

系列現象の統計的解析—V—(I)

間隔過程と繰糸工程管理

赤池弘次

(1958年2月受付)

Statistical Analysis of Serial Phenomena—V—(I) Gap Process and Quality Control in Filature Industry

Hirotugu AKAIKE

Recently A. Shimazaki and others at the Sericultural Experiment Station of Ministry of Agriculture and Forestry have succeeded in establishing an effective statistical control method in filature industry using the notion of gap process which was developed by the author¹⁾. Part of their results are presented in this series as report V-(II).

In this paper we shall outline the idea along which we have investigated the gap process and discuss the role played by the gap process in the analysis of Shimazaki and others. Roughly speaking, we may consider the statistical control system as a servomechanism for the production process and in filature industry the gap process theory enables us to settle the reference values for the servomechanism corresponding to the statistical property of raw material. Only with these reference values we can recognize the significant information contained in statistical indices of the production process.

We hope that these results will show a direction for the development of statistical methods about serial phenomena and we publish these reports (I) and (II) as the part V of this series.

The Institute of Statistical Mathematics

§0 序

筆者はさきに自動車の流れの観測をもとにして、その流れに現われる波の構造を解明する模型として間隔過程を論じた¹⁾。この結果は農林省蚕糸試験場に於て以前より繰糸工程の統計的管理方式を研究中であつた嶋崎技官が工程管理の標識として採用しつつあつた落緒(いとくちの切れ目)の構造を理論的に決定するものであることが嶋崎と筆者により確かめられ、これを繰糸工程管理の基礎として用いることにより従来困難とされていた生糸繰糸工程に於ける統計的管理方式の導入が極めて効果的に行われる見透しが嶋崎等の実験によつて与えられた。この結果はその実用上画期的な意味をもつものであることは勿論であるが、用いられる確率過程は極めて簡単なものであるにもかかわらず、工程管理に確率過程が本質的な役割を果す実例を与えるものとして統計的手法の研究者にとつても興味深いものと考えられる。筆者はこれまで系列的な現象の統計的解析を有効に行う方

式の発展を目指して来た。その際経験的に得られてきたいくつかの考え方をもとにして繰糸工程管理に於ける統計的手法の適用を嶋崎と議論したのであるが、これが嶋崎等の研究の進展とともに比較的はつきりした形をとつて来た。この報告に於ては嶋崎等の研究と筆者の研究との結びつきを述べるとともに、嶋崎等の実験が成功した理由をその統計的手法適用の面から明かにし、それによつてこれを確率過程に関する統計的手法の有効な展開と更に一般的に統計的指標の適切な利用の方向を示すひとつの例としたい。この報告、V-(I) と次の嶋崎等の報告 V-(II) とは実は合わせて一体をなすものであり、筆者等は互に十分討論して報告を作成したのであるが、その内容が (I) は主として統計的手法に関する型式的側面にふれるものであるのに反して、(II) は繰糸学に於ける具体的内容を含むものであるため強いてここに分離して読者の便を計つた。本報告が、統計的手法の発展には統計的手法の研究者と各専門分野の研究者とが夫々専門的な立場に立ちながら行う密接な協力が何物にも増して有効であることを示すひとつの例となり得るならこれに過ぎる幸はない。

§1 工程管理に於ける統計的手法の役割

工程管理は一定の生産工程を所期の状態に保つため、工程の現状と基準的な状態との偏移を検出し、この偏移をなくす方向に行程を移行させるサーボ機構の役割を果す。この時対象となる工程の状態が、その統計的特性によつて表現される場合には、このサーボ機構は必然的に統計的指標を利用しなくてはならなくなる。この時用いられる指標は工程の状態をできる限りくわしくそして正しく示すものでなくてはならない。この目的に沿つた指標を作るときに統計的な知識が要求され、それは主として次の二つの役割を果す。

- 1) 工程の(統計的)状態をとらえる標識として何を取ればよいかを知るために、工程の統計的構造を解析し、工程の状態と技術上の概念との対応を明確にする。ここで工程の状態はとられた標識の分布によつて表現されるから、工程の統計的解析はこの分布と技術上の概念との対応を定めることになる。統計的な知識は対象の統計的構造の分布による表現と、その対象の特定の性格を表現するにはどのような特性値を用いるかの決定とに役立つ。
- 2) 管理の対象となる分布を構成する個々の観測値はこれを分布の特性値と比較するとき必然的に偶然的な変動を含む。観測値にもとづいて作動するサーボ機構にとつてこの変動は統計的な雑音として表われる。統計的な知識はこの際上述の解析をもとにしてこの雑音の特性を決定し、次にその特性に応じてそれを所要の情報から、あらかじめ与えられている範囲の時間的おくれを許して、可能なかぎり、統計的に分離する方式の決定に利用される。

以上 1) 2) は互に深い関連を持つている。1) の統計的な解析が十分行われた場合にだけ、2) の統計的処理方式が定まる。この 1) 2) を経過して作製される指標がわれわれのサーボ機構に於て最終的に利用される。この指標のことを統計的指標と呼ぶことにしよう。即ちここでいう統計的指標とは観測値にもとづいて可能な限り偶然的変動を除去して対象の統計的状态を表現するもので、実用上当面の分布の特性を確認することを可能とするものである。統計的手法の最大の役割は、単に一定不変の分布を対象としてこれの変換の結果を論ずる場合以外は、この統計的指標の作製にある。統計的工程管理に於ては全く単純な場合を除いては、適当な時間の単位をもつて異質的な分布が出現するものと考えられるから、当然前述の単純な変換の議論だけでは不十分で結局統計的指標の作製に寄与することが統計的手法の主な役割になる。このように考えると統計的手法は先づ 1) の研究的な段階に於ける解析を経過してはじめて 2) の実用化の段階に於ける処理が意味をもつことが明らかになる。

(尚報告 (II) の記述もこの § に於て用いられた“標識”及び“統計的指標”の概念に従つてこれらに関するものは可能な限り統一された)。

§2 間隔過程について

われわれはこれまで系列的な現象の統計的な解析はどのように行われるかを報告 I~IV に於て考察して来たのであるが、その結果一応一般的に有効と思われる結論のいくつかが得られ、更にそれ等と併せて現実に存在する各種確率過程の型を明かにし、それと現実の現象との適合の程度を検討して行くことが、統計的手法の発展のために重要な役割を果すであろうという結論を得ていた。この結論に沿う研究のひとつとして最も広く具体的な問題の処理に用いられている単純なポアソン過程がいわゆる純粋にランダムな現象即ち時間的な従属性を全く持たないという場合の定式化であることから、通常これによつて表現されるとしている現象を更に精密に観測し、理論と現実との不一致の点を解析することによつて、従属性のひとつの現実的な型を捉えることが可能ではなからうと予想し、自動車の流れ、歩行者の流れ、電話の掛り方等の連続記録をとつた。その結果、すでに報告したように通常ポアソン過程によつて表現されるとする自動車の流れについて、単位時間の通過台数の分布を見る時には、単位とする時間が平均自動車間隔と同程度である場合には、殆んどポアソン分布と見做されるような分布を示しているにもかかわらず、その系列相関係数が 0 とは認め難いという結果が得られた。このため単位とする時間を極めて短かく、観測された自動車の最短間隔の約 $1/2$ に取つて、自動車間隔の分布を見たところ当然予期されるように負の指数型分布に基づくものとは認め難い分布を示した。そこでひとつの近似として、観測された間隔分布に従い、互に独立な間隔の系列を考えると、この場合の系列相関の様子が、実測値のそれと良く一致することが見られた。このとき、実際適用上の便宜から、時間を適当な（現実的な最短間隔よりも短い）単位で分割して、その単位時間内に自動車通過すれば 1、通過しなければ 0 と記録する離散的な 0-1 過程として処理した。この結果、例えば間隔分布が有限であれば、間隔が 1 以外のある特定の数の整数倍として表現できるような場合を除いては、スペクトル函数は連続な密度函数を持ち、従つて通常のピリオドグラム解析をこのような過程に適用することは良い結果を与えないであろうというようなことは直ちに明らかとなつた。更にこのような離散的なモデルに於ては、間隔の分布と、自己相関函数との間に簡単な関係式が成立し、夫々一方から他方を導くことが可能であることが明らかとなつた。このモデルはその構造に於てはいわゆる recurrent process で Feller の Markov process に関する研究等によつても明かなように、その有効性はすでに理論的に十分認められていたものである。筆者はこれを 0-1 過程としてその波としての特性の側面と関連して考察したわけであるが、0-1 過程を波として考察するということは、一見極めて不自然であるように見えたので、間隔の分布によつてコレログラムが十分良く近似されるということによつて、もとの仮定、即ち各間隔が互に独立に同一の分布に従うということが実際に成立することがたしかめられ、この場合、Poisson 過程を第一次近似とするならば、単にその微細構造をやゝ詳しく論ずる第二次近似に過ぎないものとしていた。しかしながら蚕繭落緒を指標とする製糸工程管理の問題に於ては、ポアソン過程は第一次近似としても不適當で、このモデルがはじめて十分な近似を与え、その波としての特性の側面からの解析が重要な意味を持つことが明らかとなつたのである。ここで本報告 (II) の解析の基礎となつたこの 0-1 過程を間隔過程 (gap process) と呼ぶことにし、その構造を簡単に述べる。

間隔過程 $\{x_n(\omega), -\infty < n < \infty\}$ とは次のような定常確率過程である。

i) $x_n(\omega)$ は殆んどすべての ω に対して 1 か 0 であつて

ii) $\text{Prob.}\{x_n(\omega)=1, x_{n+\nu_1}(\omega)=1, \dots, x_{n+\nu_1+\dots+\nu_k}(\omega)=1\} = P_{\nu_1} \dots P_{\nu_k}$

ここで P_ν は“間隔分布” $\{p_\nu\}$ ($\sum_\nu p_\nu = 1, p_\nu \geq 0, \nu = 1, 2, 3, \dots$) から

$$P_0 \equiv 1 \quad P_\nu = \sum_{\mu=1}^{\nu} p_\mu P_{\nu-\mu}$$

によつて与えられ

$$P \equiv \lim_{\nu \rightarrow \infty} P_\nu = \frac{1}{\sum_{\nu} \nu P_\nu}$$

である。

但し $p_\nu > 0$ なる ν の最大公約数は 1 とする。このとき $E\{x_n(\omega)\} = P$ であり $\{x_n(\omega) - P\}$ なる確率過程の共分散函数は

$$R(n) = E\{x_{n+m}(\omega) - P\}\{x_m(\omega) - P\} = P(P_n - P)$$

となる。従つて $P_n = \frac{R(n)}{P} + P$ である。 p_ν は

$$p_1 = P_1 \quad p_\nu = P_\nu - \sum_{\mu=1}^{\nu-1} p_\mu P_{\nu-\mu}$$

となつて P_ν から求めることが出来るから、この過程は $\{p_\nu\}, \{P, \{R(n)\}\}$ の何れかが与えられれば、その構造は完全に決定される。ここでこのような間隔過程で互に独立に同一の構造をもつもの $\{x_n^{(i)}(\omega)\} i=1, \dots, k$ を考えこれらの和として表わされる過程 $\{S_n^k(\omega)\}$ を考える。

$S_n^k(\omega) = x_n^{(1)}(\omega) + \dots + x_n^{(k)}(\omega)$ である。すると

$$\text{Prob}\{S_n^k(\omega) = s\} = {}_k C_s P^s (1-P)^{k-s} \quad (0 \leq s \leq k)$$

$$E\{S_n^k(\omega)\} = kP \quad E\{S_m^k(\omega) - E(S_m^k(\omega))\}\{S_{n+m}^k(\omega) - E(S_{n+m}^k(\omega))\} = P(P_n - P)$$

となることがわかる。従つて R が相当大で kP が小なる場合には $S_n^k(\omega)$ の分布はポアソン分布に近いであらう。

§3 間隔過程と繰糸工程管理

間隔過程が具体的にどのように繰糸工程管理に用いられるかは本報告 (II) に於て詳しく述べられる。本§に於てはその概要を述べ、この場合間隔過程の理論が繰糸工程管理に於て果たす役割が何であるかを明かにしよう。

生糸の太さをなるべく均一に保つように製糸するひとつの方法として定粒繰糸 (常に一定個数 k の繭のいとくちが合わされて一本の糸となるような繰糸) がある。このとき一旦つけられた繭はその繭の特性と処理の条件によつて定まる長さ (解舒糸長) に達すると落ちる (落緒)。従つて原料となる繭の状態が定常であれば、ひとつの緒について見ると、落緒は適当に短い時間間隔を単位とすることにより解舒糸長分布を間隔分布とする間隔過程により前§の $\{S_n^k(\omega)\}$ として表現されるであらう。実験的にこのモデルによる近似が実用上十分な精度をもつて行われることが確かめられた。ここで基準となる解舒糸長分布は、繰糸の最適条件を各荷口毎に与える為に行われる試験繰糸の際に同時に決定される。この結果による標本にもとづく分布が同一荷口に対して実用上十分な安定性を持つことは実験的にたしかめられている。ところで実際の繰糸工程に於ては、繭の処理条件の目標値からの変動、原料繭の混合状態の非正常性、接緒準備作業のための、落緒と (いとくちをつける) 接緒の時間的おくれ等が工程を理想的な基準状態から偏らせる。これを管理して行くことが当面の問題となるわけである。本報告 (II) に於て明かとなるようにこれ等の条件の変動は落緒及び接緒の量的あるいは質的な統計的特性に表現される。この時これ等の条件の変動が無く基準状態にある時の落緒 (= 接緒) の構造を間隔過程が与えるのである。即ち間隔過程の考えは §1 に於て述べた 1) 対象の統計的構造の解析によつて始めて利用することが可能になつたのであり、これによつて標識として接緒をとるときの、われわれのサーボ機構の目標値が始めて与えられたのである。これと同時に間隔過程は基準状態に於ける観測値の含む雑音の構造を与え統計的指標作製上の目安を与える。ここで基準的な状態は全工程を基準的な状態で運転することによつて知られる筈であるから、必ずしもこのような方法によらなくてもよいと考えられるかもしれないが、この考えがあらゆる意味で間違つてゐることは明らかである。先づ第一に間隔過程の考えを導入することによつて始めて接緒の統計的意

味が明かとなつた。即ち工程に本質的にそなわる雑音と情報の分離が可能になつたのであつてそれ以前に於ては全工程が基準的な状態にあるかどうかの判定が不可能であつた。事実この考え方を導入することによつて従来経験的には検出できなかつた変動要因が明らかとなつた。第二にこれはこの場合統計的手法の適用上本質的な点のひとつであるが、原料荷口が小さいために大量生産によつて情報を得る頃にはその原料の大部分が片づいてしまつてゐることを考えなくてはならない。

更に一旦資料が得られたとしてもこれをもとにしてコレログラムを作製すること等はそれに要する時間を考慮すると実用性がうすい。間隔過程の導入によつてこれらの点が全く解消されるのであつて、これは§1の言葉でいえば1)の解析が十分であつたためにその分布の特殊性を利用することにより目標値の設定に関して2)の処理が現実的に可能となつたものといえる。以上を要約すると間隔過程が定粒繰糸工程管理に於て果す第一の役割は、われわれのサーボ機構に対する目標値(分布も含めて広い意味の)の設定を可能にする点にあるといえる。この目標値との対比により、はじめて工場全般に係る偏移、各作業員毎の偏移等が夫々個別に検出できることになる。

ここで例えば工場全般の管理を行う際に用いられる統計的指標はどのようにして構成されているかを具体的に見ると、間隔過程にもとづく基準的な状態と実際の状態との実験的な比較にもとづいて、基準状態からの偏移が最も検出しやすく、測定上からも最も便利な時間単位を決定し、その間に於ける接緒回数記録を用いている。更にこれを数十乃至百人の略々同程度の技倆を持つ作業員の集団について同時に測定することにしてゐる。この観測結果の示す分布がわれわれの目的にとつて十分な精度を示しているのである。たとえばこの観測値の算術平均は平均接緒回数を示すものとして十分役に立つ。それは次のことから理解できる。即ち実験的には間隔過程により理論的に与えられる標準偏差の約1.5乃至2倍程度の偏差から処理条件に異常が生じたものとして考えて良かったというのである。このことは繰糸工程の本質上さけることのできない接緒記録の変動にもとづく、指標中に含まれる雑音の中が実用上十分な程度に近く減少していることを意味している。そのため実用上異常と見做される状態の発生に対応する統計的指標が、基準的な状態に対応する統計的指標から実用上十分はなれ(標準偏差の1.5乃至2倍)て現われているのであつて、これは統計的指標の作製に成功しているものといえる。ところで解析が不十分であつて十分に雑音と信号とを分離しないままにその分布を考えこれを基準状態の設定に利用すると当然のことながら異常の発生が目にする指標の標準偏差以内に表現されるようなことにもなつて全く管理の役に立たなくなつてしまふ。ここでも§1の1)解析と2)処理とが互に関連しているのを見ることができる。尚各技倆群間の差を見るためにはなるべく小人数毎に指標を求めることが望ましいわけで、この意味からも丁度ぎりぎりの人数として成功していることがわかる。この人数の決定は工場の配列の便宜にもとづいたものといわれるがそれがたまたま都合な単位であつたことが好運であつたといえる。

このようにして得られる接緒度数分布と、技術上の諸条件との対応を簡単に記すと次のようになる。

原料処理条件の目標値からの偏り*	↔ 度数分布の平均値の増大
原料配布状態の不整一	↔ 度数分布の平均値の時間的変動
準備作業のための条件不良 (技倆水準のむらを含む)	↔ 度数分布の分散の増大

* 目標値からの特定の方向への偏りであつて、他の方向への偏りは故障となつて現われる。

このようにして本報告—(II)の統計的管理方式が良い結果を与えたのは結局次の条件を充していたからといえる。

- 1・1 解析あるいは管理の目的に合致した標識を設定したこと。
 - 1・2 標識の分布の構造と技術的な条件との対応が明確にされたこと。
 2. 実用上十分な精度を持つ統計的指標の作製が可能となつたこと。
- 1・1は対象に関する十分な理解がこれを可能にし、1・2はそれと間隔過程の考えとによつて可

能になり、2 は目標値の設定については間隔過程の考えが、管理上の標識については統計上の条件（多人数の同時測定）がこれを可能にした（2 に関しては更に当然のことながら解析上の時間の単位をどのようにとるか、管理上の測定時間をどのように設定するかが考慮されている。これ等の点に関しては前の報告—II の結論がそのままここに成立していることが見られる⁴⁾。

§4 結 び

以上の結果をもとにして得られる比較的に一般性をもつと思われる統計的手法に関する問題点について述べよう。

先づ定粒繰糸工程の管理に対して間隔過程の果たした役割を具体的な面から見ると次のふたつになる。

1. 定粒繰糸工程の基礎概念を明確に定式化した。
2. 落緒の時間的変動特性（主としてコレログラム）の推定を実用化した。

これを可能にしたのは、繰糸工程に関する知識と、統計的現象の取扱いに関する知識との結合で、この段階がいわゆる統計的解析にあたる。間隔過程の考え方を導入する以前に於ても、全く同一の標識を用い、同一の管理指標の利用を計画しながらその実用化に成功しなかつたのはこの統計的な構造の解析が行われなかつたためである。このことは一般に統計的手法の適用に際して常にいえることであろう。

適用が上述のような解析を経て行われるということは、必然的に統計的手法のあり方を規定する。即ち、先づ十分な解析が行われるとすると、その結果必ず定式化された構造の模型と、実際の現象との適合が検討される筈である。ここで適合の程度が十分であるといわれるときには、現実的な観測によつて適合が確認できることを意味している。即ち前述の間隔過程が繰糸工程管理に対して果している役割の1と2とは互に分離してはいないのであつて、模型の設定ということは、現実的には同時にその適合の程度の検証が何等かの型で行われ得るということを含んでいる。このことから少くとも確率過程に関する統計的手法の発展にとつては比較的一般性のある確率過程の型を豊富にし、夫々の型の特殊性を利用して、最も有効な型の決定確認の方式を与えることが有効である。単にいわゆる系列相関係数の推定理論を形式的に間隔過程にそのまま移して、コレログラムの推定を論じても全く無意味であることは明かであろう。

次に一般に統計的指標を利用する際の基本的な考え方に関係するものとして以下のことがいえる。統計的な表現に現われる“分布”は、個々の観測値が必然的に変動するものであることを意味している。このため統計的な現象に於て理論的な意味を持つものは総体としての分布の特性であるが、個々の観測値をもとにして限り理論的な結論は与えることができない。この点がいわゆる雑音を含むものと見做されるわけである。統計的な手法はこの雑音を、その分布の特性を利用して各種の程度に除去する方法として用いられる。従つて当然理論的（技術的）意味を持つ条件の変動をも含めて雑音と見做してしまうことは全く意味がない。統計的な処理を行うための指標の作製にはこのような点の解析が最も重要なのであつて個々の指標が偶然的に変動することが重要なのではない。いわゆる 3σ , 2σ 等の限界を越えることによつて異常が検出されるのではなく、異常が検出できる程度に 3σ , 2σ が小となるように指標を作ることが要求されるのである。

この報告 (II) はこの点に於て成功しているものであつて、そこではいわゆる推定論、検定論として述べられている結果は直接そのままの形では殆んど使われていない。但し分布の安定性を考える上では十分統計的な常識は利用されている。確率論的な計算の結果は悉く実験若しくは、それ以前に於てはモンテカルロ法によつて検討され²⁾ その近似の程度が検討されている。このことは分布が空想的なものではなく、必ずある面である有限の繰返しの中に実用上実現するという立場に立つて示している。以上述べたことは、われわれの自動車の実験室的研究が有効であつたこ

とを示すと同時に、分布はその具体的内容が与えられたときはじめて個別的な科学的研究の対象となること、各分野に於ける対象の特性に従つてその処理方式が考えられることを示し、従つて各科学分野の研究者と統計的手法の研究者との研究の交流が何れの研究の発展のためにも極めて有効であり、必要であることを示している。

U. Grenander は最近の SANKHYĀ 誌に於て、“時系列解析の最近の傾向”を論じ³⁾、統計的手法の利用者から時系列解析法が受けた不信について述べその打開の方向を述べている。この報告 (I) (II) を以てそこに論じられている問題に対する具体的な解決のひとつの例としたい。

明かに定粒線糸工程の統計的管理を実用化するためには更に多くの実験結果が必要とされるであろう。そして現在すでに対応する確率過程の精密化が要求されている。筆者は他日これらに関する研究の結果が再び報告されることを期して本報告を終る。

統計数理研究所

参 考 文 献

- 1) H. AKAIKE, On a zero-one process and some of its applications. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, vol. VIII, No. 2 (1956) pp. 87-94.
- 2) 嶋崎昭典, 坪井 恒, 笠井忠光. 生糸の品質管理に関する研究 (III) 落緒の周期性について 日本蚕糸学雑誌 第 26 卷第 2 号 (1957).
- 3) U. GRENANDER, Modern trends in time series analysis. Sankhyā vol. 18 (1957) pp. 149-158.
- 4) 赤池弘次, 系列現象の統計的解析—II—. 統計数理研究所集報 第 1 卷第 2 号 (1954) pp. 57-58.