甚大な自然外力の伝説的記録による情報の増分量

北野利一　リスク解析戦略研究センター　客員准教授／名古屋工業大学　社会工学専攻・高度防災工学センター　准教授

1．伝説的記録とは

本研究の対象となる伝説的記録とは，連続する記録に付与される孤立した記録のことであり，その観測期間長が不明なものをいう．**2011 年の東日本大震災**以降，沿岸域の設計外力について，多くの自治体で再検討されている．例えば，関東の東沿岸部では，1910 年以降の潮位観測記録に対し，その観測開始以前に生じた **1677 年の延宝房総沖地震**による津波の痕跡記録の扱いが問題となる．すなわち，十進法による切りの良さから，**1600 ～ 1900 年に生じた 300 年間の最大津波とみなすべきかどうか？**という問題である．特に，**開始の端点を 1600 年でよいのか？ あるいは，1500 年とするか？**もう少し合理的に考えるなら，**1677 年が中点となるように終点となる 1910 年に対して，開始点を 1450 年とすべきであるのか？**，これらの適切な対処法は定かではない．このような連続記録から孤立した伝説的記録に対する期間長の曖昧さの問題に対して，数理的な解決法が必要とされている．1934 年の室戸台風で被災している地域を含め，前世紀前半に既往最大が出現している場合さえ，記録の始まりを曖昧にすると，それほど古い記録でなくても（言葉どおりの語感とは異なり），伝説的記録となりうる．

極値統計理論による外挿の限界を検討するために，経験度の概念が提案され，さらに，時間の経過による外挿に対しても，経験度が適用できることが示されている．本研究は，これを踏まえ，伝説的記録が付与される効果を数量的に示すことを目的としている．

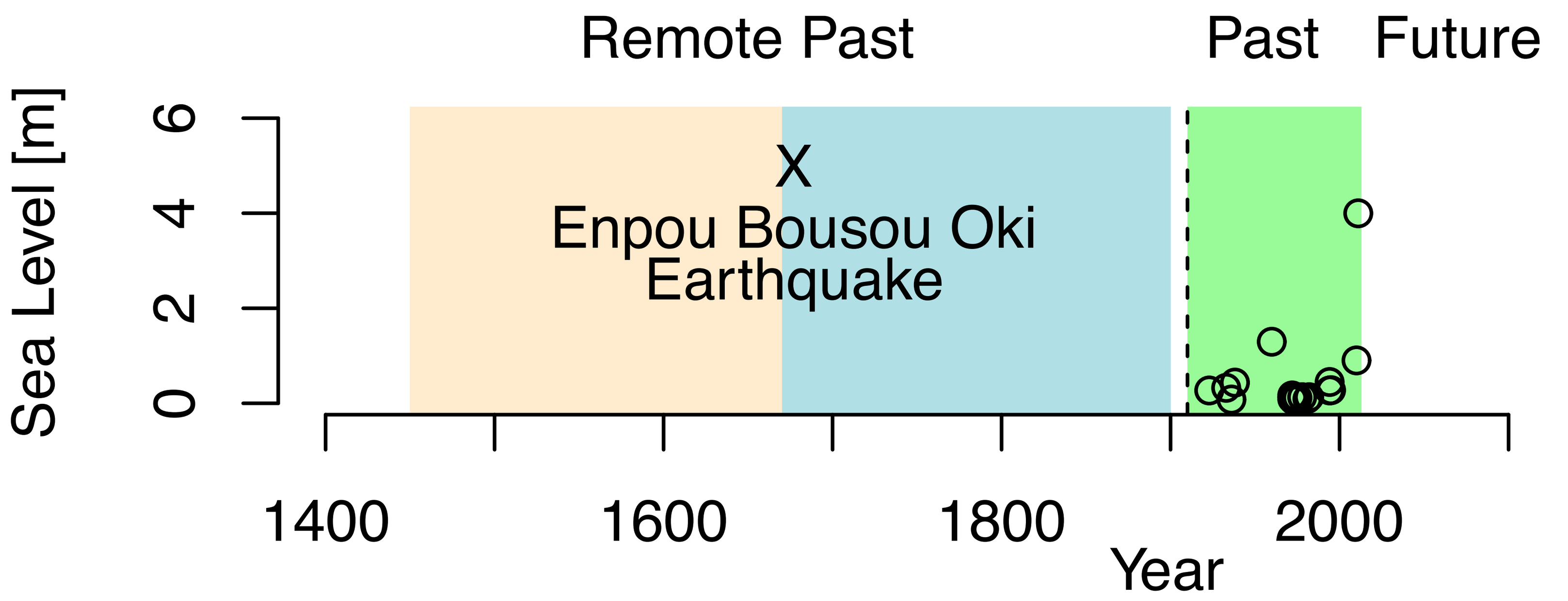

図 -1　孤立した伝説記録は，いつからいつまでの期間の最大値と扱うべきか？

2．伝説的記録を含む極値資料に対する統計モデルと情報の量を測るための経験度

極値資料に分布関数をあてはめる作業が極値統計解析と考えている限り，本研究で扱うような少し特殊な事情の極値資料を扱うことはできない．極値の生起を点過程モデルで扱い，ポアソン分布に含まれる母数に極値分布の母数をリンクさせるように扱うのがよい． 1 年間に生起する極値の最大 r 位までの外力 $y_i^{(k)}$ $(1 \le k \le r)$ を n 年間にわたり観測した時，対数尤度

$$\ell_{n,r}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{r}\log\frac{d\lambda}{dy}\left(y_i^{(k)};\boldsymbol{\theta}\right) - \lambda\left(y_i^{(r)};\boldsymbol{\theta}\right)\right] \qquad (1)$$

を最大化して，極値分布の母数 $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma, \xi)$ を求めることができる．式 (1) に含まれる生起率関数 λ は，次式で表される．

$$\lambda(y;\boldsymbol{\theta}) = \exp\left\{-\frac{1}{\xi}\log\left(1+\xi\,\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right\} \qquad (2)$$

s 個の伝説的記録 $y_*^{(k)}$ $(1 \le k \le s)$ に対しては，その曖昧になっている期間長を B と記せば，生起率が B 倍されるので，式 (1) における λ を $B\lambda$ に書換え，$y_i^{(k)}$ に代わって $y_*^{(k)}$ を代入し，さらに，n を 1 に，r を s に書き換えたものを用いる（これを $\ell^*_{1,s}(\boldsymbol{\theta}, B)$ と記す）．したがって，連続した記録に伝説的記録を併せた資料全体に対して，極値分布の母数 $\boldsymbol{\theta}$ のみならず，期間長 B も対象に，

$$\ell(\boldsymbol{\theta}, B) = \ell_{n,r}(\boldsymbol{\theta}) + \ell^*_{1,s}(\boldsymbol{\theta}, B) \qquad (3)$$

と表される対数尤度を最大化することになる．

期間長 B が未知の伝説的記録が付与された場合の経験度 K は，期間長 B を既知とした場合の経験度 K^+ を基準に，次式のように展開できる．

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K^+} + D_1 \qquad (4)$$

ここで，D_1 は伝説的記録の観測期間長が曖昧となるために課されるペナルティーであり，図 -2 のとおり，経験度 K は K^+ から大きく低下している．また，経験度 K を近年の連続記録のみによる経験度 K^0 を基準に，

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K^0} + D_1 - D_2 \qquad (5)$$

と展開できたとすると，$D_1 - D_2$ が一定となる点が興味深い（図 -2 の黒太線の頂点が水平に並んでいることに対応）．クロネッカー積 $\otimes$ による $(\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B})^{-1}$ 型の積に対しては逆行列の演算は容易にできるが，シュアの補題などの技法を使うものの，$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})^{-1}$ 型の和に対しては困難である（$\boldsymbol{A}$ および $\boldsymbol{B}$ は行列）．すなわち，経験度の計算における情報行列の逆行列の演算において，D_1 を簡約可能であるが，D_2 あるいは $D_1 - D_2$ を整理するために行列の展開は難しい（そのため，現段階では理論的な見通しは悪い）．

3．伝説的記録に対する期待と活用への望み

社会的に注目されやすい伝説的記録を加えると，経験度が倍増し，鮮度の低下も抑制されて，経過時間に対する外挿の限界も延伸されるであろうと期待される（あたかも，図 -3 の点線に示すように）．しかし，その期間長が不明であるために，付与すれば却って不利になる．伝説的記録による経験度の増分はわずかであり，その未知となっている期間の長短に依存しないのは驚嘆すべき特性である．また，経過時間に対する外挿の限界が後退する．それは，観測記録の鮮度のピークが，より遠い過去に移動することが原因になっている．このような特性を理解するためには，図 -2 の信頼区間だけでは不十分であり，経験度の概念が不可欠であることも認識できた．

伝説的記録の活用への望みが無いわけではない．その期間長を強制的に与え，極値に漏れがあるとモデル化することも可能であろう．これは今後の課題とする．

謝辞：本研究は，統計数理研究所の平成 25 年度重点型研究の成果の一部である．

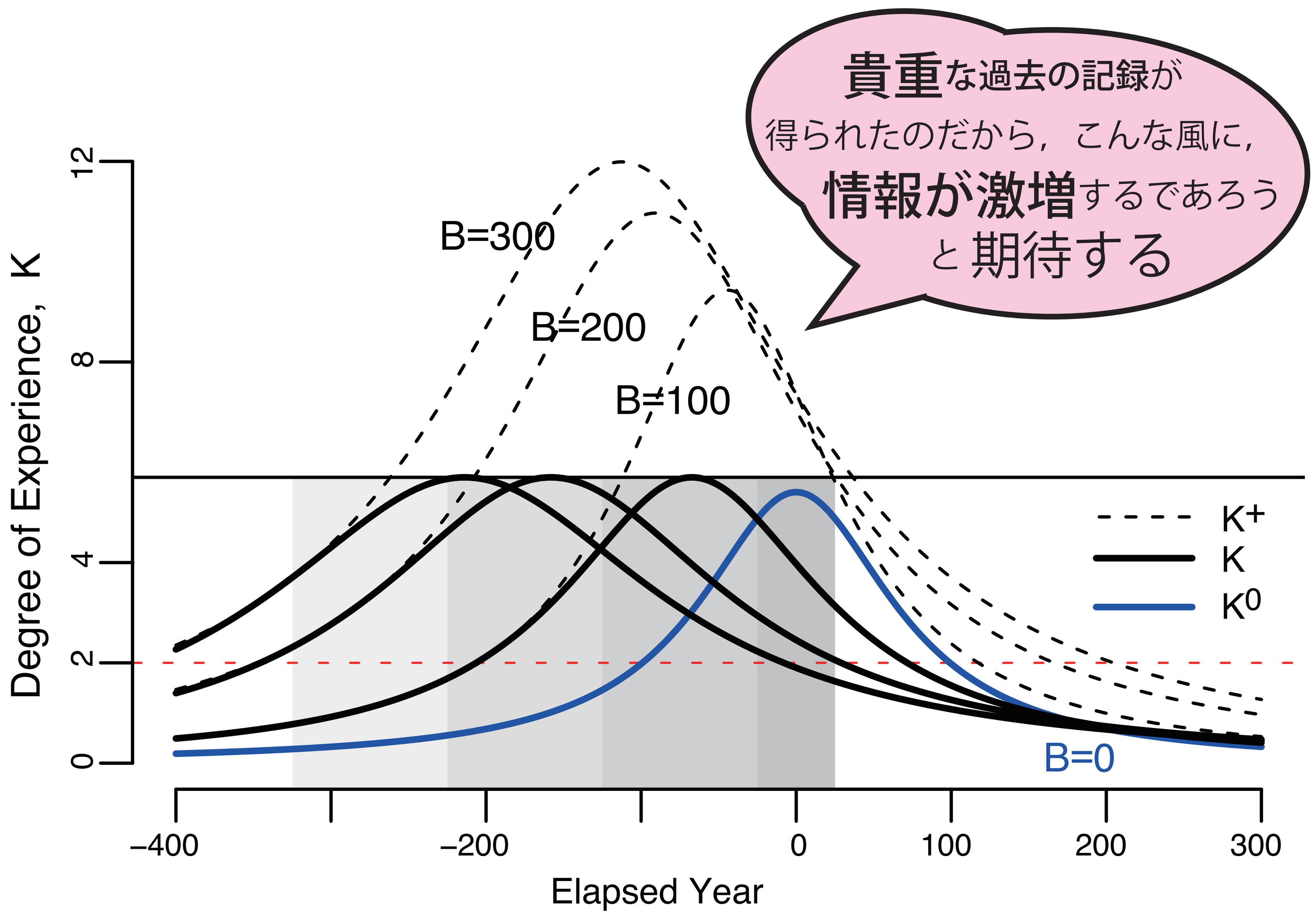

図 -2　伝説的記録を付与することによる経験度の増分に対する期待と実際

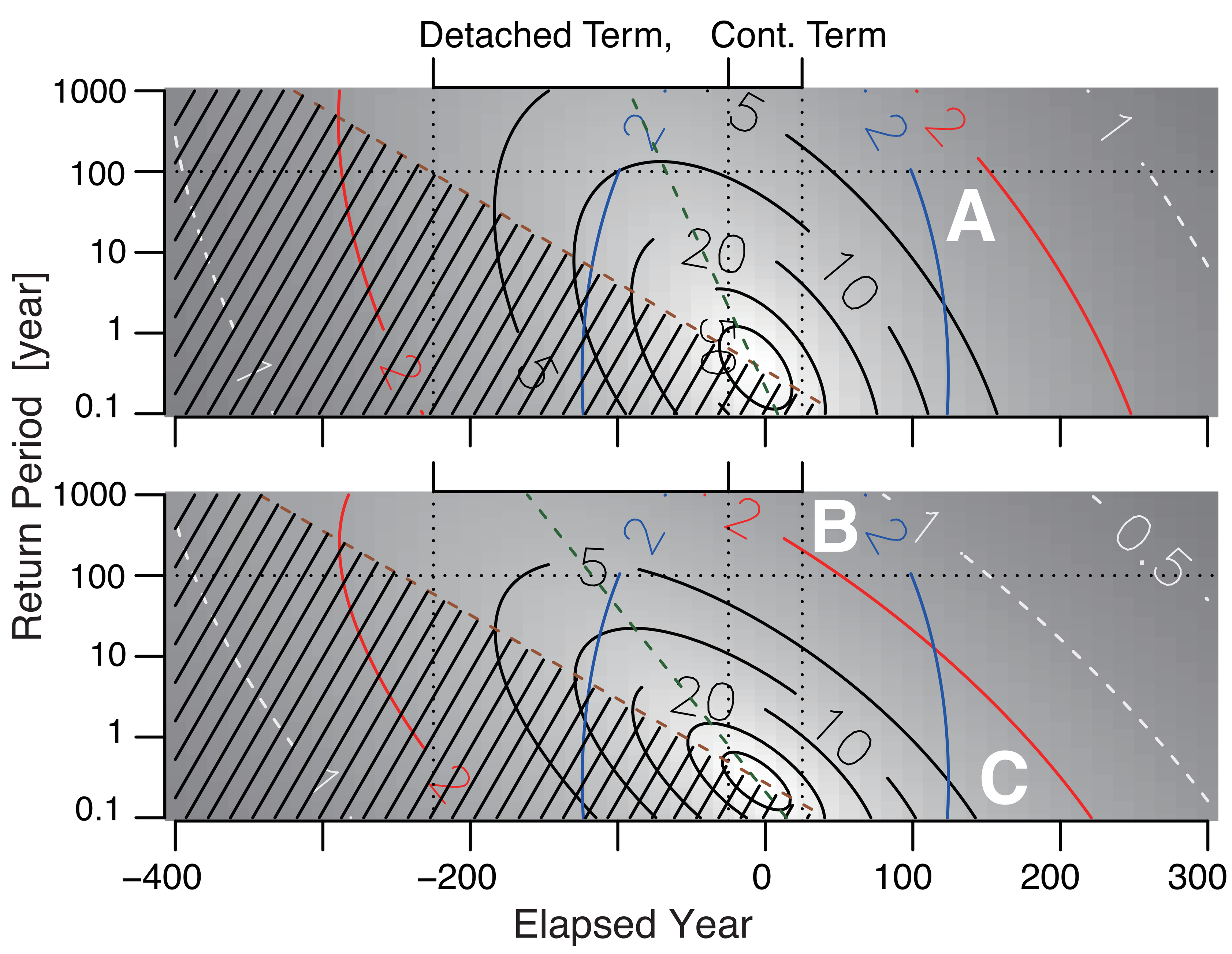

図 -3　再現期間ならびに経過時間による外挿に伴う経験度の低下

孤立資料の期間を既知とした場合（上図）において，領域 A は孤立したデータを含めることにより外挿の限界が延伸する範囲を示している．期間が未知となる伝説記録による場合（下図）では，領域 B は伝説的記録を含めたために外挿の限界が短縮される．また，外挿の限界が延伸できる領域 C もあり，その短縮／延伸は条件による．

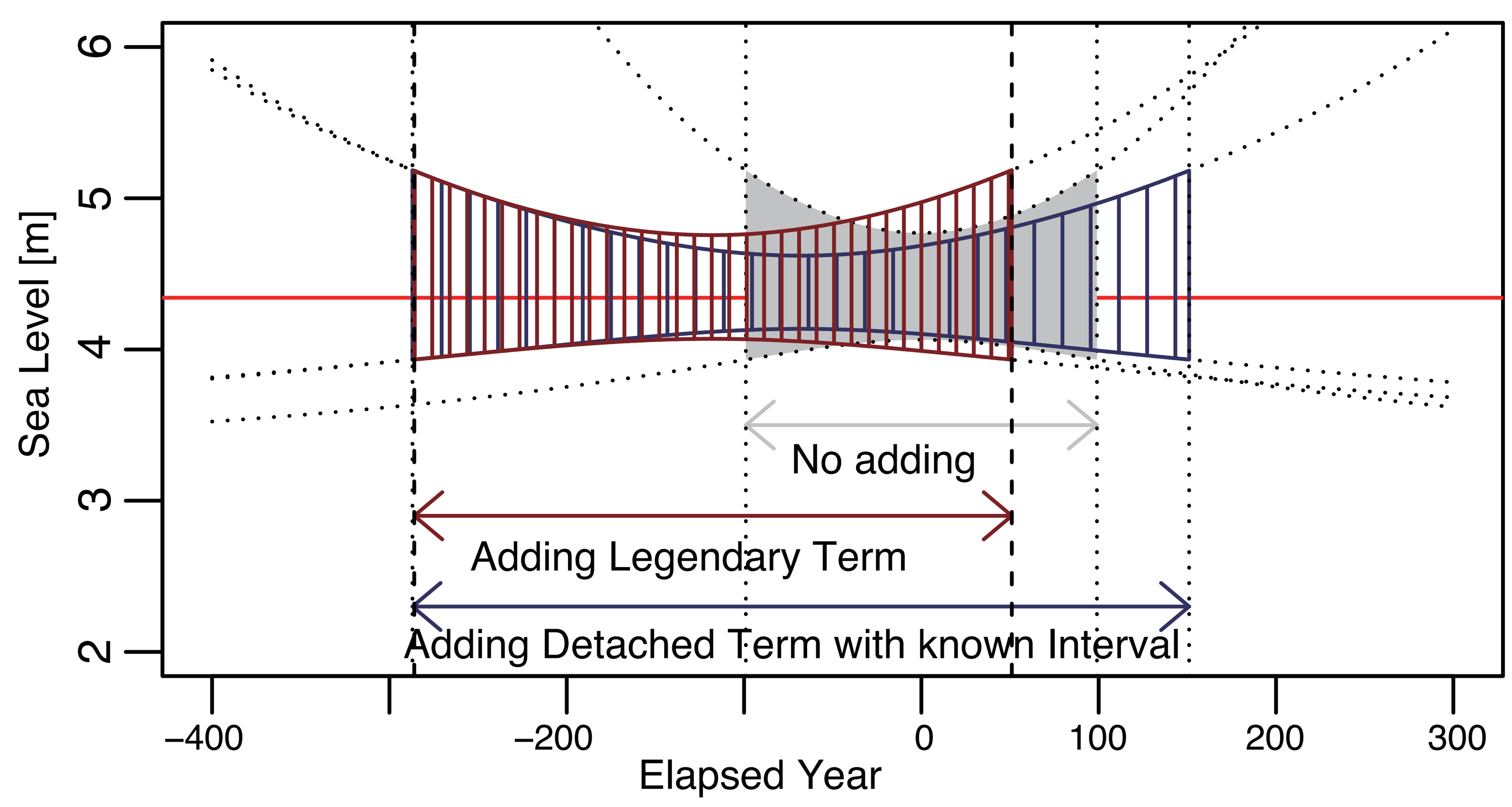

図 -4　伝説的記録を付与しても必ずしも推定精度が上がるとは限らない