

# 非数値時系列からの微分方程式の推定

宮澤 脩一

総合研究大学院大学 統計科学コース 博士課程(3年次編入)5年

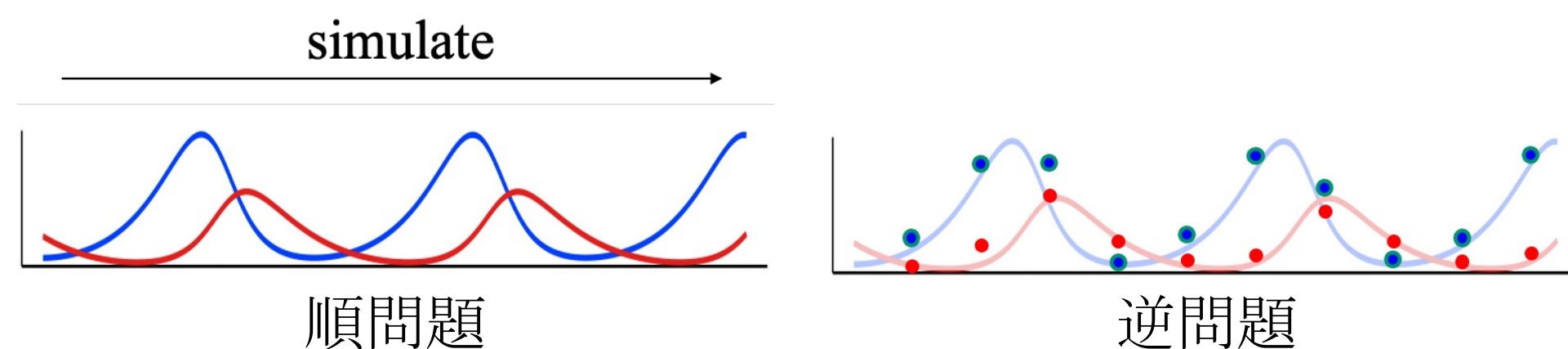
イベント時系列(時間点過程)や離散カテゴリ時系列など, 数値を伴わない時系列データの生成メカニズムを常微分方程式(ODE)によってモデリングし, 常微分方程式のパラメータ推定を行う逆問題をベイズ的な方法で近似的に解く手法を研究しています.

## ODEモデリング

時間に依存する現象を扱うために, ODEを用いて動的システムをモデル化する. 順問題では, 既知のODE  $f$  およびそのパラメータ  $\theta$  から将来的な数値的な観測をシミュレートするが, 多くの場合パラメータは未知であり, 本研究では, 数値的な観測  $y$  からパラメータ  $\theta$  を推定する逆問題を解く.

$$y(t_i) = x(t_i) + \epsilon(t_i), \quad i = 1, \dots, N.$$

$$\dot{x}(t) \equiv \partial x(t)/\partial t = f(x(t), \theta),$$

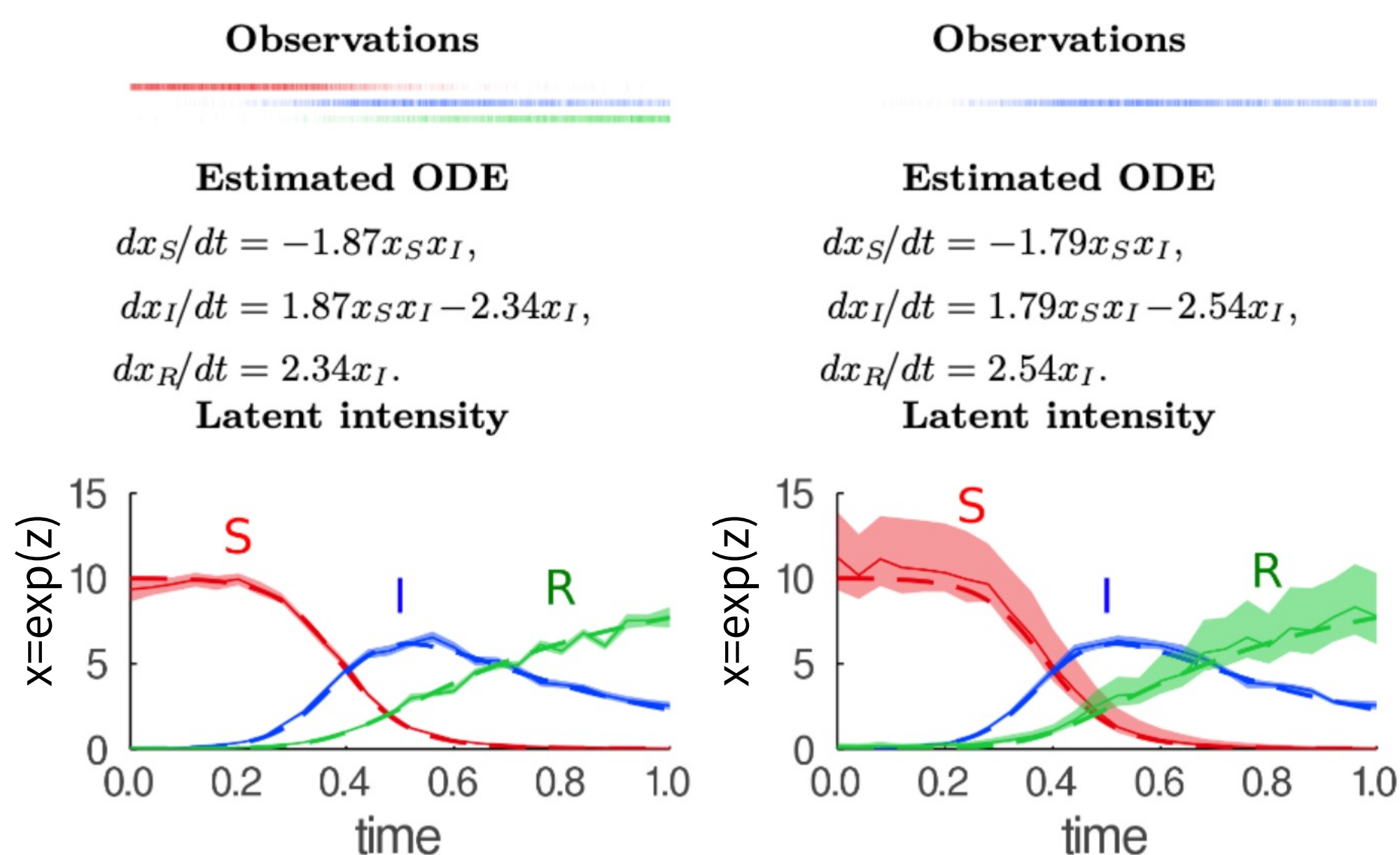


## イベント時系列のODEモデリング

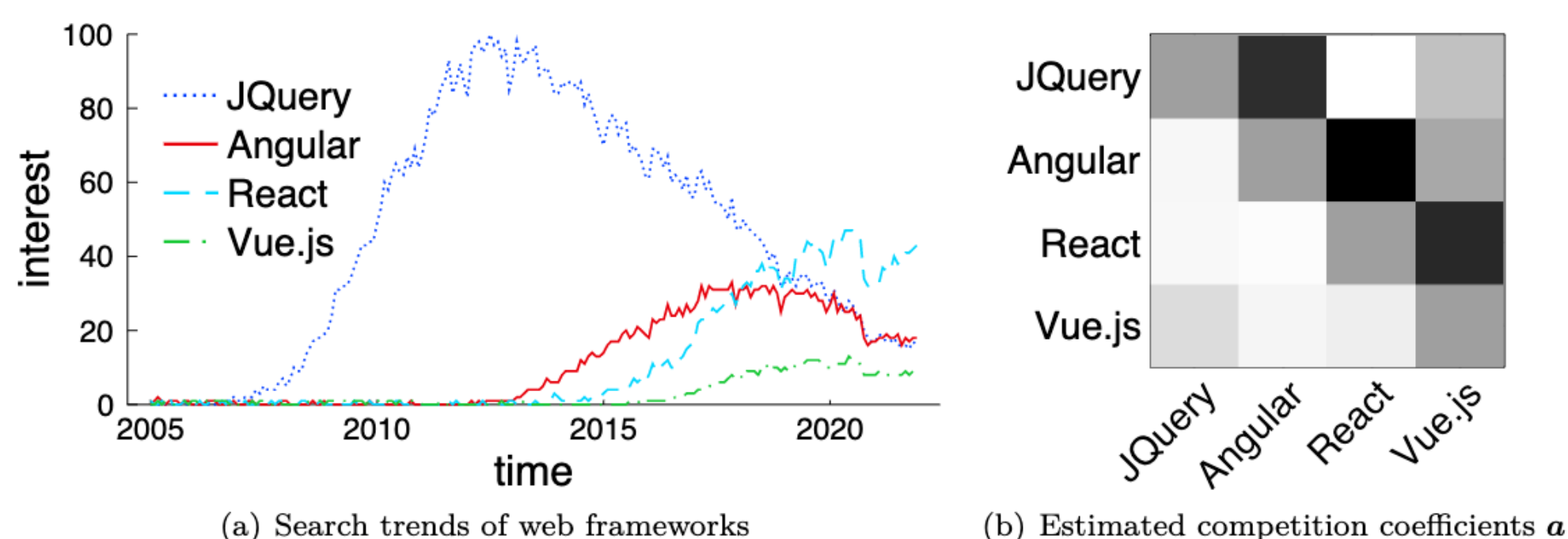
ODEシステムを仮定したイベント生成過程を提案する. ODEの逆問題の近似解法である勾配マッチング法 [1] を時間点過程のモデリング手法である対数ガウスCox過程 [2] に統合し, ガウス尤度の代わりにポアソン過程尤度を用いることで, イベントデータからのODEパラメータ推定を可能とする. 提案手法は, システムの一部の種類イベントが観測できない問題設定でもODEパラメータの推定が可能である.

$$p(\hat{z}, z, \theta | m, \phi, \gamma) \propto p(m | \hat{z}) \times \mathcal{N}(\hat{z} | \mu_{\hat{z}}, \Sigma_{\hat{z}}) \times \mathcal{N}(z | 0, C_{\phi}) \times \mathcal{N}(g(z, \theta) | Dz, A + \gamma I) \times p(\theta).$$

提案手法の条件付き事後密度.



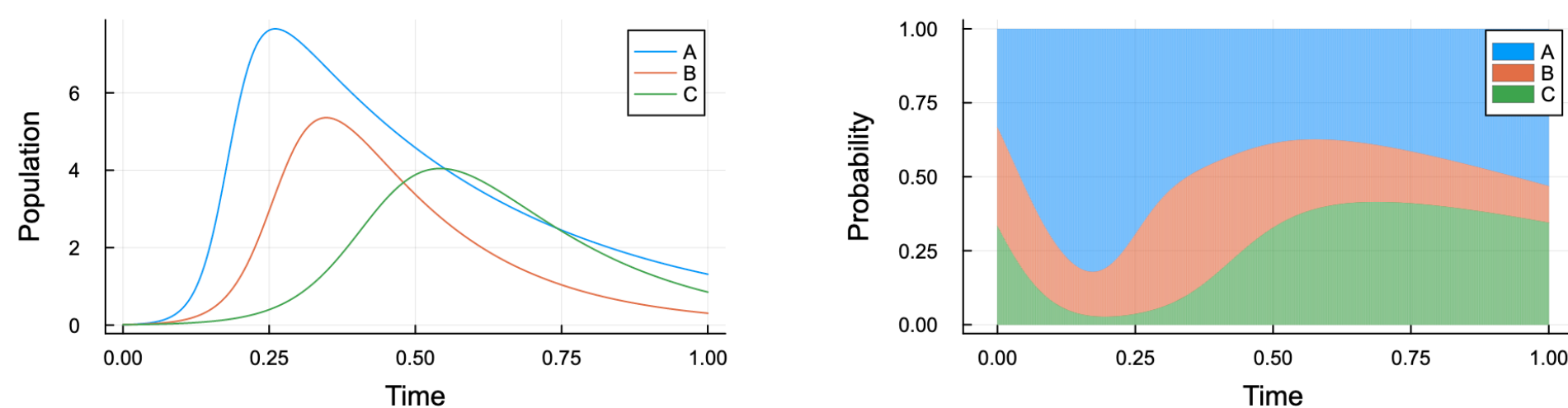
数値実験の例 (ODEとして疫学のSIRモデルを適用).



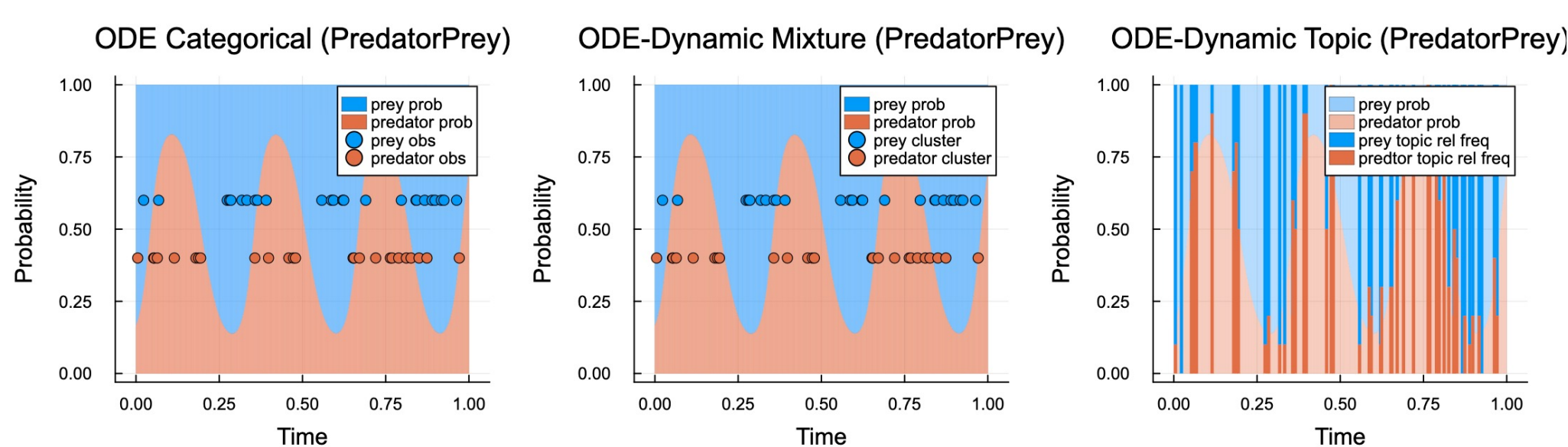
実データへの応用例 (ODEとして生物学のLotka-Volterra競争モデルを適用し, Google Trendsの検索履歴からJavaScript Webフレームワーク間の競争関係をモデリング).

## カテゴリ時系列のODEモデリング

ODEの動的システムの状態量の比率に従いカテゴリデータが生成することを仮定した生成過程を提案する. 勾配マッチング法において, ガウス尤度の代わりにカテゴリカル尤度を用いてカテゴリデータからのODEパラメータ推定を可能とする. カテゴリカルデータは必ずしも観測値である必要はなく, 潜在変数として扱うことで簡単にモデルを階層化でき, ODEに従う動的クラスタリングやODEに従う動的トピックモデルへの拡張が可能である. 応用: 出願時間や出願人(企業)を含む特許コーパスに対し, ODE(競争モデル)に従う動的トピックモデルを用いることで, 出願テーマ(潜在トピック)別の企業間の競争関係をモデル化する.



ODEの状態量(左)を確率に正規化することで, 時間進化離散確率分布を得る



時系列カテゴリデータの生成例 (ODEとして生物学の捕食者-非捕食者モデルを適用)

[1] Dondelinger, F., Husmeier, D., Rogers, S., and Filippone, M.: ODE parameter inference using adaptive gradient matching with Gaussian processes, in AISTATS, pp. 216–228PMLR (2013)  
 [2] Møller, J., Syversveen, A. R., and Waagepetersen, R. P.: Log Gaussian Cox Processes, Scandinavian Journal of Statistics, Vol. 25, No. 3, pp. 451–482 (1998)