

統計数理の研究に就て

佐々木達治郎

(1953年12月受付)

On the Research of Statistical Mathematics

彙報創刊号の発刊の辞に於て私は「現象の把握」なる辞句を用いた。これを簡単に応用統計なる言語と同意義に誤解する人もあると思うので、茲にこの意味を明瞭に説明しようと思う。

1. 統計と数学

多くの科学に於て法則は特殊なる言語で表現される。日常の言語は貧弱曖昧で精密微妙なる関係を表わすに足りないが、数学はこれを簡單明確に表現する。これ物理学者に数学が欠くことの出来ない理由である。統計学に数学が用いられるのはこれと同じ理由であろうか？ 否、統計学は数理的である。ここに於て統計学と数学との関係を論じなければならない。

統計に於て変量の度数と全度数との比は確率なる語で表わされる。故に統計分布は確率分布と深い関係にあり、概念上同一のものと考えられて居る。元來確率の概念は何等かの意味で偶然と関係する。然らば偶然とは如何なる意義を有するか。偶然なる言語は実現する現象の原因の数が無限で吾人の知識を以つて追求し能わざる場合に用いる。かかる場合に於て現象の現れ方を表わすのに確率なる概念を用いるのである。さて、確率を考えるのに現象を次々と観測して得られる不規則なる系列を考え、そこに於ける相対頻度の極限としてとらえる方法と、先験的な考えより確率に一つの数を対応させる方法とがある。例えばサイコロを何回振つて1の目が出た相対頻度が大体 $1/6$ なる場合に、その確率を $1/6$ とするのが前の場合である。この立場に於て確率論を構成したのが von Mises である。これに対し各事象に確率なる数を対応させ、そこに幾つかの公理を置いて、それより形式的に確率論を作り上げたのが Kolmogorov である。例えば統計力学に於てガス体の分子が高速度で運動し互に衝突するような場合を考える。この場合、非常に多数の分子が衝突すれば瞬間にして多数回の衝突を繰返しこれを追求して個々の分子の速度を計算することは不可能である。故に壁に衝突する分子の速度変動は分子の数及び衝突の回数を無限移行し、ここに適當なる仮定を導入し、速度変動の確率を考える。ここに働くのは先験的認識であつて、それは知性のみによつて会得しうるものである。ここで考えられる確率も勿論 Mises の立場に於て解釈出来る。Kolmogorov のとつた立場は單に公理群よりの形式的演繹であるが、Mises のとつた立場は偶然現象を、その Kollektiv に於て表現しようとするものであつて、より深く掘り下げていると思われる。確率の概念も Mises にあつては Kollektiv に於ける相対頻度の極限として明確に擱えられる。

かくの如く考えるときは母集団を調査する立場に於ては Mises の確率論が最も優れていると思われる。

次に統計的方法を作り上げる立場に於ける数学の使用に就て論じよう。

数学のみを用い吾人の先験的認識によつて統計理論を考案し方法を作り上げることが可能であろうか？ 応用ということを顧慮せず純粹数学の中で研究した理論が後に至つて他の方面の応用に於て偉大なる効果を挙げた例は種々ある。かかる場合は理論の基礎に於て自然認識に大きな威力を発揮する理由があると思う。偉大なる数学者の認識の中に経験の豊富さが存在する場合もあり得るのであるが、誰しもこれが可能であると思うのは間違いであろう。若しも数学のみによつて統計的方法が作り上げられるものと想像し、経験的認識を度外視するならば、経験界の埒外に出てしまい明瞭なる矛盾に出会ふ限りその進行を止めることが出来ない。かくして無数の方法は出来るがその大

多数は全然興味のないものであろう。経験による制約を必要とするのは当然である。例えば統計分布論、推定論及び検定論を研究する場合に頭から現象を考慮することなく確率分布を仮定してこれを実際の統計分布に当嵌めて検定するような考えを固執する如きはこれに属するのである。それより寧ろ実際現象から統計数理的モデルを作る方が一層興味あり且つ有用であらう。自然は人間の想像より遙かに豊富である。Henri Poincaré 曰く「外界の存在を忘れる数学者はモデルを持たぬ画家に等しく、その創作力は直ちに枯渇するであらう」と。これ私が「現象の把握」なる言葉を用いた理由である。応用統計とは既に出来上り、科学の一分野に於てその普遍性が認められた方法を、数学的に類似なる性質を用いて他の科学の分野に応用することを言うのであつて、上記の如く統計的方法を作り上げるのと大に趣を異にする。

統計学は既に完成した体系をもつものでなく、今後益々研究して学的体系を作り上げることが研究者の任務であり、これが諸科学に資する所以である。諸科学には各々その中に統計現象を含む領域が存在し、この現象は従来の科学の方法では解明することが出来ず、新しい思考様式を必要とする。これ等の統計現象は各科学に共通な性質を有することがあるかも知れず、又特別な性質を有するかも知れない。それ故多数の現象に関与し現象と不即不離の關係にあつて現象の本質的部分をいかに表現するか、又その現象の要因をいかに分析するかを考え、これ等の妥当なる關係をつける方法を考究すべきである。これ等の方法の中に類似があるときに統一理論が構成されるのである。実質のみによつて區別せられるものを同じ名で統一するのは数学的精神であつて、統計に数学を用いる理由はここに於ても亦現われている。

以上縷々統計の考え方に就て述べたが、あまりに抽象的であつてその真意不明なる点もあると思われるので本研究に於ける研究題目に就てこれ等が如何に統計現象及び理論に關連して居るかを説明しようと思ふ。

2. 本研究所に於ける研究題目に就て

本研究所に於ける研究題目を説明する前にこれに關連して推進しつつある理論の概要を述べ、研究題目との關係を明かにしよう。

(1) 一般統計推論

(a) 統計推論の問題を最も一般的な形に於て取扱い、各問題に対する解の具体的な形を与えることの研究。

この際推論に於ける誤を一本にまとめて、それを小さくするようにする。これは如何なる統計推論の問題をも含む。尙この際従来の検定理論の反省検討を行い乍ら理論を進める。

(b) 統計数理の応用に際して特に重要な適合度の研究

統計理論を實際に応用する場合に種々の仮定を置いたり或は漸近分布を用いたりする。このような場合にその適合性が如何になつて居るかを研究する。要するに理論的に如何に細かに議論しても適合度が粗雑であれば何にもならないからである。

(c) 統計的決定函数の理論とその具体的解を求めることの研究, Planning.

(d) χ^2 分布を始めとし漸近的分布として考えられる分布に於て、各場合に於ける近似度の研究。

(2) Non-Parametric Inference.

従来統計推論に於ては推定論にしる検定論にしる、關与する分布函数の形は仮定してそこに含まれる Parameter のみを問題にして来たが分布函数の形が解る場合は稀で、そうでない問題を取扱う方が多い。このような場合の推論の研究をする。

ここに於て取扱う問題は Order statistics, Rank correlation, Run, Chebyshev 型の不等式等の研究である。

(3) 確率論並に統計に必要な数学、及び計算

統計数理に於ては確率は最も基本的な概念の一つである。之を如何なる形に於て把握し展開すべ

きかを研究する。同時に統計全般に於ける数学及び計算の研究をする。

(4) 調査 (測定) 理論

この項には次の如き理論が含まれる。

- (a) Design の理論
- (b) Error control の理論,
Sampling (特に新しい型のものを含む) error の研究,
Non-Sampling error の量的把握の研究。
- (c) Information の綜合理論
各測定 of 総合方法,
過去の知識の利用方法

(5) 過程事象の統計的推論

- (a) 確率過程の見地よりする統計的推論の研究
これは時間的に変動する現象の解析に対してそれに即応するような時間と共に交る確率変数——確率過程——の研究を行い、それが統計推論に如何に応用されるかを研究する。
ここに於て問題となるは Markov 過程, Brawn 運動, Wiener 理論, 確率過程に於ける推定並に検定, 時系列に於ける予測等の研究である。
- (b) 現象系 (複合現象) の統計的取扱の研究, 特に次の如き問題が大切である。
 - (i) 不連続 unit の問題,
 - (ii) 数量化による現象系の分類の問題,
 - (iii) 予測の意味及び方法を中心とする問題。

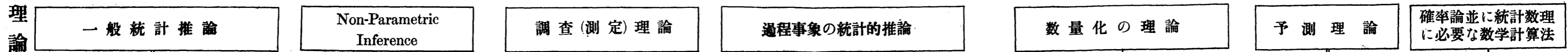
(6) 数量化の理論

- (a) 目標と根本思想
 - (i) 複雑な多相現象 (状況の Pattern) の妥当な表現と分類, 更に言うならば数的表現とその関係づけ即ちその構造分析法の確立を目標とする。
 - (ii) 測定された多元的なもの (定量的なもの or 定性的なもの) を妥当性を目標として再評価し且つ総合する理論を構成しようとする operationalism の立場をとる。従つて吾々の行為現象を重視し、これとの対応関係で考えを進める。
- (b) 取扱う範囲
感覚等の質的複合的判断を客観的に取扱うか又はそれ等を一定尺度と対応づけようとする場合、その他構造の複雑な現象間の対応関係を追求しようとする場合を取扱う。
- (c) 方法及び内容
 - (i) 測定する方法を研究する。(ii), (iii)項を考えに入れて現象を範疇化する方法の研究。
 - (ii) 現象分類 (予測) の効率を表現する方法を求め或はその測度を構成し、且つそれ等の間の関係を求める。
 - (iii) (i)によつて範疇化された多様現象を(ii)を基にして妥当な立場から総合し、新に数量を与えて行くか又はその位置づけを行う理論を研究する。このために仮定を置き、操作的な媒介概念をも必要とする。かくして複雑な現象の構造づけを行うことが出来る。
 - (iv) (iii)の目的達成のための計算法の研究

(7) 予測理論

過去の知識を各種の形で総合し、予測する理論を考案する。予測の型の分類、効果の表現、効率の高い予測を行う方法を考える。これは各理論と多くの接触面をもつ。

以上が本研究所に於て目下推進しつつある理論の内容概略であつて、理論を推進するために起る研究問題とこれ等が関係する統計現象とを表示すれば次表の通りである。



主要研究現象

<ul style="list-style-type: none"> ① 果の分析 ② 農事試験に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調査法 ② 林業に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 品質管理の研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調査法理論 ② マスコミュニケーションに関する研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 社会現象(心理, 社会, 教育, 言語)における数量化の研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 色彩統計, 交通現象 	<ul style="list-style-type: none"> ① 教育調査 	<ul style="list-style-type: none"> ① 経済現象に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 伝播現象に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 水文学に於ける統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 微粒子に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 医学に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 心理学に於ける数量化の意義 	<ul style="list-style-type: none"> ① 国民性に関する統計的研究
---	--	---	--	--	--	--	---	---	--	--	---	---	--

<ul style="list-style-type: none"> ① 果の分析による実験結果 ② 農事試験に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調査法 ② 林業に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 品質管理の研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調査法理論 ② マスコミュニケーションに関する研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 社会現象(心理, 社会, 教育, 言語)における数量化の研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 色彩統計, 交通現象 	<ul style="list-style-type: none"> ① 教育調査 	<ul style="list-style-type: none"> ① 経済現象に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 伝播現象に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 水文学に於ける統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 微粒子に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 医学に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 心理学に於ける数量化の意義 	<ul style="list-style-type: none"> ① 国民性に関する統計的研究
--	--	---	--	--	--	--	---	---	--	--	---	---	--

<ul style="list-style-type: none"> ① 果の分析による実験結果 ② 農事試験に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調査法 ② 林業に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 品質管理の研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調査法理論 ② マスコミュニケーションに関する研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 社会現象(心理, 社会, 教育, 言語)における数量化の研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 色彩統計, 交通現象 	<ul style="list-style-type: none"> ① 教育調査 	<ul style="list-style-type: none"> ① 経済現象に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 伝播現象に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 水文学に於ける統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 微粒子に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 医学に関する統計的研究 	<ul style="list-style-type: none"> ① 心理学に於ける数量化の意義 	<ul style="list-style-type: none"> ① 国民性に関する統計的研究
--	--	---	--	--	--	--	---	---	--	--	---	---	--