参 考 文 献

[1] 山本，柳本．Litter effect to dose-response curve estimation (Draft).

[2] Krewski, 柳本等．Statistical methods for teratological study, *Reproductive Toxicology* (ed. H.G. Grice) (Draft).

[3] Kupper, 山本等 (1986). The impact of litter effects on dose-response modeling in teratology, *Biometrics,* **42**, 85-98.

乱流モデルの構成について

岡　﨑　　卓

1. 乱流と乱流モデル

流体の不規則運動である乱流は，河川の激流や冷暖房機周囲の空気流など我々が日常目にする流体運動であって，その物理的理解に興味がもたれるだけでなく，規則的流れである層流に比べて熱輸送，物質拡散の度が格段に大きく，工学的にも重要な現象である．

乱流の性質を知り，流体の抵抗等を計算するには速度場の方程式を解けば充分であるが，まさにその方程式が容易には導けぬところに乱流理論の直面する最大の困難があり，またその代用品としてのモデル方程式——乱流モデル——が長年にわたって各種提案され続けている事情が存する．平均速度 $\boldsymbol{U}$ の方程式に含まれる乱流応力頂 $\boldsymbol{R}=\langle \boldsymbol{uu}\rangle$（速度変動成分 $\boldsymbol{u}$ の積率）は流体運動方程式の非線形性のため $\boldsymbol{U}$ の関数として直接に表現できず，乱流モデル $\boldsymbol{R}=F(\boldsymbol{u})$ が代りに登場するわけである．従来乱流モデルは次元解析や類推によって構成され適用範囲も限定されてきたが，その根拠を与え，かつより普遍性あるモデルの構成を可能にする理論が望ましい．以下では二重スケール法と射影子法とにより，通常使われている $\boldsymbol{R}$ の乱流粘性モデルとその修正表現を導く方法について概略を記す．

2. 二重スケール法と射影子法とによる乱流モデルの構成

乱流場は小さなスケールの複雑な運動と大きなスケールの比較的緩やかな運動とから成ることに注目し，Yoshizawa ([1]) に倣って速緩の変化を記述する二組の時空間座標変数を用意し運動方程式を書き下せば

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}=\boldsymbol{N}^0(\boldsymbol{u})+\delta\cdot\boldsymbol{N}^1\left(\boldsymbol{u}\,;\,\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}\right)+\cdots$$

となる．ここに δ は速緩変数の比，N^0 は小規模の運動を記述する部分で，大域的変化 $\dfrac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}$ に関する部分は $\boldsymbol{N}^1$ 以後に現われる．さてこのような発展方程式が与えられたとき，同時刻相関テンソル $\boldsymbol{h}\equiv\langle \boldsymbol{uu}\rangle$ を支配し，$\boldsymbol{h}$ のみで閉じた方程式を導くには統計力学の射影子法を応用すればよい．$\boldsymbol{h}$ をパラメータとする正規分布を仮の確率密度とし，$\boldsymbol{u}$ の汎関数を $\boldsymbol{u}$ の 2 次汎関数に写す射影子を準備すれば，近似を施すことなく $\boldsymbol{h}$ を定める方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{h}=V(\boldsymbol{h})+\int_0^t \boldsymbol{K}(t,\,s)ds$$

を得る．展開 $\boldsymbol{h}=\boldsymbol{h}^{(0)}+\delta\boldsymbol{h}^{(1)}+\cdots$ により逐次に解を求めると乱流応力 $\boldsymbol{R}$ は

$$\boldsymbol{R}=C_0\boldsymbol{\delta}+C_1\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}+C_{21}\frac{\partial^2 \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}\partial \boldsymbol{X}}+C_{22}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}+C_{31}\frac{\partial^3 \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}\partial \boldsymbol{X}\partial \boldsymbol{X}}+\cdots$$

の形に表わされる．C_0, C_1 頂は通常の乱流粘性モデルであり，C_2 以上の頂はその修正を意味している．

参考文献

[1] Yoshizawa, A. (1984). *Phys. Fluids,* **27**, 1377.

傾向性を持つ順序カテゴリカルデータの解析

安楽和夫

順序カテゴリカルデータの推測においては，先見的あるいは経験的になんらかの傾向性を想定できる場合が多く，この様な情報を有効に利用する必要がある．検定問題を考えるとき，このような条件を考慮した手法の中で，評点法あるいは点数法と呼ばれる方法は，簡便ではあるが，著しい効率低下を招く可能性があるとして，あまり評価されていない観がある．ここでは，2元分割表 (p_{ij})，$i,j=1,\cdots,r$ について，2つの周辺分布が同等であるとする帰無仮説を，確率的な順序があるとする対立仮説に対して検定する問題を考える．これに関して，以下に挙げる検定の，漸近検出力による効率評価を行う．

Agresti (1983, *Biometrics*; 1984, Wiley) はこの問題に対して Mann-Whitney 型の線形和統計量を推奨した．そして，帰無仮説のもとで漸近的に χ^2 分布に従う χ^2-型の検定に比べて有効であるとしたが，彼の検出力等に関する考察は十分でない．Mann-Whitney 型の統計量は漸近的に線形和統計量，

$$T=\sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=1}^{i} w_i(n_{j\cdot}-n_{\cdot j})$$

の一つと見なせることに注意する．特に Mann-Whitney 型については $w_i=p_{\cdot i}+p_{\cdot(i+1)}$ である．今，Pitman タイプの対立仮説の列，

$$H_{(n)}:\ p_{ij}^{(n)}=p_{ij}^{0}+n^{-1/2}\,\delta_{ij}$$

のもとで，T が χ^2-型よりも高い漸近検出力を持つ範囲は p, δ および有意水準で決まることが分かる．これによって Agresti の結果はほぼ説明がつく．一方，Schaafsma and Smid (1966, *Ann. Math. Statist.*), Anraku, Nishi and Yanagawa (1987, *Res. Memo.*, No. **318**) 等で得られた結果を基に，$H_{(n)}$ に関して，線形和統計量の族の中で漸近的に最近迫なものを求めた．それは，$\mathrm{Cov}\left[n_{1\cdot}-n_{\cdot 1},\cdots,\sum_{j=1}^{r-1}(n_{i\cdot}-n_{\cdot i})\right]=\Sigma=(\sigma_{ij})$, $\Sigma^{-1}=(\sigma^{ij})$ とおくとき，$w_i=\sqrt{\sigma^{ii}}$，$i=1,\cdots,r-1$ によって与えられる．この統計量に比べて，Mann-Whitney 型の検定は著しく検出力を低下させる可能性があることが示される．また特に連続な二次元分布を潜在的に仮定し，問題を位置母数の問題に帰着する時，漸近的に最適な検定は分割の境界点によって決まることがわかる．

「社会階層意識」をめぐって

坂元慶行

「日本人の国民性」研究の今後の展開のためには，単に価値観の変化を捉えるだけでなく，経済感覚や経済的・社会的地位に関する指標を補充し，これらの指標と価値観との相互依存関係の動態分析を実現することが重要である．そこで，昭和60年度以来，所内外の既存の調査データを収集し，態度・価値観の分析に有効で，かつ，調査可能な指標項目を選定するための基礎作業を行なってきた．昨年度は，首都圏 30 km 圏内における2組のパネル調査データを用いて，指標項目の候補を「回答の安定性」という面から検討し，(1) 最近の調査環境の悪化にもかかわらず，年収，貯蓄総額，月間生活費等，経済に関する事実的な指標の「安定度」が抜群であること，(2)「くらしむきに対する満足度」，「収入は世間並み以