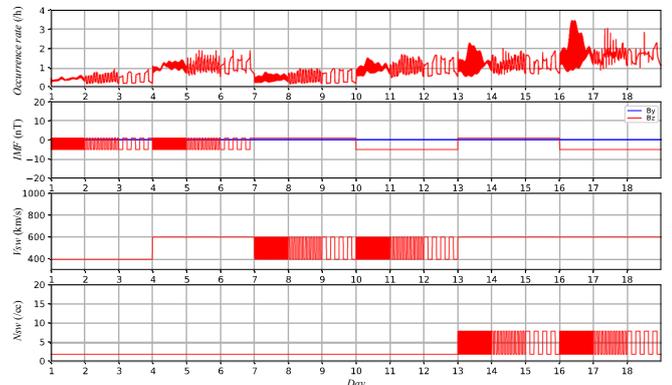


図4. 上から2番目、3番目、4番目は人工的に与えた入力データの時系列でそれぞれ太陽風磁場、太陽風速度、太陽風密度の入力である。一番上はその入力を与えた場合にESNが出力する強度関数の変化である。