統計検定法ニ於ケル資料ノ数ニツイテ

京城帝大　宇野利雄，松本勝正

九月九日受付

Weldon ノ骰子ノ実験ハ著名ナ例デヨク教科書ナドニ引用サレテアル 12個ノ骰子ヲ同時ニ振ツテ5ノ目カ6ノ目ノ出タモノノ数ヲ讀ミ、コノ実験ヲ26306回繰返シテ，得ラレタ実験値ニ χ^2 検定法ヲ適用シ骰子ガ正シク作ラレテヰナカツタトイフコトヲ結論シテヰルノデアル。

我々ハコノ実験ニカネガネ疑義ヲ抱イテヰタノデアルガ、タマタマ例ノ Tippett ノ任意見本ノ表（Tippett, Random Sampling Numbers）ニツキ共著者ノ一人（松本）ガ果シテ一様分布ノ任意見本デアルカ否カヲ ω^2 検定法デ検定シテ見タ，資料ノ数ハ表ノ全部ヲ採用スレバ10400デアリ，$\omega^2 = 2.843$ ナル値ヲ得タ。ω^2 ー検定法トシテ行ハレテヰル理論値ハ之ガ0.400乃至1.600ノ間ニナケレバ検定ニハ合格シナイコトニナルノデ Tippett 表ノ一様分布性ハ不合格トイフコトニナッタ。

丁度 Weldon ノ骰子ヲ不合格ニシタノト同ジ様ナ事情ナノデ、コヽデ考ヘヲメグラシテ見ルト、ドウモ何レノ例デモ余リニ資料ノ数ガ多過ギルノデハナイカト考ヘラレタ。ソコデ試ミニ Tippett ノ表ニツキソノ全部ヲ取ラズ、一頁分ヲ取ツテ同ジク W^2 ー検定法ヲヤツテ見タ。コノ際ハ資料ノ数ハ400個デアリ、W^2 ノ理論的合格値ハ 0.4006 乃至 1.5994 ノ間ニ入ルコトニナル、

一頁分トシテ第一頁及ビ第十頁ノ二例ヲ取ツテ見ルト、第一頁ニツイテハ $W^2=1.3098$、第十頁デハ $W^2=0.5975$ トナリ、今度ハイヅレモ見事ニ合格シタ、

ソコデコレ等ノ事情ニ對スル若干ノ理論的考察ヲ行ツテ見タ、マヅ χ^2 ー検定法ニツキ K 個ノ場合ガソレゾレ確率 p_i, $(i=1,2,\cdots\cdots,K)$ ヲ以テ起ルノガ嚴格ナ理想的場合デアルガ、実ハコレガ絶対嚴格デハナクテ少シクコノ確率ニ誤差ガアリ眞実ハ $p_i+\delta_i$ デアッタトスル。勿論検定ハ各々ガ p_i デアルトシテ行ハレルモノデアル、サテコレニツイテ χ^2 ノ式ヲ作ツテ見ル、

実験ノ總数 n, i 番目ノ場合ノ起ツタ数ヲ n_i トスルト

χ^2 ハ

$$\frac{1}{np}\Sigma(n_i - np_i)^2$$

デアラハサレル。然ルニ之ハ

$$\chi^2 = \frac{1}{np_i}\Sigma\left[n_i - n(p_i+\delta_i) + n\delta_i\right]^2$$

$$= \frac{1}{np_i}\left\{\Sigma\left[n_i - n(p_i+\delta_i)\right]^2 + 2n\delta_i\left[n_i - n(p_i+\delta_i)\right] + n^2\delta_i^2\right\}$$

トナリ、之ヲ平均スルトキ

$$\overline{n_i - n(p_i+\delta_i)} = 0$$

$$\overline{\left[n_i - n(p_i+\delta_i)\right]^2} = n(p_i+\delta_i)\left[1-(p_i+\delta_i)\right]$$

デアル故

$$\overline{\chi^2} = \Sigma\left(1+\frac{\delta_i}{p_i}\right)\left[1-(p_i+\delta_i)\right] + n\Sigma\frac{\delta_i^2}{p_i}$$

トナル、δ_i ガ p_i ニ比シ相当ニ小デアルトシテ $\frac{\delta_i}{p_i}$ ヲ 1 ニ比シ省略スレバ

$$\overline{\chi^2} \approx \Sigma\left[1-(p_i+\delta_i)\right] + n\Sigma\frac{\delta_i^2}{p_i}$$

$$= (K-1) + n\Sigma\frac{\delta_i^2}{p_i}$$

トナル、第一項ガ通常ノ χ^2ー検定法ニアラハレル $\overline{\chi^2}$ ノ式デアリ、之ニ n ニ比例スル第二項ガ加ハツテ井ル、コノ第二項ノ存在ガ最初ニ挙ゲタ我々ノ豫想ヲ説明スルモノデアル。

即チ各場所ノ確率ニ僅カノ誤差 δ_i ガアルトスルト、n ヲ増スニツレコノ第二項ノ影響ガ非常ニキイテ来ル、コノ小誤差 δ_i ヲ絶対最格ニ峻拒スルトスレバ別デアルガ、δ_i ガ非常ニ小サケレバ許シテモイ、トイフ場合ナラ、検定資料ノ数ヲ沢山取リ過ギルト許シテモイヽモノマデモ皆不合格ニシテシマフ事ニナル、最初ニ挙ゲタ Weldon ノ骰子ノ例ナド正ニコレニ該当スルモノデアラウト思ハレル。

ω^2ー法ニツイテノ考察モ全ク同様デアル。

Tippett 表ノ場合ニツイテノ計算ヲ行ツテ見ルト理想的分布函数 x，之ニ $\delta(x)$ ダケノ誤差ガアルトシ、資料ノ数 n，実験出現回数 $S(x)$，又重ミハ $\overline{\omega^2}=1$ トナル様 $\frac{6}{n}$ ニトレバ

$$\overline{\omega'}=6n\int_0^1\overline{\{1-S(x)\}}^2\,dx$$

$$=6n\int_0^1\overline{\{[x+\delta(x)-S(x)]-\delta x\}}^2\,dx$$

$$=6n\int_0^1\overline{[x+\delta(x)-S(x)]}^2\,dx-12n\int_0^1\overline{[x+\delta x)-Sx]}\,\delta(x)\,dx+6n\int_0^1\delta^2(x)\,dx$$

$\overline{x + \delta(x) - S(x)} = 0$ ナル故第二項ハ消失シ

$$\overline{w^2} = 6\int_0^1 \{x+\delta(x)\}\{1-x-\delta(x)\}dx + 6n\int_0^1 \delta^2(x)\,dx\,.$$

前ト同ジク $\delta(x)$ ガ非常ニ小トシテ, 1 ニ比シ省略スレバ

$$w^2 = 1 + 6n\int_0^1 \delta^2(x)\,dx$$

トナル. $\delta(x)$ ヲ考慮セザルトキハ第一項ノミデアルガ之ヲ考慮スルト第二項ガ附加サレ前ノ場合ニ於ケルト全ク同様ノ考察ガ成立スル.