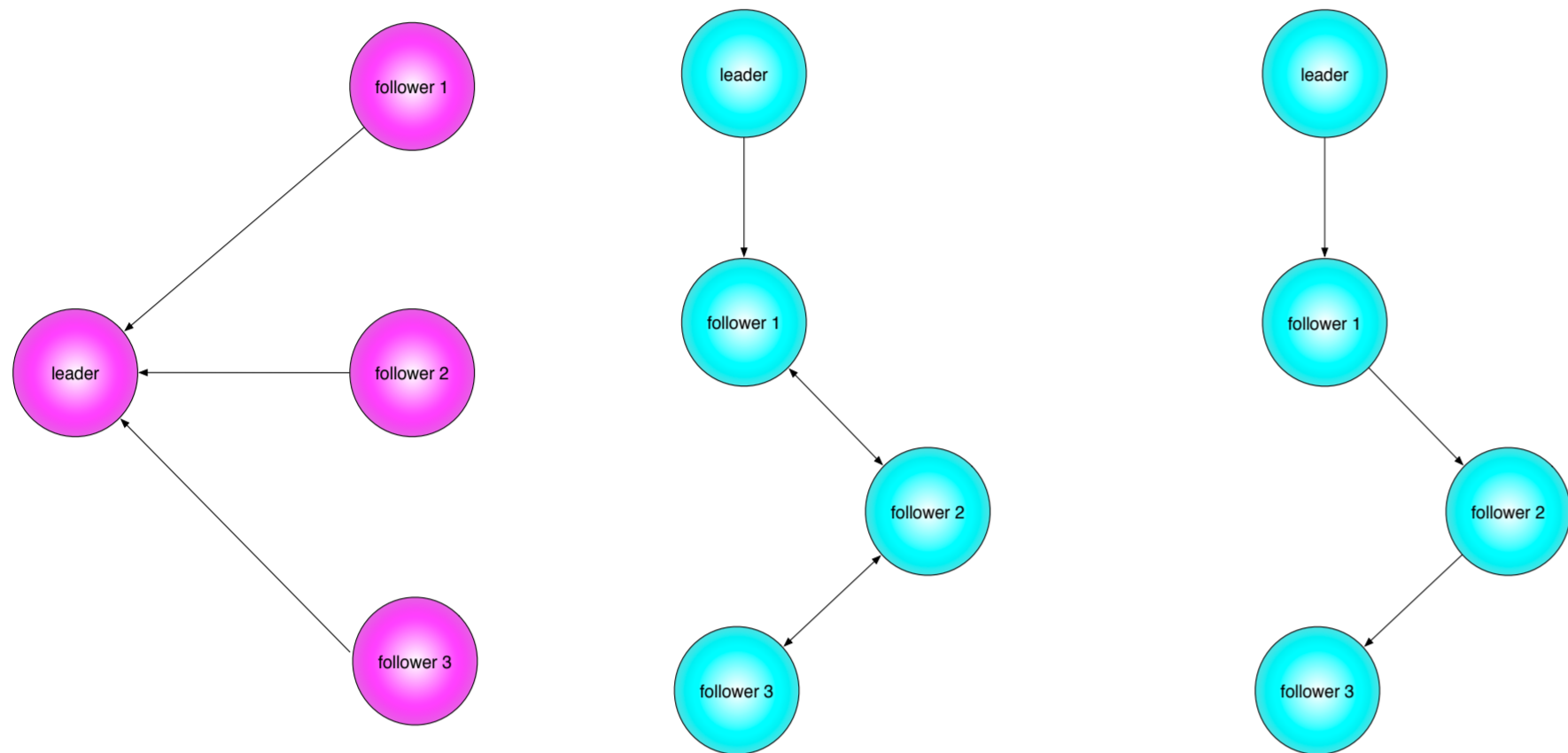


# システム制御理論の研究 ～ 統計科学と制御科学の接点

宮里 義彦 運営企画本部 特任教授

## 【マルチエージェント系の数理とシステム制御理論】

- 生物の群行動の数理モデル (鳥や魚など)
- 知的交通システム (航空管制, スマートハイウェイ)
- 人工衛星の軌道計画やランデブー問題
- 車両型ロボットの群制御, ロボカップサッカー, ロボットの協調動作
- マルチエージェント系の制御問題
  - ★ 様々な制御方式 ~ フォーメーション制御, 作業の分担 (配分), 交通制御, スケジューリング, 協調制御, コンセンサス制御



コンセンサス制御 無向ネットワークグラフ 有向ネットワークグラフ

- マルチエージェント系のコンセンサス (合意形成) 制御問題
  - ★ 制約のある通信環境における 重要な基本問題 (安定化と追従制御)
  - ★ フォーメーション制御問題に展開可能
  - ★ 適応制御やスライディングモード制御の利用
    - \* 不確定なエージェント, リアプノフ安定解析, ロバスト性解析
  - ★ 特定の対象に限定 ~ 様々な対象への適用は不十分
  - ★ 一般に追従誤差が残る => **漸近安定な追従特性の達成が目的**

## 【マルチエージェント系 / 情報構造 / 制御目的】

- グラフ上の Euler-Lagrange システム (マルチエージェント系)  
(個々のエージェント: 機械モデルとしての Euler-Lagrange システム)

表 1. Euler-Lagrange システム (マルチエージェント系)

制御対象 ( $i = 1, \dots, N$ )
$M_i(y_i)\ddot{y}_i + C_i(y_i, \dot{y}_i)\dot{y}_i = \tau_i$ (Euler-Lagrange (EL) システム)
$y_i \in \mathbf{R}^n$ (出力), $\tau_i \in \mathbf{R}^n$ (制御入力)
回帰形式: $M_i(y_i)a_i + C(y_i, \dot{y}_i)b_i = Y_i(y, \dot{y}, a_i, b_i)\theta_i$
$Y_i(y_i, \dot{y}_i, a_i, b_i)$ : $y_i, \dot{y}_i, a_i, b_i$ の既知の関数 (回帰行列)
$\theta_i$ : 未知のパラメータベクトル

表 2. 無向ネットワークグラフ ~ 情報構造の表現 (双方向通信)

無向グラフ $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A) \Leftrightarrow$ 双方向の通信
$\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ : ノード集合 => 各エージェント
$\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ : 枝集合 => エージェント間で相互通信が可能
重み付き隣接行列 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow \mathcal{E}$ より定義
グラフラプラシアン $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow A$ より定義
リーダー: $y_0$ フォロワー: $y_i$ ( $i = 1, \dots, N$ )
$M = L + \text{diag}(a_{10} \dots a_{N0}) = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow L, a_{i0}$ より定義
ネットワークグラフの連結
&
リーダ情報の少なくとも一つのエージェントへの伝達
=> $M$ の <b>正定性</b>

表 3. 有向ネットワークグラフ ~ 情報構造の表現 (片方向通信)

有向グラフ $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A) \Leftrightarrow$ 片方向の通信
$\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ : ノード集合 => 各エージェント
$\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ : 枝集合 => $(i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow i$ から $j$ へ情報が伝達
重み付き隣接行列 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow \mathcal{E}$ より定義
グラフラプラシアン $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow A$ より定義
リーダー: $y_0$ フォロワー: $y_i$ ( $i = 1, \dots, N$ )
$M = L + \text{diag}(a_{10} \dots a_{N0}) = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N} \Leftarrow L, a_{i0}$ より定義
リーダーを含む有向グラフ => リーダーを root として全域木を有する
=> $-M$ の <b>Hurwitz 性</b> ( $\neq M$ の正定対称性: 無向グラフ)

表 4. 問題設定と制御目的

問題設定
パラメータ $\theta_i$ は未知
入力 $\tau_i(t)$ と状態 $y_i(t)$ と $\frac{d}{dt}y_i(t)$ が自身 ( $i$ ) から測定
制御目的
マルチエージェント系 ( $y_1, \dots, y_N$ )
各エージェントの未知の特性を推定
制御目的 => 限定情報 / 通信制約 (双方向通信 or 片方向通信)
リーダー-フォロワー型のコンセンサス制御 ( $y_i \rightarrow y_j \rightarrow y_0$ )
目標信号 (リーダー) $y_0(t)$
$\dot{y}_0(t) = f(y_0(t), \dot{y}_0(t), t)$ (有向グラフ, $f(y_0(t), \dot{y}_0(t), t)$ は既知)
$\dot{y}_0(t) = f(y_0(t), \dot{y}_0(t)) = \Omega_0(y_0, \dot{y}_0)\phi_0$ (無向グラフ, $\phi_0$ は未知)

## 【適応 $H_\infty$ コンセンサス制御 (EL システム)

表 5. 適応  $H_\infty$  コンセンサス制御 (有向グラフの場合)

オブザーバの構成 => $\hat{y}_0$ の推定
$\dot{\hat{z}}_i(t) = -\beta \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij} \{\hat{z}_i(t) - \hat{z}_j(t)\} - \beta c_{i0} \{\hat{z}_i(t) - \hat{y}_0(t)\} + f(y_i(t), \dot{y}_i(t), t)$
制御則
$\dot{y}_{ri}(t) = \hat{z}_i(t) - \alpha \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij} \{y_i(t) - y_j(t)\}$
$s_i(t) = \dot{y}_i(t) - \dot{y}_{ri}(t)$
$\tau_i(t) = Y_i(t)\hat{\theta}_i(t) + v_i(t)$ ( $Y_i(t) \equiv Y_i(y, \dot{y}, \ddot{y}_{ri}, \dot{y}_{ri})$ )
$v(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}s$ ( $s(t) \equiv [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ )
適応則
$\hat{\theta}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma Y(t)^T s(t) \right\}$ (Pr : Projection)
最適性と漸近特性
$\begin{cases} R = \left( \frac{Y Y^T}{\gamma^2} + K \right)^{-1} \\ q = \frac{1}{4} s^T K s \\ J(t) \equiv \sup_{d \in \mathcal{L}_2} \left[ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) - \gamma^2 \int_0^t \ d\ ^2 d\tau \right] \\ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) \leq \gamma^2 \int_0^t \ d\ ^2 d\tau + W_0(0) \\ d = (\hat{\theta} - \theta) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{y}}(t) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}(t) = 0 \end{cases} \quad \left( \text{cf. } \begin{cases} \ \tilde{y}\  \sim \frac{1}{\alpha\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\} \tilde{y}_0\  \\ \ \dot{\tilde{y}}\  \sim \frac{1}{\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\} \dot{\tilde{y}}_0\  \\ \ \tilde{z}\  \sim \frac{1}{\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\} \tilde{z}_0\  \end{cases} \right)$

表 6. 適応  $H_\infty$  コンセンサス制御 (無向グラフの場合)

オブザーバの構成 => $\hat{y}_0$ の推定
$\dot{\hat{z}}_i(t) = -\beta \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij} \{\hat{z}_i(t) - \hat{z}_j(t)\} - \beta c_{i0} \{\hat{z}_i(t) - \hat{y}_0(t)\} + \Omega_i(y_i, \dot{y}_i)\hat{\phi}_{0i}(t)$
制御則
$\dot{y}_{ri}(t) = \hat{z}_i(t) - \alpha \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij} \{y_i(t) - y_j(t)\}$
$s_i(t) = \dot{y}_i(t) - \dot{y}_{ri}(t)$
$\tau_i(t) = Y_i(t)\hat{\theta}_i(t) + v_i(t)$ ( $Y_i(t) \equiv Y_i(y, \dot{y}, \ddot{y}_{ri}, \dot{y}_{ri})$ )
$v(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}s$ ( $s(t) \equiv [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ )
適応則
$\hat{\theta}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_1 Y(t)^T s(t) \right\}$ (Pr : Projection)
$\hat{\Phi}(t) = \text{Pr} \left\{ -\Gamma_2 \Omega(t)^T (M_c \otimes I) \tilde{z}(t) \right\}$ (Pr : Projection)
最適性と漸近特性
$\begin{cases} R = \left( \frac{Y Y^T}{\gamma^2} + K \right)^{-1} \\ q = \frac{1}{4} s^T K s \\ J(t) \equiv \sup_{d \in \mathcal{L}_2} \left[ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) - \gamma^2 \int_0^t \ d\ ^2 d\tau \right] \\ \int_0^t \{q + v^T R v\} d\tau + W_0(t) \leq \gamma^2 \int_0^t \ d\ ^2 d\tau + W_0(0) \\ d = (\hat{\theta} - \theta) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{y}}(t) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}(t) = 0 \end{cases} \quad \left( \text{cf. } \begin{cases} \ \tilde{y}\  \sim \frac{1}{\alpha\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\} \tilde{y}_0\  \\ \ \dot{\tilde{y}}\  \sim \frac{1}{\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\} \dot{\tilde{y}}_0\  \\ \ \tilde{z}\  \sim \frac{1}{\beta} \ (N_0 - 1) \otimes I\} \tilde{z}_0\  \end{cases} \right)$