12. ポワソン－正規法則

樋口　伊佐夫

白血球の核の数の平均の個人差によるゆらぎはほゞ正規分布に従うそうである。　また一定の方法で観測する際，特異な核をもつ白血球の数はほゞポワソン分布に従うと考えられる。

そこでこういうような二つの量の関係を研究したりする場合，一般ポワソン分布をモデルとして用いるべきであるが，二変数の正規分布のようにきれいな分布で，周辺分布で正規型及びポワソン型であり，しかも独立でないような二変数（一方は連続，他方は離散）の分布があれば上記のような問題に大抵役立つのではなかろうか。

簡単なモデルから出発して確率論的に合成や極限移行など施しても仲々出来そうにないが，数学的にも．

$-\infty < x < \infty$　$0 \leqq y$ で $f(x, y; \rho) > 0$

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y; \rho)\,dx = m(\rho)^y e^{-m(\rho)} / \Gamma(y+1)$　（xに関して一様）

$\sum_{y=0}^{\infty} f(x, y; \rho) = \{\sqrt{2\pi}\,\sigma(\rho)\}^{-1} \exp\{-(x-\mu(\rho))^2/(2\sigma(\rho)^2)\}$

（x に関して一様　Σ はyの自然数の所での和）

μ, σ, m は ρに関して連続で $\rho \to 0$ のとき $\mu \to 0$, $\sigma \to 1$;

$m \to m_0$　　$f(x, y; \rho) \to (\sqrt{2\pi})^{-1} \exp\{-\frac{x^2}{2} - m\}\, m^y / \Gamma(y+1)$

$f(x, y; \rho)$ はすべての自然数のyに対して unimodal，すべての自然数 r に対して $\int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x, y; \rho)\,dx < \infty$

$\sum_{y=0}^{\infty} y^r f(x, y; \rho) < \infty$　　$\sum_{y=0}^{\infty} |f(x, y+1; \rho) - f(x, y; \rho)| < \infty$ で

$$\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial y} = f\,\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

が恒等的には成立しないようなxに関して解析的でyに関しては

正の範囲でなめらかな函数 $f(x, y; \rho)$ は存在しないのではなかろうかという気がするが未だその証明にも成功していない。

尚この機会に26年度の私の労作（講究録発表の分）中ミスプリントの訂正をさせて頂きたい。

7巻6号245頁下から5行目 "Sampleが小……"は "Sampleが得られる確率が小"の誤り。

7巻8号315頁1行目

$$\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\psi\psi^*\right\} \text{ は } \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\psi^*\psi^*\right\}$$

の誤り。

以上

13. Sinusoidal limit law に就いて

樋口 順四郎

Slutzkyは1927年に $\cdots Z_{i-1}, Z_i, Z_{i+1} \cdots$ が parameter n に依存する法則に従う確率変数列で、$EZ_i = 0$, $EZ_i^2 = \sigma_z^2 = f(n)$, $EZ_i Z_{i+t}/\sigma_z^2 = r_t = \varphi(t, n)$ であれば n が大きくなる時 $|r_1| \to R_1 < 1$ かつ $\Delta^2 Z_i$ と Z_{i+1} の相関 ρ_1 が $\to 1$ であれば $Z_i, Z_{i+1}, \cdots Z_N$ がある sinusoid を生成することを証明した。

上記の條件を満足する $\cdots Z_i, Z_{i+1}, \cdots$ は Sinusoidal limit law に従うと言ふ。上記の條件 Romanovsky も注意したように $r_1 \to R_1$, $r_2 \to R_2 = 2R_1^2 - 1$ と同値であるからこれを換えば discrete stochastic process の系列が $n \to \infty$ の時に rank 2 の Wold の意味の singular process に収斂することになる。