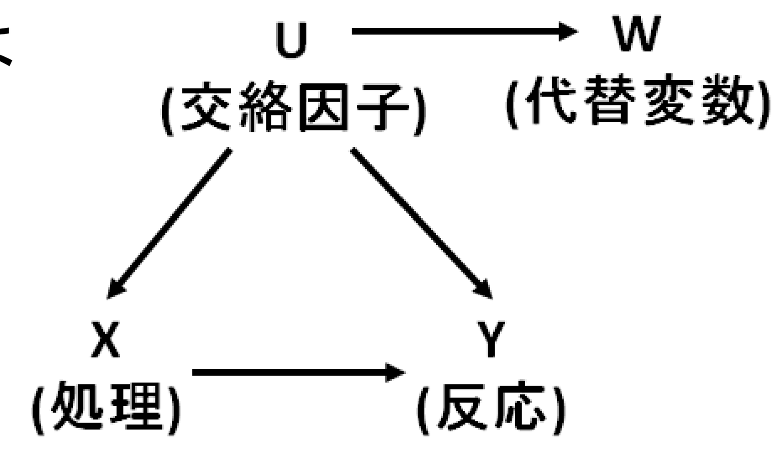
Effect Restoration in Causal Inference

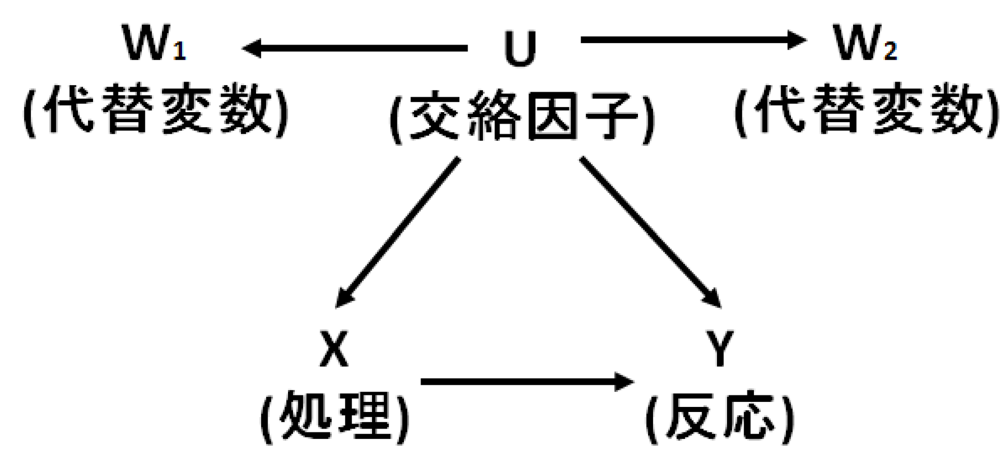
黒木 学 データ科学研究系 准教授

はじめに

ある処理を施したときの反応変数の変化を評価しようとするとき，コストや物理的あるいは倫理的な理由によりに，本来なら観測しておかなければならない項目(交絡因子)が観測できない場合があります．この問題を解決するために，パイロットスタディなどからの外部情報あるいは測定可能な代替変数をいくつか用いて因果効果を評価することを考えます（詳細は,Kuroki and Pearl (Biometrika,2014)を参照してください)．



ケース1
外部情報を利用するケース



ケース2
代替変数を複数利用するケース

データ生成過程とベイジアンネットワーク

データは(広い意味で)自律的な物理的データ生成過程にしたがって生成

$$X_i=g_i(pa_i,e_i) \quad i=1,\ldots,p$$

pa_i:X_iの直接原因(と解釈される変数)の集合
g_i:X_iの生成方法を規程する関数
e_i:pa_iでは表現されないXiの直接原因

e_iを独立な錯乱項とみなす
⇒因果ベイジアンネットワーク(CBN)

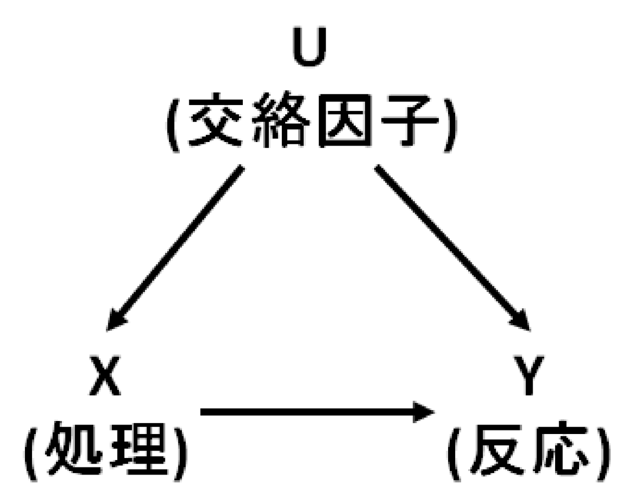
$$pr(x_1,\ldots,x_p)=\prod_{i=1}^{p} pr(x_i|pa_i)$$

因果効果

直観的には:処理変数Xに外的操作を施したときの反応Yの分布(あるいは期待値)

$$pr(y|do(x))=\sum_{\{x_1,\ldots,x_p\}\setminus\{x,y\}}\prod_{i=1}^{p} pr(x_i|pa_i)/pr(x|pa_x)$$

バックドア基準
Xから出る矢印を取り除いたCBNで,XとYを有向分離する観測変数の集合が存在すれば、因果効果は推定可能



$$pr(y|do(x))=\sum_u pr(y|x,u)\,pr(u)$$

Uが観測できない場合には？

Effect Restoration Method (Kuroki and Pearl, 2014)

直観的には:ある変数が未観測であるがために因果効果が識別可能ではないとき，未観測変数の代替変数を観測する、あるいは外部情報を取り込むことで，因果効果を識別する方法の総称

測定誤差/誤分類問題を対象としており，測定誤差/誤分類データから「因果効果(Effect)の回復(Restore)」を目指す．

ケース1:外部情報の利用

観測情報pr(x,y,w)と外部情報pr(w|u)からpr(x,y,u)を復元
Uが2値であるとわかっていれば

$$\begin{pmatrix} pr(x,y,w_1) \\ pr(x,y,w_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pr(w_1|u_1) & pr(w_1|u_0) \\ pr(w_0|u_1) & pr(w_0|u_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} pr(x,y,u_1) \\ pr(x,y,u_0) \end{pmatrix}$$

Vxy(w) = M(w,u) Vxy (u)
外部情報

M(w,u)が逆行列を持つなら,

$$V_{xy}(u)=M(w,u)^{-1}\,V_{xy}(u)$$

pr(x,y,u)からpr(y|x,u)とpr(u)を推定できるので,因果効果も推定できる

ケース2:複数の補助変数の利用

観測情報:pr(x,y,w,z)からpr(x,y,u)を復元

$$P_x=\begin{pmatrix} 1 & pr(z_1|x) \\ pr(w_1|x) & P(w_1,z_1|x) \end{pmatrix},$$

$$Q_{xy}=\begin{pmatrix} pr(y|x) & pr(y,z_1|x) \\ pr(y,w_1|x) & pr(y,w_1,z_1|x) \end{pmatrix}$$

$$R=\begin{pmatrix} pr(u_{(1)}|x) & 0 \\ 0 & pr(u_{(0)}|x) \end{pmatrix},$$

$$S=\begin{pmatrix} pr(y|x,u_{(1)}) & 0 \\ 0 & pr(y|x,u_{(0)}) \end{pmatrix}$$

$$P_1=\begin{pmatrix} 1 & pr(w_1|u_{(1)}) \\ 1 & pr(w_1|u_{(0)}) \end{pmatrix}, P_2=\begin{pmatrix} 1 & pr(z_1|x,u_{(1)}) \\ 1 & pr(z_1|x,u_{(0)}) \end{pmatrix}$$

とおくと

$$P_x=P'_1RP_2,\ Q_{xy}=P'_1SR\,P_2$$

なので，($Q_{xy}P^{-1}_x$)の固有値がすべて異なるという条件のもとで固有値を求めて、第一固有ベクトルで補正するとM(W,U)が推定できる
⇒ケース1を利用することでpr(x,y,u)を復元
⇒因果効果が推定可能