point を $\{\boldsymbol{x}_m\}$ で表記し，その格子点の数を M とする．また，V_l を $\{\boldsymbol{x}_m\}$ で定まる超立方体としよう．そうすると，上記の積分は

$$(1') \qquad p(z_n \mid Y_{n-1})=\sum_l p_l \int_{V_l} q(z_n \mid z_{n-1})dz_{n-1}$$

$$(2') \qquad p(y_n \mid Y_{n-1})=\sum_l p_l \int_{V_l} r(y_n \mid z_n)dz_n$$

となる．p_l は V_l の $p(z\mid\cdot)$ の値．$\int q(z_n \mid z_{n-1})dz_{n-1}$ や $\int r(y_n \mid z_n)dz_n$ は，時系列モデルにも依存するが，実際は極めて低次元（$k=1\sim2$）の積分に還元されることが多いので，単純に数値積分を行えばよい．モンテカルロフィルター（Kitagawa (1993)）は，$p(z\mid\cdot)$ の近似のさらなる省略化を，デルタ関数の和 $(1/M')\sum_m \delta(z_n-\boldsymbol{x}_m)$ で実現し，$\{\boldsymbol{x}_m\}$ を，分布にしたがう乱数を M' 個発生して近似的に求めているものと考えることができる．

前述の方法を，最も簡単な例題である1次元平滑化に応用し，その有効性を確かめた．

参考文献

Kitagawa, G. (1993). A Monte Carlo filtering and smoothing method for non-Gaussian nonlinear state space models, Research Memo., No. 462, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

Smith, A.F.M., Skene, A.M., Shaw, J.E.H. and Naylor, J.C. (1987). Progress with numerical and graphical methods for practical Bayesian statistics, *The Statistician,* **36**, 75-82.

メトロポリス的モンテカルロ法の緩和について

伊 庭 幸 人

ベイズモデル（一般に極めて変数の多い確率分布）に対して周辺分布を計算する有力な手法としてメトロポリス的モンテカルロ法がある．この方法の骨子は，与えられた確率分布に対して，それを不変分布とするマルコフ鎖を作ることにある．この方法の欠点として，緩和時間の長い準安定状態がしばしば生じて，効率が低下するという問題がある．これは，たとえば，分布に複数のモードがある場合などに生じやすい．このため，緩和時間を短くする方法が模索されている．そのうちで，最近注目されているのは，拡張されたアンサンブルを用いる方法（Berg and Neuhaus (1992), Berg and Celik (1992), Marinari and Parisi (1992)）である．

研究報告会では，Marinari らの方法に似た別法を提案し，具体的な統計の問題に対する結果をしめした．この方法の特徴は，条件のことなる確率分布 P_i $(i\in\{1, \ldots, M\})$ にしたがう系を複数個同時にシミュレートしながら，その間の“入れ替え”を確率的に行なう点にある（これに対して参考文献の方法ではいずれも1個の系をシミュレートする）．入れ替わりが十分に頻繁におこり，P_i の中に短い緩和時間でシミュレートできるものが含まれれば，全体の緩和が速くなることが期待できる．“入れ替え”の際には同時分布関数

$$(1) \qquad \tilde{P}(x_1, x_2, \ldots, x_M)=P_1(x_1)P_2(x_2)\cdots P_M(x_M)$$

について詳細釣合が満たされるようにするのがポイントである．たとえば，条件のことなる確率分布の族として温度の違うギブス分布の族 $\{P_a(x)\}$

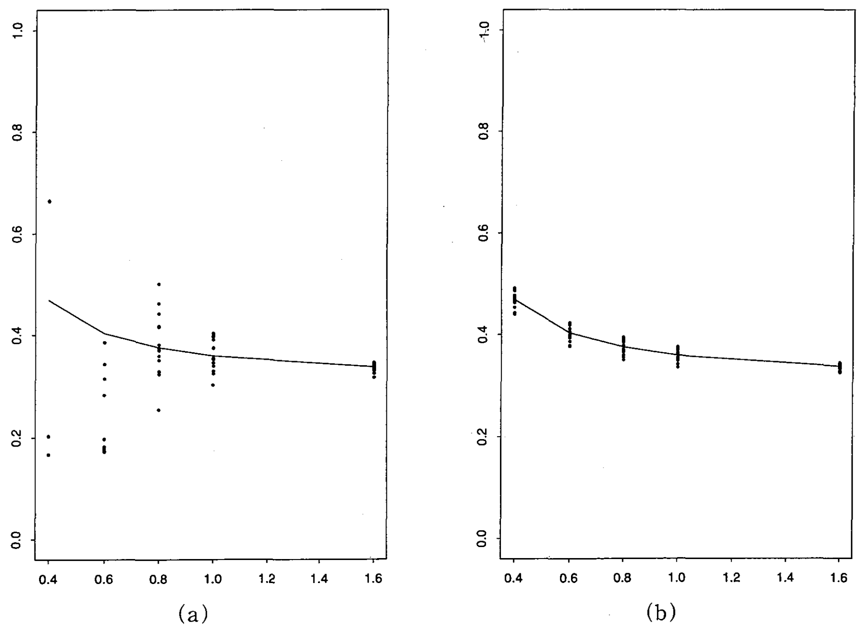
$$(2) \qquad P_a(x)=\frac{\exp\left(-\dfrac{E(x)}{T_a}\right)}{Z_a}$$

を考えた場合には，入れ替えのアルゴリズムとして，

1. $E(x_{m+1})$, $E(x_m)$ を計算する．
2. $\Delta=-(E(x_{m+1})-E(x_m))\left(\frac{1}{T_{m+1}}-\frac{1}{T_m}\right)$ を計算する．
3. 乱数 $r\in[0,\ 1]$ を発生させ，$rnd<\exp(-\Delta)$ なら x_m と x_{m+1} をそっくり“入れ替える”．すなわち，いままで，温度 T_m で動いていた系の状態を初期状態として温度 T_{m+1} の計算をはじめ，温度 T_{m+1} で動いていた系の状態を初期状態として温度 T_m の計算をはじめる．

という方法が考えられる．各温度の系はそれぞれ独立にメトロポリス法もしくは熱浴法によって時間発展するとし，それに各 m についての上述の操作を組み合わせたものが，全体のアルゴリズムを構成する．T_m と T_{m+1} が十分近ければ，入れ替わりが頻繁に起こり，高温での速い緩和が，低温での緩和を促進する効果を持つことが期待される．

ここでは，テストとして，3つの完全に等価ではない“山”のある分布に適用することを試みた．具体的には，以前から研究している，“対比較にもとづいて分類する問題”において，等価ではない3つのクラスタに分類する場合を扱った．要素数 $N=12$（真の組分けが 4:4:4）の系に対する結果の例を図1(a), (b)に示した．いずれも，ことなる初期状態と乱数列を用いた15回の計算の結果が示されている．統計量は10000MCS捨てたあとの40000MCSの平均から求めた．図1(a)が通常のメトロポリス法の結果であるが，低温での結果は初期状態や乱数列に依存し，厳密解と一致しない．これに対し，入れ替えを採り入れたアルゴリズムでは，図1(b)に示すように，低温でも安定して良い値が得られている．大きさ12の系に対してはメトロポリス的方法がすべての和を数えあげる方法に比べてすぐれているとはいえないので，大きさ30の系についてもテストを行なった．この場合は厳密解との比較はできないが，結果の安定性についてはそれなりに良い結果が得られた．ただし，十分高い温度の系を拡張アンサンブルに追加しないと良い結果が得られない場合もあった．これらの結果についても報告を行なった．



(a)　　　　　　　　　　　　(b)

図1. (a)に従来の方法，(b)に提案した方法の結果を示す．縦軸はどの山の頂上の近くにいるかに敏感な統計量（真の組分けとの重なり），横軸は温度．実線は 3^{12} 個の状態について完全に和をとって求めた厳密解．データは模擬データ．

講演後，同様のアルゴリズムが，計算機科学者（木村・瀧（1990））及び統計学者（Geyer（1991））によってすでに提案されていることを知った．ただし，前者では事後分布からのサンプルの生成への応用は意識されていないと思われる．

参 考 文 献

Berg, B.A. and Celik, T. (1992). New approach to spin-glass simulations, *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 2292-2295.

Berg, B.A. and Neuhaus, T. (1992). Multicanonical ensemble : a new approach to simulate first-order phase transitions, *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 9-12.

Geyer, C.J. (1991). Markov chain Monte Carlo maximum likelihood, *Computing Science and Statistics : Proceedings of the 23rd Symposium on the Interface* (ed. E.M. Keramides), 156-163, Seattle, Washington.

木村宏一，瀧　和男（1990）．時間的一様な並列アニーリングアルゴリズム，電子情報通信学会 NC-90-1, 1-8.

Marinari, E. and Parisi, G. (1992). Simulated tempering : a new Monte Carlo scheme, *Europhysics Letters*, **19**, 451-458.

不完全情報下における制御系設計に関する研究

宮 里 義 彦

制御対象の運転中にパラメータを逐次同定しながら適応的にモデル追従制御を実現するモデル規範形適応制御系を構成するためには，対象が最小位相系（零点が安定）でなければならない．これは適応制御装置が対象の零点を極との相殺によって移動させるために，対象に不安定な零点があると制御装置に不安定な極が発生して，制御系全体の安定性が保証されないからである．連続時間系は多くの場合に最小位相系となるので，以上のことは大きな問題とならない．しかしディジタル制御系を構成するために，連続時間系をサンプラと零次ホールダを通して離散時間化する（Fig. 1）と，得られた離散時間系が非最小位相系になる場合がある．特に連続時間表現で相対次数が2以上の対象を離散時間化する際に，サンプリング時間を小さくしていくと不安定な零点が発生することが知られている（極限零点の問題）．従って，離散時間非最小位相系に適用可能な適応制御方式を確立することが重要な課題とされてきた．これについては，極零相殺が生じるモデルマッチング方式を避けて適応極配置問題に置き換えたり，入力も

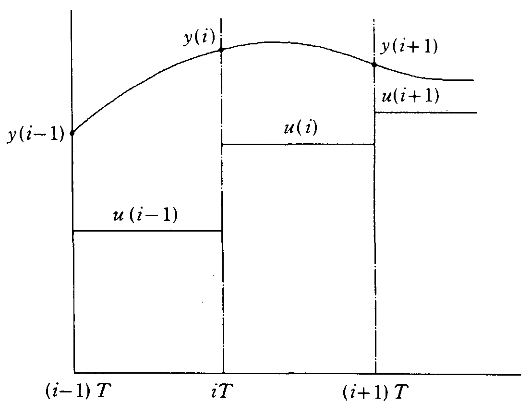


Fig. 1.　通常のサンプリング．

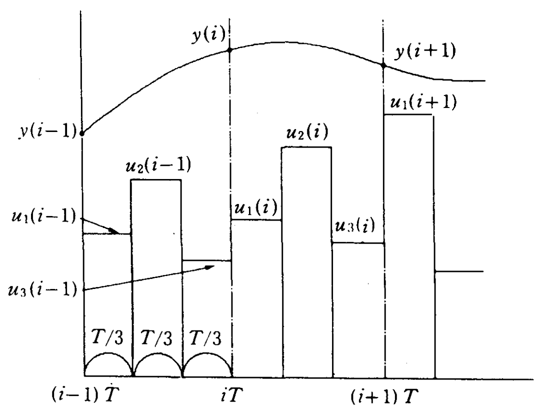


Fig. 2.　多重サンプリング（n=3）．