一 致 高 和 に つ い て

北 村 昌 美

(1966年4月受付)

On the sum of 'Deckpunkthöhen'

(A new method for the estimation of stand volume)

Masami KITAMURA

Let us suppose the imaginary stem whose diameters at every height are p times larger than the original ones. Let us call it "enlarged stem".

Next, let us consider a vertical line standing at one point selected at random in the base of the enlarged stem. Then a part of the line is contained in the enlarged stem. The length of this part is nothing but the Bitterlich's Deckpunkthöhe.

When a sample point is selected at random in the stand area T, some Deckpunkthöhen stand together at this point, because various enlarged stems usually ovelap one another. Let the sum of Deckpunkthöhen be L.

The estimate of stand volume V, $\hat{V}$, is given as follows:

$$\hat{V} = \frac{T\bar{L}}{p^2}$$

where $\bar{L}$ is the sample mean of L.

If we take $T = 10,000\ \mathrm{m}^2$,

$$\hat{V}/\mathrm{ha} = K\bar{L}$$

where K is the well-known basal area factor.

If a part of the enlarged stem extends outside of T, $\hat{V}$ would have a bias. In such a case it would be necessary to consider an extended area T' which contained all bases of the enlarged stems. However, when any correction is applied, $\hat{V}$ becomes the unbiased estimate approximately.

The coefficient of variation of the sum of Deckpunkthöhen in the view-point of point sampling is approximately given by

$$C_L^2 \doteqdot \frac{4}{3} C_B^2$$

where C_L: coefficient of variation of the sum of Deckpunkthöhen

C_B: coefficient of variation of the Bitterlich's count B.

The estimate of stand form-height is calculated as follows:

$$F\bar{h} = \frac{\bar{L}}{\bar{B}}$$

where $\bar{B}$: sample mean of the Bitterlich's count B.

$F\bar{h}$: stand form-height (F: stand form-factor).

Faculty of Agriculture, Yamagata University

I. 一致高和による林分材積の推定

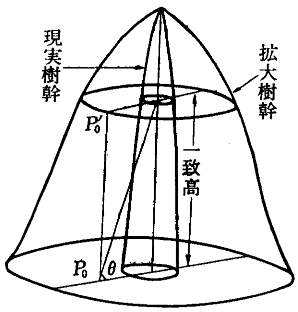
視準線の傾きに対する補正の可能なレラスコープ，例えばシュピーゲルレラスコープの断面積常数 K のスリットを用いて視準した場合を考えてみる．ビッターリッヒ法でカウントされる材木は，胸高から梢端に至るまでのどこかの位置でスリット幅と一致して見える直径を持つ．この位置の地上高が一致高であり，1標本点で観測されるすべての一致高の和が一致高和である．

林分内にいくつかの標本点をとり，観測される一致高和の標本平均を求め，この値に K を乗ずれば ha 当り幹材積の推定値が得られる．したがって林分材積はこの ha 当り材積に面積を乗じて推定できる．

II. 推定の理論

梢端から根元に至るすべての位置の直径が，現実樹幹の直径の p 倍となっている仮想の樹幹を考え，これを拡大樹幹とよぶ．

第1図の如く拡大樹幹の底面内に含まれる1点 P_0に垂線を立ててみると，この垂線のうち拡大樹幹内に含まれる部分の長さが前述の一致高に相当する．これは第1図の P_0' が，その位置の現実樹幹の直径の p 倍の直径を持つ同心円上にあることから明らかである．



第1図

いま林分面積を T とする．拡大樹幹の底面をすべて含むような拡大面積 T' を想定して式を誘導すべきであるが，ここでは $T=T'$ なる条件が例えば GROSENBAUGH の補正法などで成立つものとみなしておく．現実樹幹の材積を v とすれば，拡大樹幹の体積は p^2v となるから，単一の拡大樹幹については式 (1) が成立つ．

(1) $$p^2v=\int_T\int l\,dxdy$$

l: 一致高

一方林分面積については

(2) $$T=\int_T\int dxdy$$

であるから，l の母平均 m_l については

(3) $$m_l=\frac{\int_T\int l\,dxdy}{\int_T\int dxdy}=\frac{p^2v}{T}$$

一致高和を L とすれば，$L=\sum l$ であるから L の母平均 M_L については

(4) $$M_L=\frac{\int_T\int(\sum l)dxdy}{\int_T\int dxdy}=\frac{p^2\sum v}{T}=\frac{p^2V}{T}$$

$V=\sum v$: 林分材積

したがって V の不偏推定値を $\hat{V}$ とすれば，式 (4) より

(5) $$\hat{V} = \frac{T\bar{L}}{p^2}$$

ここで T を 10,000 m^2(=1 ha) とすれば，ha 当り材積の不偏推定値 $\hat{V}$/ha については

(6) $$\hat{V}/\mathrm{ha} = \frac{10{,}000\bar{L}}{p^2} = K\bar{L}$$

K は断面積常数であり，式 (6) が前述の材積推定の方法を示すものである．

次に一致高和の分散の問題に移る．

はじめに林分内の林木配置が完全に偶然的であると仮定しておく．一般に現実樹幹の底面積を g_0 とかけば，単一樹幹の一致高 l についてまず式 (7) の確率が得られる．

(7) $$P_r\{l=0\} = 1 - \frac{p^2 g}{T}$$

一方，一般に幹曲線式を一致高 l の関数として式 (8) のように表わせば，幹軸上任意の位置における現実樹幹の横断面積 g は式 (9) となる．

(8) $$Y^2 = f(l)$$

Y: 幹軸と樹幹底面との交点を原点，幹軸を X 軸としたときの樹幹の半径

(9) $$g = \pi f(l)$$

式 (9) より l の分布関数 $\Phi(l)$，確率密度 $\varphi(l)$ は

(10) $$\Phi(l) = \frac{p^2}{T}\{g_0 - \pi f(l)\} \qquad (0 < l \leqq h)$$

(11) $$\varphi(l) = -\frac{p^2}{T}\pi f'(l)$$

単一樹幹の一致高 l の原点周りの1次のモーメントを μ_{l_1}', 2次モーメントを μ_{l_2}' とかけば

(12) $$\begin{aligned}\mu_{l_1}' = m_l &= \int_0^h l\left\{-\frac{p^2}{T}\pi f'(l)\right\}dl \\ &= \frac{p^2}{T}\left\{-[l\pi f(l)]_0^h + \int_0^h \pi f(l)dl\right\} \\ &= \frac{p^2 v}{T}\end{aligned}$$

(13) $$\begin{aligned}\mu_{l_2}' &= \int_0^h l^2\left\{-\frac{p^2}{T}\pi f'(l)\right\}dl \\ &= \frac{p^2}{T}\left\{-[l^2\pi f(l)]_0^h + 2\int_0^h l\pi f(l)dl\right\} \\ &\fallingdotseq \frac{2}{3}m_l\end{aligned}$$

式 (12) は既述の式 (3) と同じであり，式 (13) は近似的に求めた．したがって一致高の分散 σ_l^2 は

(14) $$\sigma_l^2 = \mu_{l_2}' - \mu_{l_1}'^2 \fallingdotseq \frac{2}{3}m_l - m_l^2$$

一致高和の分散 $V(L)$ は単一樹幹の分散の和となり

(15) $$\begin{aligned}V(L) &= \sum \sigma_l^2 \\ &\fallingdotseq \frac{2}{3}M_L\bar{h}(1+\rho_{h\cdot v}C_hC_v) - \frac{M_L^2}{Z}(1+C_v^2)\end{aligned}$$

Z : 材木本数

$\bar{h}$: 平均樹高

$\rho_{h\cdot v}$: h と v の相関係数
C_h : h の変動係数
C_v : v 〃

ただしこの形では実用上不便なので，標本抽出に当って直接必要な一致高和の変動係数 C_L の近似式を求めてみると，途中かなり大胆な省略と近似を行って

$$C_L^2 = \frac{V(L)}{M_L{}^2} \fallingdotseq \frac{4}{3} C_B^2 \tag{16}$$

C_B : ビッターリッヒ法におけるカウント数の変動係数

実用的にはこの式 (16) が充分役立つものと考えられる．

III. 一致高和の測定法

1. 単木の一致高測定法

シュピーゲルレラスコープを用いて一致高を測定する場合，一致点が直接見出せるなら，一致点の樹高目盛と距離測定とにより容易に一致高を求め得る．ただし仰角 70° をこえる点に一致点があるときは直接測定できないが，観測点の位置を変えることにより直接あるいは間接に一致高を求め得る．

林木と観測者との距離を u とし，u の q 倍の距離に観測点を移動したとき，もし断面積常数 K のスリット幅の $1/q$ の幅を持つスリットで一致点を見出せれば，それが求める一致点である．またもし一致点が見出せないとしても，距離さえ適当に選べばもとのスリット幅，すなわち断面積常数 K のスリット幅に対する一致点は見出せる．このときの一致高を l_q とし，梢端近くの樹幹を KUNZE の幹曲線式で表わせば

$$l = h - \frac{h - l_q}{q^{2/r}} \tag{17}$$

r : 形状指数

シュピーゲルレラスコープの樹高目盛のうち，水平距離 u' に対応する目盛を用い，その目盛で読取れるみかけの樹高と一致高をそれぞれ h', l_q' とすれば

$$l = \frac{u}{u'} \left\{ h' - \frac{qu(h' - l_q')}{q^{2/r}} \right\} \tag{18}$$

形状指数 r の大きさとしては，問題が梢端部に限られているので 1.5 位が適当と思われる．したがって $q^{4/3}$ の表を作っておくと便利である．

2. 一致高和の間接推定

第1図で P_0 から一致点を望む仰角を θ とすれば

$$\tan\theta = \frac{l}{p\sqrt{f(l)}} \tag{19}$$

眼の位置が P_0 以外の線分 P_0P_0' 上，あるいはその延長上にあっても，便宜上式 (19) の右辺の比の値を $\tan\theta$ で表わすこととする．すると $\tan\theta$ の母平均 $m_{\tan\theta}$ は

$$\begin{aligned} m_{\tan\theta} &= \int_0^h \frac{l}{p\sqrt{f(l)}} \left\{ -\frac{p^2}{T} \pi f'(l) \right\} dl \\ &= \frac{2p\pi}{T} \int_0^h \sqrt{f(l)}\, dl \end{aligned} \tag{20}$$

この $\int_0^h \sqrt{f(l)}dl$ は幹曲線と X 軸，Y 軸に囲まれた図形の面積である．これを S とすれば

(21) $$m_{\tan\theta} = \frac{2p\pi S}{T} = \frac{pv}{T\bar{y}} = \frac{m_l}{p\bar{y}}$$

$\bar{y}$: 図形の重心の Y 座標

したがって

(22) $$m_l = p\bar{y}m_{\tan\theta}$$

一致高和の母平均 M_L は m_l の和となり

(23) $$M_L = \sum p\bar{y}m_{\tan\theta} \fallingdotseq p\bar{\bar{y}}M_{\tan\theta} \quad (1+\rho_{d\cdot dh}C_dC_{dh})$$

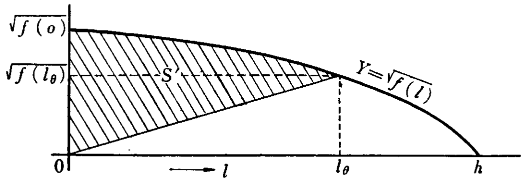
$$M_{\tan\theta} = \sum m_{\tan\theta}$$

d: 胸高直径

さてここで再び単一樹幹にもどって，いま観測できる範囲で一定の一致高の大きさ l_θ を定め，一致高が l_θ を超える場合には $\tan\theta$ の値をすべて $l_\theta/p\sqrt{f(l_\theta)}$ とみなすものとする．このときの単一樹幹の $\tan\theta$ の母平均 $m'_{\tan\theta}$ は

(24) $$m'_{\tan\theta} = \frac{2p\pi}{T}\left\{\int_0^{l_\theta}\sqrt{f(l_\theta)}dl - \frac{l_\theta\sqrt{f(l_\theta)}}{2}\right\}$$

この｛ ｝内は第2図の斜線部分の面積である．これを S' で表わし，$S=kS'$ (k: 常数) と



第2図

おけば

(25) $$m_l = kp\bar{y}m'_{\tan\theta}$$

したがってここで k を一定にすることができれば

(26) $$M_L \fallingdotseq kp\bar{\bar{y}}M'_{\tan\theta} \quad (1+\rho_{d\cdot dh}C_dC_{dh})$$

ただし式 (26) から実用上有効な近似式を導くにはなおいくつかの仮定と検討が必要である．

IV. む す び

一致高和による林分材積推定法は，単に林分材積を知るという目的に対してばかりでなく，林分材積式の推定や林分材積表の作製という目的に対しても充分有効な方法と考えられる．もちろんビッターリッヒ法自身の持つ問題点は本法に共通のものであり，なおその上に測定精度の問題，さらに測定法そのものの確立という問題をかかえているが，これも実は材積推定式の簡明さに見合った容易さが望まれていると解してよく，しかもサンプリングの技術や熟練によってかなりカバーできるものと考えられる．それよりも本法の長所は，幹形や林分構造に関して特に仮定をおかず，また立木材積表や林分材積式等を必要とせずに林分材積の推定が行える点にあると言えよう．

（山形大学　農学部）