今回の台湾調査は，玉川大学農学部許田倉園教授，太一広告有限公司，林惟瑞研究開発主任の御協力の賜である．研究の一部は，昭和61年度統計数理研究所共同研究（61-共研-73）による．

order k の離散分布とその性質（2）

平　野　勝　臣

59年度研究発表会に於いて同標題で論じた後，文献[1][2][3][4]にあるように幾つかの新しいorder k の分布が定義され，性質が調べられた．

成功率 p のベルヌーイ試行で連続した k 回の成功の事象 ε を考える．n 回の試行で ε の起こる回数の分布をorder k の2項分布，$B_k(n, p)$，という．ε の起こるまでの試行数の分布をorder k の幾何分布，$G_k(p)$，という．$G_k(p)$ に従う独立な r 個の確率変数の和の分布をorder k の負の2項分布，$NB_k(r, p)$，といい，r が正の実数に対し拡張される．この台を $\{0, 1, 2, \cdots\}$ 上にずらした分布を $\overline{NB_k}(r, p)$，とかく．$\overline{NB_k}(r, p)$ で $r\to\infty$ $(q\to 0,\ rq\to\lambda>0)$ とした極限の分布をorder k のポアソン分布，$P_k(\lambda)$，という．$\overline{NB_k}(r, p)$ に従う確率変数で1以上の条件の下で $r\to 0$ とした極限の分布をorder k の対数級数分布，$LS_k(p)$，という．以上が拡張される（Aki [1]）．k 個の定数 $p_1,\cdots,p_k$ は $0<p_i<1$．① $X_0=0$ as, 且つ $X_i=1$ or 0 $(i=0, 1, 2, \cdots)$ ② $\mathrm{P}(X_m=1\mid X_0=x_0,\ X_1=x_1,\cdots,X_{m-1}=x_{m-1})=p_j$，但し $j=r-\left[\dfrac{r-1}{k}\right]k$，$r$ は $x_{m-r}=0$ を満たす最小の正整数．以上で決まる2値確率変数列 $X_0, X_1, X_2, \cdots$ に対し，X_i を試行，それが1をとれば成功，0をとれば失敗とする．このとき前に述べた分布に対応する分布が導かれ，順に夫々〝拡張された〃という語をつけ，EB_k, EG_k, ENB_k, EP_k, ELS_k で表わす．

つぼのモデルから定義される分布（[4]で確率関数が与えられている）．a 個の白玉，b 個の黒玉が入ったつぼから非復元抽出で1個ずつ n 回抽出し，k 回連続した白玉の事象の起こる回数の分布をorder k の超幾何分布，$H_k(a, b, n)$，という．復元抽出だが次の抽出の前に，前に抽出した玉と同色の玉を c 個加え，$c+1$ 個にして戻す．n 回の試行中に k 回連続した白玉の事象の起こる回数の分布をorder k のポイヤ分布，$P\hat{o}l_k(a, b, c, n)$，という．$c=1$ のとき，order k の負の超幾何分布，$NH_k(a, b, n)$，という．このとき次の(1)〜(4)を[2]で得た．

(1) $B_k(n, p)$ の平均値のexplicitな表現．

(2) EB_k の確率を求める漸化式，pgfの漸化式とexplicitな表現，平均値の母関数．

(3) $H_k(a, b, n)$ の確率を求める漸化式，pgf（超幾何級数表現）．

(4) $P\hat{o}l_k(a, b, c, n)$ のpgf（超幾何級数表現）．

EP_k や $P_k(\lambda)$ の具体例の調査．ある時刻からある時刻までの，ある短い時間内に高速道路のある地点を通過する車の乗車人数の和の分布を調べ，これらの分布にあてはまることがわかった．

この他，$LS_k(p)$ の p のモーメント法による推定の解の一意性，[1]で示された $ENB_k\to EP_k(\lambda)$ の別証等幾つかの性質を導いた．

参考文献

[1] Aki, S. (1985). *Ann. Inst. Statist. Math.*, **37**, 205-224.

[2] Aki, S. and Hirano, K. (1986). *Res. Memo.* No. **316**, The Inst. Statist. Math.

[3] Hirano, K. (1986). *Fibonacci Numbers and Their Applications*, D. Reidel, 43-53.

[4] Panaretos, J. and Xekalaki, E. (1986). *Comm. Statist. Theor. -Meth.*, **15**, 873-891.