論を展開し，単一および複数貯水池への適用を試みている．

1.　渇水時流況のモデル化

貯水池への渇水時の流況を時系列としてモデル化する．既存の流量資料より，量の小さいほうで多く出現する正の歪と時系列の強い持続性が勘案でき，また演算の便宜上，上限のある離散分布として1次の自己相関を導入した2変数2項分布を採用する．また，数値実験からこの母数推定に対する積率法，最尤法の比較を行なっている．

2.　貯水池の貯留・放流機能の表現

単位流量に単位期間を乗じた単位水量で貯水量を表現し，貯水量の時間的変化に流量，貯水量を対としたマルコフ連鎖を用いた2段階推移モデルを提案している．このモデルでは，単位期間における貯水量推移を，流入による推移（貯留推移）と放流による推移（放流推移）に分けた2段階の行列演算で表現したうえで，その統合を行なう．貯留推移行列では流量の条件付き分布を勘案し，まず貯水池容量の制限がないとして，一端全てを貯留した後，溢流と目標放流量に合うような放流を実施する．これによって，実放流量系列，溢流を伴う総放流量系列，貯水量系列などの単位時間ずれを考慮した定常結合分布が計算され，これらに関する周辺分布や平均，分散などの各種統計量が求められる．

3.　利水機能評価関数の設定

以上の結果をもとに渇水の大きさ，厳しさ，長さ，などを表現する評価関数を設定し，利水上有効な操作法や目標値の設定法などを単一，並列，直列貯水池で示している．

参　考　文　献

鈴木正人，長尾正志（1989）．2段階推移モデルによる相関離散分布を受ける貯水池理論，土木学会論文集，**411**(II-12)，161-168．

鈴木正人，長尾正志（1990）．相関離散分布流量を受ける貯水池の利水機能評価の研究，土木学会論文集，**417**(II-13)，209-217．

調査実験解析研究系

回帰関数の構造分析及び推定の方法と実際

田　口　時　夫

一昨年度の研究報告会要旨「ベクトル積率とその統計量」にのべた研究を継承し，その一般化を行った．その結果の一部は第58回日本統計学会に於て「集中モメントと集中曲面の特性化について」と題して報告された（田口（1990））．又その家計調査報告への適用例として，弾力性係数の測定結果を，北京大学，中国応用数学研究所，中国科学技術大学，复旦大学等で，日本学術振興会の認可日程に従って報告した．

すなわち，今 n 次のベクトル標識 $\boldsymbol{x}=(x_1,\dots,x_n)$ に対して，分配率ベクトル $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})$ を次の $n+1$ 次ベクトルとした．つまり $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})$ をその成分により

(1)
$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})=\begin{pmatrix} D_0(\boldsymbol{x}) \\ D_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ D_n(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} F(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix}$$

で表わすと

(2)
$$D_0(\boldsymbol{x})=F(\boldsymbol{x})=\int_0^{x_1}\cdots\int_0^{x_n} f(\boldsymbol{\xi})d\xi_1\cdots d\xi_n$$

(3)
$$\begin{pmatrix} D_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ D_n(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix}=\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x})=\int_0^{x_1}\cdots\int_0^{x_n} \boldsymbol{\eta} f(\boldsymbol{\xi})d\xi_1\cdots d\xi_n$$

である．ここで

$$\boldsymbol{\eta}=\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \xi_1/\mu_1 \\ \vdots \\ \xi_n/\mu_n \end{pmatrix}$$

はシェア・ベクトルを表わす．

分配構造 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})$ の解析に於ては，$n+1$ 箇の異なる観測値のクラス

$$\boldsymbol{X}_j=\begin{pmatrix} X_{1j} \\ \vdots \\ X_{nj} \end{pmatrix};\qquad j=1,\ldots,n+1$$

を単位とし，これに規模 X_{0j} を加えて解析単位を

(4)
$$\hat{\boldsymbol{X}}_j=\begin{pmatrix} X_{0j} \\ X_{1j} \\ \vdots \\ X_{nj} \end{pmatrix};\qquad j=1,\ldots,n+1$$

とした．又，このクラスの相互関係の指標として

(5)
$$D\begin{pmatrix} i_1\cdots i_\nu \\ j_1\cdots j_\nu \end{pmatrix}=\begin{vmatrix} X_{i_1j_1} & \cdots & X_{i_1j_\nu} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{i_\nu j_1} & \cdots & X_{i_\nu j_\nu} \end{vmatrix};\qquad \nu=1,2,\ldots,n$$

を用いた．ここで $(i_1,\ldots,i_\nu)$ 及び $(j_1,\ldots,j_\nu)$ はそれぞれ $(0,1,\ldots,n)$ 及び $(1,2,\ldots,n)$ の部分集合である．この時 ν 次の一般化ベクトル積率 (g.v.p. モメントと略称) $\gamma_{qir}^{(\nu)}$ を

(6)
$$\gamma_{qir}^{(\nu)}=(-1)^{r+1}\underset{X_1}{\mathrm{E}}\cdots\underset{X_\nu}{\mathrm{E}}\left[\left\{\prod_{p=1,\ldots,\check{q},\ldots,\nu}\mathrm{sgn}(X_{i_pp}-X_{i_pq})\right\}\times D\begin{pmatrix} i_0\ i_1 \cdots \check{i}_r \cdots i_\nu \\ 1\ 2\ \cdots\ \nu \end{pmatrix}\right];$$
$$q=1,2,\ldots,\nu;\ r=0,1,2,\ldots,\nu$$

とした．これによって，重相関係数・重回帰係数等が一般に規定出来る．

特に $\boldsymbol{X}$ を２次とし，X_{11} を x_1 又は X_{22} を x_2 と固定した時，$\gamma_{qir}^{(\nu)}$ の条件付期待値 $\gamma_{20}^{(2)}(x_1)$, $\gamma_{21}^{(2)}(x_1)$, $\gamma_{22}^{(2)}(x_1)$ 及び $\gamma_{10}^{(2)}(x_2)$, $\gamma_{11}^{(2)}(x_2)$, $\gamma_{12}^{(2)}(x_2)$ が得られるが，これらは局所的な回帰を表現する事が出来る．一方これらは集中曲面の勾配で記述され，集中曲面の特性化に用いる事が出来る．

参　考　文　献

田口時夫 (1990)．集中モメントと集中曲面の特性化について，第58回日本統計学会報告，289-290.

Taguchi, T.(1990). On a system of vector analysis of distribution (submitted).

多変量解析における感度分析

（客員）岡山大学 教養部　田 中 　 豊

多変量解析（MA）において，入力のデータがわずかに変化するとき出力の分析結果がどのように変化するか，という問題をここ数年来検討している．年度研究報告会ではこれまでの研究の概観と，とくに今年度の成果として3つの件について報告した．

主な数学的道具として対称行列の固有値問題（EVP）の摂動論を用いているが，1983～1987年では固有値 λ_s, 固有ベクトル $\boldsymbol{v}_s$ そのものの摂動展開（単根および重根の場合）を，数量化法，対応分析などEVPとして定式化されるMA諸法に応用して分析結果の変化を調べた．この間の成果はTanaka (1984), Tanaka and Tarumi (1986), Tarumi and Tanaka (1986) などに報告している．1988年以降は $\boldsymbol{v}_s$ の展開が重根あるいはそれに近いとき有用でなくなるという欠点を解消するため，λ_s, $\boldsymbol{v}_s$ そのものでなく $\sum f(\lambda_s)\boldsymbol{v}_s\boldsymbol{v}_s^T$ の形の関数（関心のある固有ベクトルによって張られる部分空間への射影行列 P, もとの行列のスペクトル分解のある部分項 T など）の摂動展開を導き，それを用いて単にEVPで定式化されるMAだけでなく，決定方程式の一部にEVPを含むMA（具体的には因子分析）に応用して，MA諸法のデータの微小変化に対する感度を検討してきた．

今年度の成果の第1は，多くのMAの結果が共分散行列 S の変化を通してのみデータに依存することに注目し，ダイアド展開を利用して結果の変化の摂動展開の1次の項を有限個（$p(p+1)/2$, $p=$ 変量の数）の成分に分解して，感度分析の効率的計算，MA諸法の特徴づけをはかったことである（Tanaka and Castaño-Tostado (1990a)）．2番目は上の P と T の展開の2次の項を求め，主成分分析と因子分析の感度分析に応用して，1次までの展開に比べて精度がどのくらい向上するかを数値的に示したものである（Tanaka and Castaño-Tostado (1990b)）．3番目としては，主成分分析と因子分析の結果の変化をはかる尺度としてEscoufierのRV係数の摂動展開――1次の係数は消え，2次の係数として $P^{(1)}$ や $T^{(1)}$ を含む量，3次の係数として $P^{(2)}$ や $T^{(2)}$ を含む量（右肩の(1), (2)は摂動パラメータに関する1次微分，2次微分を表わす）がでてくる――にもとづく指標を提案した（Castaño-Tostado and Tanaka (1990, 1991)）．

参 考 文 献

Castaño-Tostado, E. and Tanaka, Y. (1990). Some comments on Escoufier's RV-coefficient as a sensitivity measure in principal component analysis, *Comm. Statist. Theory Methods,* **19**, 4619-4626.

Castaño-Tostado, E. and Tanaka, Y. (1991). Sensitivity measures of influence on the loading matrix in exploratory factor analysis, *Comm. Statist. Theory Methods,* **20** (in press).

Tanaka, Y. (1984). Sensitivity analysis in Hayashi's third method of quantification, *Behaviormetrika,* **16**, 31-44.

Tanaka, Y. and Castaño-Tostado, E. (1990a). Sensitivity analysis in multivariate methods: decomposition of an arbitrary influence into a finite number of components, *Comm. Statist. Theory Methods,* **19**, 1323-1341.

Tanaka, Y. and Castaño-Tostado, E. (1990b). Quadratic perturbation expansions of certain functions of eigenvalues and eigenvectors and their application to sensitivity analysis in multivariate methods, *Comm. Statist. Theory Methods,* **19**, 2943-2965.

Tanaka, Y. and Tarumi, T. (1986). Sensitivity analysis in Hayashi's second method of quantification, *J. Japan Statist. Soc.,* **16**, 44-60.

Tarumi, T. and Tanaka, Y. (1986). Statistical software SAM —— sensitivity analysis in multivariate methods, *COMPSTAT 1986* (eds. F. De Antoni, N. Lauro and A. Rizzi), 351-356, Physica,