昭和30年度研究発表会アブストラクト

研究成果の詳細は Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 統計数理研究所彙報, 講究会, その他の学会, 学会誌等に随時発表されているが, ここでは年度内の主なる成果の報告が行われた.

距離概念に基づく決定方式とその適合度, 二標本問題, 推定への応用

松下嘉米男

詳細は The Annals of Mathematical Statistics Vol. 26, No. 4, 1955 を参照せられたい.

和の分散が有界なときの多次元中心極限定理について

高野金作

有限な分散をもつ独立なp次元確率変数の和の系列

$$S_n=X_{n1}+X_{n2}+\cdots+X_{nl_n},\quad n=1,2,\cdots$$

において

(1) $X_{nl}-\mathrm{E}X_{nl}$ は $n\to\infty$ のとき l について一様に0に確率収斂し

(2) 各項の分散の和は有界; $\sum v(X_{nl})\leqq C$

とする. S_n の確率法則 $L(S_n)$ の極限 $L(S)$ は, 若しあるとすれば, 分散の有限な無限分解可能な分布で, その特性函数の対数は Kolmogorov の公式によつて表わされる. そこで $L(S_n)$ がこの公式によつて定義される与えられた分布 $L(S)$ に収斂するために必要且充分な条件を求め, 更に条件(2)が $v(S_n)\to v(S)$ でおきかえられたときのことも考える. 詳細は Ann. Inst. Stat. Math., Vol. 7, No. 2, pp. 81-93.

ポアッソン過程の実例について

赤池弘次

各種の Queueing process の研究に於て, input の時間間隔の分布に負の指数分布を仮定する場合が多い. 単純なポアッソン過程はこの意味で極めて重要なモデルといえる. 自動車, 人間の交通量, 電話の呼数等について多くの実測を行つて, 実際の現象とモデルとの適合の度を検討した. 一般に, よく合わない例に於ては, データ間に高い系列相関が存在することがたしかめられた. よく合う例に於ては, 適当な単位時間当りの度数分布を検討する時, 系列相関が最も高く現われるような時間単位を採用する場合に度数分布と理論値との最もよい適合が見られた. これらの例に於ける理論値からの偏差は, 流れにかたまりが発生する(交通信号等による)ためであることが時間間隔の分布からもたしかめられた.

これらの点について, 適当な確率論的モデルによる説明が必要だと思われる.

傾向性の判定に対する或る方法に就いて

藤本熙

$F(\eta)$, $G(\zeta)$ 及び $f(\eta)$, $g(\zeta)$ をそれぞれ独立な確率変数 η 及び ζ の分布函数及び密度函数, $w=\eta+\zeta$ の分布函数 $\tilde{F}(x)=\iint_{\eta+\zeta\leq x} f(\eta)g(\zeta)d\zeta d\eta$ であるが,

若し $g(\zeta)$ の symmetric を許すならば, $\tilde{F}(x)=\tilde{\tilde{F}}(x)=\iint_{\eta-\zeta\leq x} f(\eta)g(\zeta)d\zeta d\eta$ であるから, 今 $W=0$ は観測し得るが, $\eta=0$ をは観測し得ぬとき, ζ一軸に平行な軸 y とその原点を任意にえらび, ζ の原点が充分大きな確率を以つて落ちる様な区間 $(-y_0, y_0)$ を選び, 若しその端点 $-y_0, y_0(y_0>0)$ に ζ の原点があるとすれば, η の原点は予め定めた y 軸を基準にして, $(-y_0, y_0)$, $(y_0, -y_0)$ に移り, y 軸の原点が η の原点に一致するという仮定のもとでは,

$$\tilde{\tilde{F}}(-2y_0)=\tilde{F}(-2y_0)\leqq\tilde{F}(0)\leqq\tilde{F}(2y_0)=\tilde{\tilde{F}}(2y_0)$$

である.

今 N 個の観測値の組 (x_i, y_i) を得て, この X と Y の間に $Y_i=\alpha+\beta X_i$, 但し $\underset{\epsilon}{E}(x_i)=X_i$, $x_i-X_i=\epsilon_i$; $\underset{\epsilon'}{E}(y_i)=Y_i$, $y_i-Y_i=\epsilon_i'$ ——を仮定して, $\eta_i=y_i-\alpha-\beta X_i$ とおく. 処で, β の estimate として $b=\dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{\bar{y}_2-\bar{y}_1}{\bar{x}_2-\bar{x}_1}$ をとると, これはある条件のもとで β の Consistent estimate となる. 但し $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ は X に関する観測値を大いさの順序に従つて2群に分けた上下の観測値の平均, $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$ はそれらに対応する Y の平均である. 而して, Y_i の estimate として $\hat{y}_i=a+bX_i$ を採用することにすると, $W_i=y_i-\hat{y}_i$ は但し分散の場合, ϵ, ϵ' は zero mean, variance σ_ϵ^2,

$$\underset{\epsilon,\epsilon'}{E}(W_i) \fallingdotseq y_i-(\alpha+\beta X_i)+\beta\left[(\bar{X}_2-X_i)\left\{\frac{\underset{\epsilon}{E}(\xi_1^2)}{(\bar{X}_2-X_1)^2}-\frac{\underset{\epsilon}{E}(\xi_1^3)}{(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^3}-\frac{\underset{\epsilon}{E}(\xi_1^4)}{(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^4}\right\}\right.$$

また

$$\left.-(\bar{X}_1-X_i)\left\{\frac{\underset{\epsilon}{E}(\xi_2^2)}{(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^2}-\frac{\underset{\epsilon}{E}(\xi_2^2)}{(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^2}-\frac{\underset{\epsilon}{E}(\xi_2^4)}{(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^4}\right\}\right]$$

$$\underset{\epsilon,\epsilon'}{E}[W_i-\eta_i]^2 \fallingdotseq \frac{\sigma_{\epsilon'}^2+\beta^2\sigma_{\epsilon}^2}{N}\left\{1+\frac{(\bar{X}_i-\bar{X})^2}{(\bar{X}_2-\bar{X}_1)^2}\right\}$$

但し分散の場合，ϵ, ϵ' は mean zero, variance $\sigma_{\epsilon'}^2$ の Gaussian 分布を仮定する．次に充分大なる N に対して $\alpha+\beta X_i$ の estimate $\hat{y}$ を求めておき，更に n 個の観測値をとつて，$\eta_i>0$ なる確率を W_i，即ち $\hat{y}_i$ を用いて求めようとするのであるが，n_1, n_2 をそれぞれ n 個のうちの $y_i-\hat{y}_i-2t_0\sigma_{\hat{y}_i}>0$, $y_i-\hat{y}_i+2t_0\sigma_{y_i}>0$ なる個数として，$p_1=n_1/n$, $p_2=n_2/n$. 但し t_0 は予め定められた prob. level——を採用し更に $\eta>0$ なる確率 $p=1/2$ と見て

$$\left(p_1-k_0\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{n}},\quad p_2+k_0\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{n}}\right)$$

と見積つておく．

これらを mortar の test-piece による圧縮及び抗折強さの3日，7日，28日試験について，若干数の maker の製品の全体の傾向に対する関係について見た．即ち全体に対するその subgroup の間の傾向性を見る手段について考えた．

正値確率変数の和の分布について

本　尾　　実

$X_1\cdots X_n$ を同じ分布函数 $F(x)$ に従う正値確率変数とする．$S_n=X_1+\cdots+X_n$ と常数列 $\{C_n\}C_n>0$ に関する S_n/C_n の従う分布の安定性について考える．適当な C_n に対して S_n/C_n の極限分布の存在するための $F(x)$ に関する必要充分条件はよく研究されているが，$S_n/C_n\to Y$, $P_r\{Y=\infty\}>0$ も許すとどうなるであろうか，それに関し

（定理）　$\dfrac{S_n}{C_n}\to Y$　$P_r\{Y=\infty\}>0$　$P_r\{Y<K\}>0$

であると

$$\lim\frac{C_{n\lambda}}{C_n}=\infty \quad 但し\ \lambda>0\quad C_x=C_{[x]}\ とする.$$

且つ適当な k に対して $\bar{C}_n=C_{n,k}$ とおいて

$$1-F(\bar{C}_n)\sim\frac{1}{n}\qquad となり$$

$$\lim_{n\to\infty}P_r\{S_n<\bar{C}_{nx}\}=e^{-\frac{1}{x}}$$

この時

$$P_r\{Y=\infty\}=1-e^{-\frac{1}{k}}$$
$$P_r\{Y=0\}=e^{-\frac{1}{k}}$$

逆に $1-F(\bar{C}_n)\sim\dfrac{1}{n}$　$\lim\dfrac{\bar{C}_{n\lambda}}{C_n}=\infty$　$\lambda>0$ であるなら

$$\frac{S_n}{C_n}\to Y\ (n\to\infty),\ Y\ は上述の条件を充す.$$

特に二次元の対象な random walk の出発点に戻るまでの時間の時間を X_i とすると

$$1-F(e^{2\pi n\pi})\sim\frac{1}{n}$$

$$P_r\{e^{2\pi nx}<S_n<e^{2\pi ny}\}=e^{-\frac{1}{y}}-e^{-\frac{1}{x}}$$

あるいは $\dfrac{n\pi}{\log S_n}$ が指数分布に従う事がわかり，S_n の変動の状態を知る事が出来る．

ある定常マルコフ系列の性質について

石　井　恵　一

（i）独立でない確率変数の系列の和の漸近的な分布に関する研究は，近年 M. Loève 等によつて，良い結果が得られているが，基礎となる思想は，独立性に近い性質をどのように，その系列の間に想定するかにある．適当な条件のもとでのマルコフ過程に対する中心極限定理は J. L. Doob〔3〕に詳しいが，ここでは，やや異る条件のもとでこの問題を考えてみる．

$\{X_n\}$, $n=0$, ±1, $\pm2,\cdots$ を discrete な time parameter をもつ強定常過程とすれば，この過程は，

$$\Omega=\prod_{n=-\infty}^{\infty}R_n\ (R_n\ は実数空間と同型)$$

に於ける1対1の保測（集合）変換として記述される（確率測度は一般には直積測度ではない）．但し，測度零の差は identify すること勿論である．今 $0\leq\varepsilon<1$ が存在して，

$$\forall A\in\mathfrak{B}(\cdots,X_{-n},\cdots,X_{-1},X_0)$$
$$\forall B\in\mathfrak{B}(X_k)$$

に対して，

$$P(A\cdot B)=P(A)P(B)\{1+\delta(A,B)\}$$
$$|\delta(A,B)|=O(\varepsilon^k)$$

となるときは，この変換はいわゆる強混合性をもつことが容易にわかる．事実，この方がはるかに強い条件である．ここに $\mathfrak{B}(X)$ は X によつて定められる σ-field を表わす．

最も簡単な場合として，特に定常マルコフ過程の場合には，$k=1$ に対して $|\delta(A,B)|\leq\varepsilon$ を仮定すれば充

分である，この場合には，遷移確率を用いて，$P(x;E)=P(E)(1+\delta_x(E))$,

$$|\delta_x(E)|\leq\epsilon$$

という条件で表わすことができる．このとき，n 次の遷移確率は，

$$P^{(n)}(x;\ E)=P(E)(1+\delta_x^{(n)}(E)),$$

$$|\delta_x^{(n)}(E)|\leq\epsilon^n$$

を満足することが出てくるからである．従つて，このマルコフ過程は，いわゆる分解不能な閉じた過程になつていて，個別エルゴード定理として大数の強法則等は勿論成立しているわけであるが，中心極限定理について次に考えてみる．一般性を失うことなく $E(X_n)=0$ とし，なお $E(X_n^2)<\infty$ を仮定しておく．$B_n^2=E(|X_1+X_2+\cdots+X_n|^2)$ とおくと，前記の ϵ が，$\epsilon<1/3$ なる如くとれるときには，B_n の order は $n^{\frac{1}{2}}$ の order に等しいことが証明できて，しかも

$$\lim_{n\to\infty}P\left(\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{B_n}<a\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{a}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

となることがわかる．この場合いわゆる Liapounov の条件は必要でないし，又 Lindeberg の条件に相当するものは，定常性と仮定とから出てくるので，これも仮定しておく必要がない．

(ii) 上記の如く非常に強い混合性をもつ場合には，漸近的独立性ともいうべき性質をもつのであるが，一般には混合性はあくまでもスペクトル的な性質であつて，函数の直交性とは直接的な関連をもつが，独立性そのものとは一応切り離して考えられるべきものである．混合性では，混合の速さの度合は局所的に考えれば充分であるが，漸近的独立性の場合には，全体的に一様な度合としてとらえなければならない．従つて混合性をもつ定常過程の場合にも，混合性の形態，いい換えればスペクトルの性質によつて種々の極限法則が考えられるべきである．事実，$E(X_n)=0$, $E(X_n^2)<\infty$ なる定常過程を

$$X_n=\int_{-\pi}^{\pi}e^{in\lambda}dY(\lambda)$$

なる如くスペクトル表示した場合，$B_n\to\infty$ で且つ，$\forall\epsilon>0$ に対して $\delta>0$ が存在して

$$P(Y(\delta)-Y(-\delta)\neq 0)\leq\epsilon$$

なる条件を満足するときは $\frac{1}{B_n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)$ は 0 に確率収斂し，従つて単位分布 $\Phi_E(0)$ に法則収斂することがいえる．

文献

(1) M. Loève; On sets of probability laws and their limit elements. Univ. of Calif. Publ. Stat. 1 (1950).

(2) M. Loève: Probability Theory, foundations. random sequences (1955) Part IV.

(3) J. L. Doob: Stochastic Processes (1953), Chap. V.

第二，第三研究部の研究概要

青山博次郎

昭和30年9月15日より設置法施行規則改正によつて新たに第二，第三研究部の機構改正が行われた．第二研究部は4研究室より成り，第1研究室は標本調査法及び社会調査法の研究，第2研究室は統計に関する実験の計画法及び測定法に関する研究，第3研究室は一般統計事象の分析法及び管理法に関する研究，第4研究室は一般現象を数量的に取扱う方法及び現象予測法に関する研究を行うこととなり，第三研究部は2研究室と，研究指導普及室が置かれ，第1研究室は統計解析に必要な計算法の研究，第2研究室は統計解析の機械化及び統計計算に必要な計算機に関する研究を行うこととなつた．

両部の協同研究として行われた研究としてはマス・コミュニケイションの効果の研究，マス・コミュニケイションの通路の研究，都知事選挙に於ける数量化と予測の研究がとり上げられたが，これらの研究目的については既に前年度にも触れたし（第3巻，第1号），これに関連しての報告もあるのでここでは省略する．

各研究室で取上げた主要な研究項目は，マス・コミュニケイションの効果と内容分析，面接調査の諸問題，全国市町村の類型化（昭和28年より継続），国富調査の標本設計，日本の社会的成層と移動の研究，粒子統計，経営管理の統計的研究，社会保障特に医療費の研究，選抜試験の統計的研究，流出機構の研究，経済予測の問題，選挙予測の統計的研究，Radio biology の統計的研究，色彩現象に関する統計的研究，飛火に関する統計的分析，森林調査法，読み書き能力調査，盲聾児の調査，数量化と予測に於ける多変量解析法，社会的行動の流動過程の要因分析法，社会心理学における数量化の方法，レオンティフ行列に関する誤差評価等の諸問題がそれぞれの研究方法の立場からとり上げられ，研究を進められた．これらの幾つかは他機関との協同研究，あるいは指導という形で行われたが，その主なる機関は経済企画庁，人事院任用局，文部省，林野庁，資源調査会，日立製作所中央研究所，色彩研究所，与論科学協会，日本銀行，東京消防庁，東大理学部，日本社会学会，新聞研究所等である．

なお計算機について附言すれば，昨年 FACOM 415 A が入つたが，これは相関係数の計算に大いに威力

を発する単能機である．また FACOM 128 が程なく入るが，これは各種計算を行うリレー式万能計算機であつて，電子管式計算機に比べれば見劣りするが，加減算 0.15 秒，乗算 0.15〜0.4 秒，除算開平算 0.2〜1.0 秒，トランスファー 0.15 秒という速度であつて，計算能率は飛躍的に向上することになる．

次に本年度行つた研究に関連して，社会調査法に於ける標本比率推定の方式について，subsampling を用いる方法，推移確率を用いる bias 推定による方法について触れ，通常の単純推定の誤差分散を実例から考えてほぼ2倍にとればよいことをのべた．選抜試験，経営管理に関する統計的研究については講究会，その他の機会に述べる予定である．

Range-Ratio の分布についての実験

橋　爪　浅　治

$F_m(y)$ を標準化された正規分布よりとられた大きさ m の range の分布とし，$y_1,\cdots,y_n$ を $F_m(y)$ から独立にとられた標本とする．

(A)　$\max\{y_i\}=u,\ \min\{y_i\}=v,\ t=v/u$

とおいたとき，t の（累積）分布を $g(t)$ とおけば

(B)　$g(t)=1-n\int_0^\infty\{F_m(x)-F_m(xt)\}^{n-1}dF_m(x)$

が成立つ．さて（B）式にもとづき，数値積分により

(C)　$g(t)=\alpha,\quad \alpha=0.5,\ 1,\ 5\ (\%)$

なる有意水準 t_0 を算出したが，この算出した値を実験的にたしかめたい為，次のことを行つた．乱数表から nN 個（本実験では $n=15,\ N=960$）の乱数 a_{ij} $(i=1,\cdots,15;\ j=1,\cdots 960)$ をとり出し，ポアソンの作製した $F_m(y)$ の表より $F_m(y_{ij})=a_{ij}$ なる y_{ij} を求め，(A) の手続により 960 個の t_j を得る．そして t_0 より小さい t_j の頻度をかぞえた．これを表にまとめると

m	n	t_0	理論値 α (%)	頻度	相対頻度(%)
8	15	0.23	6.13671277	57	5.9375
9	15	0.25	5.58984975	54	5.6250
10	15	0.27	5.46934476	50	5.2083

となる．なお実験値の分散は

$$\sigma=\sqrt{\frac{p3}{N}}=\sqrt{\frac{0.95\times0.05}{960}}\doteqdot0.70342\times0.01$$

であるから 3σ で約 2% で，われわれの求めた理論値は実験的な面からも信頼され得ると思う．

国富調査企画―(2)

田　口　時　夫

法人資産調査の標本設計に引続き本年度は他の各経済単位につき計画を行う．

(A)　家計資産調査の標本企画

国勢調査の調査区を利用し，住宅種類の構成比率により層化抽出する．

(B)　個人事業体類資産調査に於ける標本企画

家計資産調査と同様労働力調査区を使用し，各調査単位区内を更に産業別に抽出する．この場合各産業については subsampling であるが，実際上農業及び商業以外は構成に預る程度が小であるから，産業別表章を考えて全数調査を行うのが至当である．

(C)　地方公共団体資産調査に於ける標本企画

この設計に於ては試験調査が行われないから層別標識は各自治体の申告に基く資料により財産の種類とその性格により判断した．層化基準として，一応地方自治法第 244 条により議会に報告すべく計上された財産額が考えられるが，この標識に関しては回答率が低く（7割強）且評価の不統一性が問われるからむしろ普通財産，公共財産，公用財産，企業用財産等の財産種類に応じた人口，公務員数及び財政規模等の標識を考慮し，集計の結果相互に相関が高いので，不安定な標識の採用を避けて最終的に人口規模標識のみによつた．

更に人口規模の大なる団体層については所有財産の種類も大なるものと予想されるから，抽出方法は全数抽出を併用して人口規模別才出額及び公務員数の分布の形状から各層の抽出率を決定した．この場合市町村内の各組合資産は悉皆とするが，前期財産額によると精度は C. V.=1.7%，物品数によると 8.5% 程度と認められる．県，特別区及び五大都市は悉皆とする．

母集団の構造

人口規模	〜4499人	5000〜9999	10000〜29000	30000〜49000	50000〜99999	100000〜199999	200000〜	小計
市	0.0%	0.0%	1.6%	49.2%	29.7%	10.8%	8.7%	100.0%
町村	38.7	31.8	28.7	0.7	0.1	0.0	0.0	100.0
計	1438	1430	1398	298	143	63	28	4798
サンプル数	(1/30) 48	(1/20) 72	(1/10) 139	(1/5) 59	(1/3) 47	(1/1) 63	(1/1) 28	456

市町村人口規模別財産額（帳簿価格による不再評価の資産）（単位　千円）

人口規模	～4999	5000～9999	10000～29999	30000～49999	50000～99999	100000～199999	200000～	6 大市	東京
財産平均	29.2	34.5	126.0	196.7	397.4	988.1	3000.0	16924.3	1095.3
標準偏差	35.8	28.7	198.0	163.8	201.2	511.7	1694.5	6538.1	403.5
回答率(%)	77.1	63.8	61.9	61.0	80.9	66.7	64.3	66.7	91.3

（D） 補完調査

補完調査の目的は建前として本調査に於ける各項目数量の補正（時点差の修正，脱落重複資産の把握，評価法の調整）にあるが，　この意味では double sampling を用い適宜推定を行うことにつきる．然し出来れば更に自律的な目的を持たせたいので，この点更に企画庁側との検討を重ねたい．特に本調査に於ては各経済単位につき別建に企画をしたいが，補完調査に於ては全数につき行うものであるから，各単位の組織と役割，特に相互の機能上の結合関係を考えて数量を把握するならば，多種の分析が可能となろう．例えば営利法人，個人企業，家計，自治体資産等は，第一次抽出単位を市町村とし，市町村の層別は更に詳しく産業形態や平衡交附金額，諸税収入等の標識も考慮して行えば町村富と国富の関係等が得られよう．又非営利法人については，国公立を除き学校法人，社会福祉法人，医療法人等については宗教法人と関連をもつ場合が多い事が予想されるから，これ等の関係を層別に活かすならば，この種団体の現状について利用度の高い資料が得られるように思う．これらの諸点については既存資料の検討により更に利用目的と共に考察を進めたい．

新聞広告の分析

大　石　　潔

これは経済状態の動きが新聞広告の上にどのように現われているかを統計的立場から調べることを目的としたものである．

対象とした時期は，デフレ恐慌的な色が濃くいわゆる不景気であつた昭和 25 年 4～6 月及び朝鮮動乱が発生して，いわゆる特需景気によつて経済状態が好転した同年 10～12 月で，そして朝日新聞を使用した．

先づこの期間の広告について，一広告につき一枚のカードを作り，それを用いて，本，化粧品，デパートに関するもの等 21 項目に分類し，各月毎の件数を算出して，データを作成した．

結果として得られたことは，このデータに関する限り，経済状態の動きに対応すると考えられ得る広告件数の変化はない．ということである．

これは選んだ時期が適切でなかつたのか？　あるいは方析方法がよくなかつたのか？　あるいは，その他の理由からかかる対応はつけ得ないものか？　今後さらに分析をすすめる予定である．

カーボンブラックの形と粒度分布など

樋　口　伊　佐　夫

1．カーボンブラック粒子が粉砕されるという目新しい現象に即して，粒度分布の測定，分布函数の検討，角相関函数による粒子形状の表現，電子顕微鏡写真の見方による誤差の検討（Ann. Inst. St. Math. Vol. VII No. 2 に発表）

2．洗炭工業に於けるトロンプ曲線解析に対する一私見（彙報に発表）．

3．対数正規型分布函数のラプラス変換に関する僅かばかりの計算．

微積分方程式と確率過程との関係

横　田　紀　男

確率過程と微分方程式との関係は，既に Generalized Fokker-Plank 方程式として知られている．一方確率過程と経路積分との関係は，Onsager，橋爪（お茶の水女子大）両氏により Gaussian 過程を経路積分に直すことが試みられた，そして不可逆現象に対し，興味ある原理を導き出している．一方 Feynman は Schrödinger 方程式を経路積分に直し，量子力学に対し新しい計算法，及び物理的な解釈を行つている．偏微積分方程式と確率過程，経路積分との関係は．本質的に密接な関係があり，一般に偏微積分方程式を経路積分に直すことが出来る．

流出に関する研究と流出模型

菅　原　正　巳

雨量から流量を推定する方法として，unit hydrograph 法がある．それは unit graph $K(z)$ を用いて，雨量 $x(t)$ より流量を $y(t)=\int_0^\infty x(t-z)K(z)dz$ によつて推定するものである．

我々が数年来行つて来ているものは，$K(z)$ として指数函数，およびその組合せを用いるもので，推定に用いられる基礎的作用素は

$$y(t)=\int_0^\infty x(t-z)\lambda e^{-\lambda z}dz$$

である．直立するガラス管の底部に毛細管をつけ，上部から $x(t)$ の水を流入させると，毛細管からの流出が上記の $y(t)$ となることにより 上記の推定方式の計算機構を作ることができる．

この流出模型を適当に組合せることにより（その際非線型になるように組合せる必要がある）種々の推定方式が作られる．

例えば，上記の流出機構を上下 2 段に積み上げると，つぎの変換ができる．

$$y_1(t)=\int_0^\infty x(t-z)\lambda_1 e^{-\lambda_1 z}dz$$

$$y(t)=\int_0^\infty y_1(t-z)\lambda_2 e^{-\lambda_2 z}dz$$

$y_1(t)$ を消去し，$x(t)$ より $y(t)$ への変換として書けば，下の通り．

$$y(t)=\int_0^\infty x(t-z)K(z)dz$$

$$K(z)=\begin{cases}\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}(e^{-\lambda_2 z}-e^{-\lambda_1 z}) & (\lambda_1\neq\lambda_2)\\ \lambda^2 z e^{-\lambda z} & (\lambda_1=\lambda_2=\lambda)\end{cases}$$

λ_1, λ_2 を適当にえらべば，従来用いられている unit graph は上記の $K(z)$ により，十分の精度で近似できる．従つて，この 2 段積み重ね式の流出機構は，実質的にはすべての unit graph 法を含むものと言つてよい．

また，同一の半減期を持つ指数函数型流出機構を n 段に積み上げることにより，ラゲール函数型の $K(z)$ を実現することができる．

品質管理の一問題

鈴 木 雪 夫

機械加工に於いて，規格に比して機械の精度がよくないため，規格外の加工品が多く生ずるならば，屑 (Scrap) あるいは，再加工 (Rework) の Cost を考慮しなければならない．この場合に機械の setting を適当に変えて，蒙る損失を最小にすることが出来る．

機械の精度を表わす standard deviation σ を単位として，規格が $[a-B,\ a+B]$ で与えられているとする．簡単のため，$a=0$ としておこう．

Cost function を

$$C(x)=\begin{cases}K_R+k(x-B)^\alpha & x\geqq B \quad \text{(Rework)}\\ O & B\geqq x\geqq -B\\ K_S & -B\geqq x \quad \text{(Scrap)}\end{cases}$$

とすると，平均的な損失は machine setting をきめる μ の函数として

$$C(\mu)=\int_{-\infty}^\infty C(x)\phi(x)dx$$

ここに $\quad \phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}.$

である．これを μ で微分して 0 とおくと

$$r\phi(B-\mu)-\phi(B+\mu)+k_0\alpha\int_{B-\mu}^\infty(t+\mu-B)^{\alpha-1}\phi(t)dt=0$$

である．ここに $r=\dfrac{K_R}{K_S}$ であり，$0<r<1$ である．又 $k_0=\dfrac{k}{K_S}$ とする．

$\alpha=0$ のとき $\mu=\dfrac{-\log r}{2B}$

$\alpha=1,\ 2$ のとき解は共線図表により種々の B, k_0, r に対して μ の値が求まる．

傷病量と医療費について

鈴 木 達 三

現在，医療保険制度として健康保険などが実施されているが，まだ全国民をカバーするまでには至つていない．そこで，これを更にひろげて，誰でも病気にかかつた場合には，費用の心配をしないで医療を受けられるようにすることが考えられる．このように医療保険を全国民に適用した場合，その経済的規模，即ち全国民の医療費といつたものを推定する必要が起つてくる．これを保険の面から考えれば，基礎になる事象生起の確率（疾病の発生率），及びその保険金に当る個々の疾病の医療費等を推定することになる．

すでに実施されている健康保険の資料や，数度にわたる医療費調査等によつて，疾病と医療費とについて色々と分つて来ているが，まだ問題はあるように思われる．まず医療費は治療に用いられる医療水準によつて変動する．つまりどの医療水準での医療費かを明確にする必要がある．これに関連して医療水準の向上による医療費の変動も考えなければならない．しかし逆に医療水準は国家全体の経済力に制約されるので，経済上における医療費の適正な位置づけが問題となる．次に治療の種類による変動がある．これは受診率の変動によるものが主であるが，受診率の変動は，社会的，心理的，経済的な問題と関連してくると思われる．即ち衛生思想の普及，予防医学，健康診断等の普

及，生活水準の向上等と受診率との関係が問題になる．更に純然たる経済的要因によるもの，即ち医療実費，物価，生活費等の変動による医療費の変動の問題である．以上のような変動のほかに

1. 疾病の種類が非常に多いこと
2. 同一病名であつても病状，個人の体質等により治療方法が異ること
3. 医師の技術に変動のあること
4. 事象生起が明確でないものが多いこと

等のため，医療費の変動は非常に大きいが，一応今までの経験による病気即ち病名と対応させた医療費，及びその病気の発生率とが推定基準にとり上げられる．この際更に，病名のグループ分け，発生率の季節的変動等の問題がある．

以上のような種々の要因による変動，乃至は問題点を究明する予備的段階として，某企業における健康保険組合の資料を用いて分析をすすめ，現在分析中である．これは一方でこの保険組合の balance sheet を作ることも目的としている．上述の諸問題はいづれも長期間にわたる資料の分析が必要であるが，分析がまだそこまでいつていないので，ここでは病類別にみた若干の結果を簡単にのべる．

まず，受診件数の季節的変動は，総数では 1 月に少く 7～8 月に多くなつており，消化器系，視器，皮膚の各疾患が大体この型に入る．これと反対の傾向にあるものが呼吸器系の疾患であり，その他の疾患には，はつきりした型がみられない，又 1 件当り医療費の年間推移をみると，割合安定しているものは，視器，呼吸器の疾患であり，その他は月間の変動が大きい．

このように安定度の少いものであるので，変動の原因を究明するには，更に詳細な分析が必要である．

経済量の予測について

石　田　正　次

t 時限に於けるある経済量を他の因子 $x^{(k)}$ から予測するときは最小自乗法や数量化などの方法によつて

$$w_t=f\{w_{t-j},\overset{(i)}{x}_{t-j}(i=1,2,\cdots\cdot r,\ j=1,2,\cdots\cdot)\}$$

の形に記述し，これを予測式として w_t を求めている．しかし多くの場合この f の形は時間 t の函数であるので一時限に於ける w_t と f の相関が高いといつてもその予測精度は必ずしも高いとは限らない．このような時には

$$w_{t-k}=f\{w_{t-k-j},\overset{(i)}{x}_{t-k-j}(i=1,2,\cdots\cdot\cdots\cdot r,j=1,2,\cdots\cdot,)\}$$

として $k=1,2,3,\cdots\cdot$ で f の形を決定し．それが時間と共にどのように変化するかを吟味し，時間的な変化が小さいような f の形，及び $x^{(i)}$ を選定すれば信頼度の高い予測が可能となる．

Radio-Biology に於ける統計的研究

崎　野　滋　樹

放射線の直接作用によるヴィールス粒子の大きさの決定方法は既に Lea によつて作られ，最近では間接作用の実験が進んで来て，直接 ionization によつてヴィールスが不活性化されるという Lea の考え方は効力を失つてきた．即ちヴィールス分子の稀釈溶液は放射線を照射するとき free radical H, OH, HO_2, あるいは H_2O_2 が出来て，これらの何ずれかがヴィールス粒子に衝突して化学変化を与えるという考え方である．そこでヴィールス粒子を半径 r の球と仮定して，ionization によつて出来た free radical がヴィールス粒子の中心までの距離 ρ に depend して割合 $e^{-\rho^2/r^2}$ で chemical reaction を与えるとして，ヴィールス粒子が不性化される割合は次式で与えられる．今 ionization の平均間隔を L とするとき

$$p=\frac{n}{4}\pi\xi^2L^3\left\{\log\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\xi\right)+E_i\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\xi e^{-1}\right)\right.$$
$$-0.4228+\frac{n}{2}\pi\xi^2L^3\int_0^1\left\{1-\left[-\xi e^{-w^2}\right.\right.\times$$
$$\left.\left.\exp\int_{\sqrt{1-w^2}}^{\infty}e^{-x^2}dx\right]\right\}wdw$$

で表わされる．但し　$\xi=2r/L$,

$$E_i\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\xi e^{-1}\right)=\int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}\xi e^{-1}}^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du$$

都知事選挙について

植　松　俊　夫

選挙における予測や分析に "linear 的考えにもとずく数量化による分類" の方法を応用する事を論じた．選挙に於いて有権者の行動あるいは態度を予測する事は，その行動あるいは態度に応じて有権者を幾つかの類に分けた時，抽出された有権者がどの類に属するかを予測する事で，結局分類の問題となる．分類が非常によい精度で出来れば，有権者全体からなる母集団からの random sample を分類する事により，得票数その他の予測も可能となる．それで分類の精度が問題となる．ここでは昭和 30 年 4 月の都知事選挙のデーターを使つてこの点を検討してみた．色々の分類をやつてみたが，その結果は，類の数 3 つの場合で相関比が

0.4〜0.5 程度で余りよくない．殊に投票，棄権の予測の為に行つた分類では，類の数2つで相関比 0.36 で非常に悪い．故に“linear 的考えにもとずく数量化による分類”の方法は選挙の予測には余り役に立たない．然しこの方法を選挙における構造的なものの多次元的分析に応用する事が出来る．例えば選挙に於て，有権者の性別又は年令と，有権者が固定した支持候補者をもつているか，それとも浮動票をもつているかとの関係をみたい場合，性別とだけ又は年令とだけの関係なら単純な cross をとる事により充分見る事が出来るわけだが，性別と年令を，その間の interaction も含めて同時に考えたい場合には，年令×性別を一つの item にとり，この様な items を用いて他の要因とも合わせ多次元的に考えた分類を行い，その時の weight の関係から目的とすることの関係をしらべる事が出来る．

日本における階層構成

多 賀 保 志

これは日本社会学会と共同して，昨年9月から10月の間に実施した「社会的成層と移動調査」の集計分析結果の一部である．この調査は全国的な規模で行われ，区部（6大市），市部（一般市），郡部（町村部）から，各々 1,500 ずつのサンプル抽出して，約 300 人の調査員がサンプルの家を訪問し，面接調査を行つた．調査の目的は，日本における社会的階層構成を把握し，それが時間的にどのような構造の変化（社会的移動）を示すか，そのような変化を引起す要因は何であるか，を統計的手法により究明することである．

ある個人がどの階層に属するかということは，その人が社会の中において果す役割の重要さによつてきまると考えられるから，職業の問題が中心となることは明かである．そこですべての職業を20個のカテゴリーに分類し(以下標準分類と呼ぶ)，標準職業分類01〜20の各々の中から，数個の代表的職業32を選び，それらを記入したカードをサンプルに示して社会的地位の高さに応じて，次の5段階に分類させた(第1表参照)．

		score
1.	最も高い	100
2.	やや高い	75
3.	普通	50
4.	やや低い	25
5.	最も低い	0

そして，各段階に上のような点数を与えて，各職業の平均点を出した．そして，標準分類の各職業の score (平均点の平均)を求めた所，職業01〜04がいずれも70点台で最も高い階層を形ずくる．次に Non-manual occupation の中の 05〜07 及び Manual occupation の中の 11（自作農）が，その次に高い階層を形成している．そして，Non-manual occupation の中の 08〜09, 20 及び manual-occupation の中の11, 13〜17が中以下の階層を，12, 18, 19（いずれも純肉体労働）は最低の階層を形成する．

すなわち，職業の形態よりみれば精神労働，肉体労働の度合に応じて，score もそれに比例しており，内容的にみれば，経営者から被傭者の末端に及ぶピラミッド型の生産関係を大体反映しているとみてよい．

区部・市部・郡部別に各職業の score を眺めてみると，区部・市部では余り差はないが，郡部では一般に score が高くなる．とくに，公務管理・企業管理・事

第1表 職業分類表

3大分類	大分類	標準分類	調査に用いた32の職業
A high	a 専門	01 専門業者	小学校の教諭 大学教授 医師 寺の住職
		02 技術者	土木建築技術者 機械工業 〃
	b 管理	03 公務管理者	市役所の課長
		04 企業管理者	会社の課長
B non-mannal	c 事務	05 事務員	会社事務員 鉄道の駅員
		06 保安業者	警官
	d 販売	07 商店主	小売店主
		08 商店員	商店員
		09 屋外販売人	行商人 保険の勧誘員
C manual	g′ 農耕	10 自作農	自作農
		11 小作農	小作農
	g″ 非農	12 林業者	炭焼夫
		13 漁業者	漁業者
	e 熟練	14 職人	大工 指物師
		15 特殊技能工	自動車修理工 印刷工 パン製造工
	i 半熟練	16 生産工程従業者	旋盤工 紡績工
		17 運輸業者	自動車運転手
	g″ 非農	18 採鉱採石者	採炭夫
		19 単純労働者	道路工夫 運搬人
B	d 販売	20 サービス業者	理髪師 列車ボーイ

務・保安・商店主等の都市的職業を高く評価しているのが目につく.

次にサンプルが社会的階層構成をどのように考えているかをみよう. Q 28, Q30 a, b で本人の階層帰属意識（現在, 戦前, 戦争直後）を尋ねてみた所, 5つの階層に前と同じ点数を支えて, 標準分類の各職業の score を求めると, 前の multi-subjective な点数と大体平行関係がみられることが判つた.

これをみると, 戦前（昭和 10 年頃）には子供だつたので, 帰属階層不明と答えたものが約 14%あるが,

（戦前→戦争直後→現在）における階層変化（全国）

時期 ＼ 階層		1 上	2 中の上	3 中の下	4 下の上	5 下の下	x 不明	計
30 a	戦前	1.9	16.5	28.9	24.5	14.4	13.8	100.0
30 b	戦後	0.7	9.2	28.6	33.1	23.1	5.3	100.0
28	現在	0.2	7.0	34.7	37.8	18.4	1.9	100.0

それを考慮外としても, 戦争の影響によつて上流階層の人達が中流以下の層に転落した様子がはつきりわかる. 戦争直後の現在では, 上流層及び最下流層は減少して, 中流層（中の下と下の上）が増加している. すなわち全般的には生活水準が向上したけれども, 上流層における階層分化が進んでいることを物語つている. 以上は各サンプルの主観を通して, 最近 20 年間における階層構成の変遷をみたわけである.

面接調査法の諸問題　その 2

西 平 重 喜

昭和 30 年度も, 面接調査法についての研究を, 機会あるごとにおこなつた. この詳細は同じ標題で, この号に一部を印刷するが, その主な項目だけあげておく.

1. 質問法について：昭和 30 年度は東京で 4 月, 7 月, 9 月, 10 月の 4 回の面接調査に関係した. 各回の時期的ずれを無視できる項目について, wording, list, ranking, biased question などを, 比較検討した.

2. reliability について：ちようど 1 年をあけて, 同じサンプルに, 同じ調査をおこなつた. この結果, 全体としての分布はほとんど変化なくても, サンプル 1 人 1 人の答の一致度は 20～70% ぐらいで, 平均 50 %以下である. その原因は, 調査員のインチキによるものと, サンプルの答自身のゆれとが約半分ずつである.

3. 重相関をつかう予測について：上述のとおり, ひとりひとりのサンプルの調査票にあらわれた答は信頼性がうすい. いま憲法改正に対する世論を, この方法で推定する場合に, 同じサンプルに対して前調査のデータと, 後調査のデータと別々に計算してみた. この結果つぎのようになつた.

	憲法改正		支持政党		職業		学歴	
（前）	u	$=$	$0.904\,x$	$+$	$0.763\,y$	$-$	$0.829\,z$	$+0.134$
（後）	u	$=$	$0.601\,x$	$+$	$0.601\,y$	$-$	$0.606\,z$	$+0.079$

	$r(u\mid x,y,z)$	成功率
（前）	0.324	53 %
（後）	0.337	67 %

推定としてはよい値ではないが, 安定した値を示していることは, おもしろい.

時系列の解析と乱数列によるモデルについて

樋 口 順 四 郎

時系列の解析にはいろいろと困難な点があるので, 乱数列を作つて実験的に性質をしらべることがよくなされる. 前回に E. Slutsky の実験について考えたが, これは実は内容的には 1926 年の Yule の実験ときわめて近いものである. Yule の主発点は, その間にはほとんど関連が得ないような二つの時系列の間にしばしば高い相関が認められるのは何故かということである. $[O, T]$ で $y_1=\sin 2\pi\frac{t}{T}$, $y_2=\sin 2\pi\frac{t+\tau}{T}$ を考えると確かにこれは上記のような無意味の相関の極端な場合である. 全周期で考えるかわりに $(u-h, u+h)$ という小区間で考えると相関は $r=r(u,h,\tau)$ である. $\tau/T=1/4$, $2h/T$ をいろいろ変えて r の graph を作り, u は一様に分布するとすれば r の frequency distribution が得られるが上の場合にはそれが U-字型になる. このような分布を与える系列が乱数列から実験的に作ることができる. 構造をしらべるときに系列相関係数（これも Yule の造語である）が大事な役目をすることがわかる. こうしていわゆる Yule-Slutsky 効果すなわち乱数列の移動平均が波動を表わすことが出された.〔時系列解析の歴史で Yule の占める位置をしらべることが目的であつたが文献を集めることがうまくできないのでそのことは次第に見てゆきたい.〕

Hotelling の T^2-統計量の分布に就いて

塩 谷 実

ここで考えられた問題は，Hotlling の T^2-統計量に基いてなされる分散分析の多次元への拡張に関係のあるもので，これは前大戦中に Hotelling 自身によつて始められた．

$x_1, x_2, \cdots, x_p$ を p 次元正規分布に従う確率変数とし，母集団平均は $O=\{0,0,\cdots,0\}$，共分散行列は

$$\Lambda=(\lambda_{ij})$$

とする．若し吾々に Λ の値がわかつているならば，一般化された距離を表わす χ^2 統計量，即ち

$$(1) \qquad \chi^2=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\lambda^{ij}x_i x_j$$

が，多次元解析に於いてよく使用される．$(\lambda^{ij})=\Lambda^{-1}$ は Λ の逆行列である．しかし実際問題の場合にはこれを標本より推定することが必要である．そこで今自由度 n をもつて Λ を不偏推定したものを

$$L=(l_{ij})$$

とするならば，(1) の χ^2 の代りに

$$(2) \qquad T^2=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}l^{ij}x_i x_j$$

を使用する事になる．$(l^{ij})=L^{-1}$ は L の逆行列である．T^2 はよく知られた Hotelling の一般化されたステューデント比の自乗で，

$$(3) \qquad \frac{1}{B\left(\frac{n-p-1}{2},\frac{p}{2}\right)}\frac{\left(\frac{T^2}{n}\right)^{(p-2)/2}}{\left(1+\frac{T^2}{n}\right)^{(n+1)/2}}d\left(\frac{T^2}{n}\right)$$

なる密度函数をもつ．

今新らたに大きさ N のランダム・サンプルを取つて，$x_{i\alpha}$ で i 番目の変数 x_i に就いての α 番目の観測値とする．各観測毎に作られる T^2 の値の和

$$T_0^2\equiv\sum_{\alpha=1}^{N}T_\alpha^2=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}l^{ij}\left(\sum_{\alpha=1}^{N}x_{i\alpha}x_{j\alpha}\right)$$

を考えて，この全和 T_0^2 を問題とする原因系に応じて分解する事を考えるのである．最も簡単な分解の例として

$$(4) \qquad T_0^2\equiv\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}l^{ij}\left(\sum_{\alpha=1}^{N}x_{i\alpha}x_{j\alpha}\right)$$
$$=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}l^{ij}\left\{\sum_{\alpha=1}^{N}(x_{i\alpha}-\bar{x})(\bar{x}_{j\alpha}-\bar{x}_j)\right\}$$
$$+N\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}l^{ij}\bar{x}_i\bar{x}_j=T_A^2+T_B^2$$

がある．$\bar{x}_i=\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}x_{i\alpha}\ (i=1,\cdots,p)$ である．この様に分解された各成分は L をとめた条件の下では独立なものである．T_0^2 の分解に於いて種々の仕方が考えられるが，ここでは上の例の様に L をとめた条件の下で独立になる成分を得る様な分解を考える．その時の各成分は一般的表現で次の様な形をもつ．v_{ij} を $x_{i\alpha}$ と $x_{j\alpha}$ の共通な独立変数の組に対するそれぞれの回帰値からの偏差の積和とし，且つその自由度を m で表わせば

$$(5) \qquad T_*^2=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}l^{ij}v_{ij}$$

で T_0^2 及び各成分を表す事が出来る．(4) の例では T_0^2, T_A^2, T_B^2 はそれぞれ $m=N, N-1$，1 に対応するものである．この T_*^2 の分布がわかれば普通の分散分析法に似た議論が可能になるわけである．$m=1$ に対する T_*^2 の分布は明らかに (3) である．$p=2$ なる時に対しては $m>1, n>2$ の m, n に対して Hotelling が exact な分布を求めている．$p\geqq 3$ の時には exact な分布を求める事は困難であるが，併し G. S. James が多次元の時の線型仮設の検定に用いた方法を援用する事により，(5) の任意の確率に対する臨界点の n^{-1} に就いての Asymptotic な値を得る事が出来る．更に James の方法を少し拡張すれば任意の2つの成分の比に対する臨界点の Asymptotic な値も得られる．即ち任意の m, n に対し且つ任意の有意水準 η に対して

$$P_r\{T_*^2>T^2(\eta)\}=\eta,\quad P_r\left\{\frac{T_{*1}^2}{T_{*2}^2}>F(\eta)\right\}=\eta$$

となる様な $T^2(\eta)$，$F(\eta)$ を n^{-1} に関するAsymptotic な級数として求める事が出来る．

昭和30年度養成所事業報告

内 田 良 男

昭和30年初頭，本養成所は麻布新庁舎に移転した．これにより創立以来運営上の癌であつた教室の在所は安定した．本年度に実施した事業は略々前年と同様であり，昭和 28 年に定めた養成所規則に基づいて行つたものである．要点を挙げると次の通りであつた．

基本科（期間）昭和30年5月9日より7月29日まで（学科と時間数）予備講座 20 時間，理論講座 I 66 時間，各論講座 18 時間（研究生）15 名（修業証明書授与）7名

研究科前期（期間）昭和 30 年5月 16 日より7月 29 日まで（学科と時間数）理論講座 I 66 時間（研究生）98 名（修業証明書授与者）9名

研究科後期（期間）昭和 30 年9月12日より11月 30 日まで（学科と時間数）理論講座II 66 時間

（研究生）78 名（修業証明書授与者）8 名
専攻科（工業統計）（期間）昭和 30 年 10 月 26 日より 11 月 2 日まで（学科と時間数）工業統計講座 28 時間（研究生）53 名
専攻科（教育統計）（期間）昭和 30 年 8 月 10 日より 8 月 18 日まで（学科と時間数）教育統計講座 32 時間（研究生）24 名

講師（部内）青山博次郎，赤池弘次，林知己夫，樋口伊佐夫，石田正次，西平重喜，塩谷実，多賀保志，植松俊夫，内田良男（A，B，C順）
講師（部外）後藤正夫，久保舜一，柴田武，杉村保，館稔，高橋長太郎，山田勇（A，B，C順）
講義録編輯委員　部内講師全員及び松下嘉米男
（詳しくは養成所報 No. 5 参照）