⑥ 連続記録からの読取りについての一つの注意

兼所員　増山元三郎

脈波計を使って脈膊から脈膊迄の時間 $m(t)$ を測ったり，E，K，G，を使ってP－P又はR－Rの時間 $m(t)$ を測りこれを定常確率過程の問題として分析しようとする場合，長さとして記録された $m(t)$ の一端での読みの誤差 $g(t)$ が問題になる。即ち実測された値は

$$x(t) \doteq m(t) - g(t) + g(t+1)$$

という構造を持つ。　$g(t)$ については

$1°$　$E\left[g(t)\right] = 0,$

$2°$　$E\left[g(t) \cdot g(t)\right] = D^2\left[g(t)\right] = \sigma^2, \quad (0 < \sigma^2 < \infty).$

$3°$　$E\left[g(t)\,g(t+s)\right] = R(s)\sigma^2, \quad R(s) = R(-s)$

$m(t)$ については

$1°$　$E\left[m(t)\right] = a, \quad (-\infty < a < \infty)$

$2°$　$D^2\left[m(t)\right] = b^2, \quad (<\infty)$

$3°$　$E\left[m(t)\,m(t+s)\right] = b^2\rho(s) + a^2$

とすると，平均値の方では

$$E\left[x(t)\right] = a$$

で偏倚はないが，共変量では

$$E\left[\{x(t)-a\}\{x(t+s)-a\}\right]$$

$$=b^2\rho(s)+\sigma^2\left[2R(s)-R(s-1)-R(s+1)\right]$$

$$-E\left[g(t)m(t+s)\right]-E\left[g(t+s)m(t)\right]$$

$$+E\left[g(t+1)m(t+s)\right]+E\left[g(t+s+1)m(t)\right]$$

だから，$\{m(t)\}$，$\{g(t)\}$ が相互に独立で，$R(s)=0\ (s\neq 0)$ としても

$$E\left[\{x(t)-a\}\{x(t+s)-a\}\right]=b^2\rho(s)+\sigma^2\left[2R(s)-R(s-1)-R(s+1)\right]$$

従って，この右辺は

$s=0$ で　　$2\sigma^2$

$s=1$ で　　$-\sigma^2$

だけの偏倚があり，従って $\{x(t)\}$ の自己相関係数を

$$C(s)\equiv\frac{E\left[\{x(t)-a\}\{x(t+s)-a\}\right]}{E\{x(t)-a\}^2}$$

と置くと

$$C(0)=\rho(0)=1$$

であるが，

$$C(s)=\frac{b^2\rho(s)-\sigma^2}{b^2-\sigma^2}$$

$$C(s)=\frac{b^2\rho(s)}{b^2-\sigma^2}\qquad s\geqq 2$$

となって，$s>1$ では $C(s)\neq\rho(s)$

その喰違いの大きさは

$$C(1\not{4}) = \rho(l) + \frac{\{1-\rho(l)\}}{\frac{b^2}{\sigma^2} - 1}$$

$$C(s) = \rho(s) + \frac{\rho(s)}{\frac{b^2}{\sigma^2} - 1} \quad , (s \geqq 2)$$

当然のことながら $b^2 \gg \sigma^2$ なら，この喰違いは無視できる。

この偏倚を避けるには，長さの読取りを行う場合，一端の値を一度だけ読み取って両方に用ひることを止めればよい。