点の空間配置を表現する統計量の中に最近接距離がある．これには，ランダムに散布した標本点からこれに最も近い個体までの距離 r_1 と，各個体からこれに最も近い個体までの距離 r_2 とが考えられる．r_2 は個体間相互作用と直接関係するため重要な統計量であるが，一つの配置データからは $O(N)$ の標本しか得られない．これに対して r_1 の方はランダム標本点数 m を増大すればそれだけ多くの情報が得られる．次式で与えられる分布関数 $p(t)$

$$\Pr(r_1<t)=\{\text{各個体を中心とする半径 } t \text{ の円板系の和集合の面積}\}/|V|$$

は $m=\infty$ に相当する r_1 の経験分布であって，右辺の面積比で与えられる．さらにこの量に対しては密度関数 $f(t)=dp(t)/dt$ が

$$\{\text{各個体を中心とする半径 } t \text{ の円板系の和集合の周囲長}\}/|V|$$

として得られる．これは r_1 の経験“密度”ともいうべき関数である．$p(t), f(t)$ は Voronoi 多角形分割から容易に求められる．データから密度関数（頻度分布）を求めようとするとき，級間隔の大きさがふつう問題になるが，いまの場合この問題が全くない．われわれは経験手法を用いるために，$p(t), f(t)$ を空間配置表現の関数として採用する．

いま，与えられた配置データから得られる r_1 の分布関数を $\hat{p}(t)$，モデル（含まれる母数を θ とする）のそれを $p(t;\theta)$ とする．両者のくいちがいの尺度として

$$d(\theta)=\int|\hat{p}(t)-p(t;\theta)|\,dt$$

を用いる．$d(\theta)$ を最小にする母数値を与えるモデルが最良のモデルとなる．また，経験“密度”についても $\hat{f}(t), f(t;\theta)$ をそれぞれ上に対応して定義する．ここで，$f(t;\theta)$ を k 個のシミュレーションデータから求めた平均の密度としておき，$\hat{f}(t)$ と $f(t;\theta)$ とのあてはまりの尺度として尤度比統計量

$$L(\theta)=\int\{\hat{f}(t)+kf(t;\theta)\}\log(\hat{f}(t)+kf(t;\theta)\}dt$$
$$-k\int f(t;\theta)\log f(t;\theta)dt-(1+k)\log(1+k)$$

を採る．$L(\theta)$ を最大にする母数値を与えるモデルが最良である．

例としてカモメの一種の巣配置データを解析した．ここで，$N=110$, $|V|=100\,\mathrm{m}\times100\,\mathrm{m}$ である．まず，ギブス尤度による相互作用推定法から，ポテンシャルは $SC(8)$；$\Phi(r)=(\sigma/r)^8$, $\sigma=2.24\,\mathrm{m}$ と推定された（Ogata・Tanemura, 1982, 1984)．このポテンシャルの下で，母数 σ のいくつかの値において実験により，点配置パターンを生成した．そして，$d(\sigma)$ および $L(\sigma)$ の極値を比較した結果，このデータでは逐次充塡モデルの方があてはまりが良かった．このことから，このカモメ種においては巣配置パターンが逐次形成されたと考えられる．

なお，この手法を不均質な環境条件下の配置パターンに対して拡張する試みとその適用結果についても報告した．

生体組織中の細胞の幾何学モデル

鐘紡ガン研究所　本　多　久　夫

細胞の形を力学や幾何学をつかって数理的に理解しようとする願望は昔からあった．たとえ

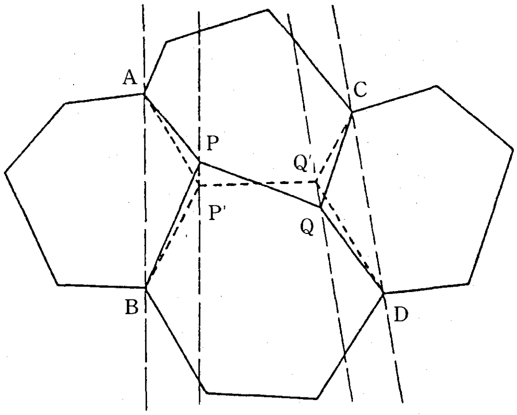

図 1.

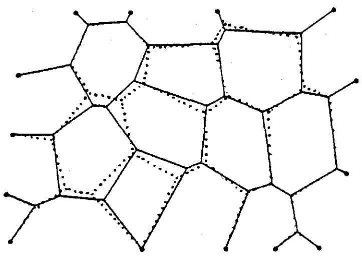

図 2.

ば，細胞を石けん泡になぞらえて表面張力で細胞の形を説明する試みがおこなわれた．しかしこのような試みが現在の細胞生物学の進歩に大いに寄与しているようには思えない．この理由としては，細胞を数理モデルで捉えるために必要な細胞の構造やそれに基づく力学的性質についての知識が以前は乏しかったことがあげられる．しかし現在，細胞生物学は生化学的技術を駆使し，細胞を形成する物質にせまりつつある．たとえば，多くの上皮組織の表面で多角形を呈する細胞には収縮能のあるマイクロフィラメントが細胞境界にそって配列していることが明らかになった．このことから多角形の細胞は隣同志の接着を維持しながら，なおかつ境界長を短くしようとしている場合がある．この状況を定量的に把握したい．

そこで，平面に多角形の敷き詰ったパタンが与えられたとき，このパタンの境界は短くなっているかどうか判断する手法を述べる．そのあとこの方法を細胞生物学に役立てた例と，この方法の問題点について記す．

多角形パタンが与えられた時，一辺でつながった2頂点をパタンの中から選んで一時的にP, Qと名付ける．P, Q附近のパタンを図1に示す．この図でA, B, C, Dの4頂点をしばらく固定しPとQを可動点とする．PQのまわりの4つの多角形の面積を変えないままP, Qを少し動かすことができる．(PをABに平行に，QをCDに平行に動くようにきめる．Pを動かしたとき多角形APQCと多角形BPQDの面積が変わらないようにQを従属的に動かす.)5辺の長さの和AP+BP+PQ+QC+QDが極小になるようにPを動かしたいのだがこの極小位置はいまのところ解析的には求められず，Pを微少距離うごかしてその度に数値計算を行い極小位置を決めている。PとQを極小位置に動かした後，また新たにパタンの中からランダムに別の辺を選んでPQとし同じように5辺長和が極小になるようP, Qを配置する．パタン全体の周辺の頂点は固定したままこれを何千回も繰り辺す．この操作で全体の辺長はだんだん短くなっていく．ほぼ短くなりきったところで全辺長和の減少を百分率であらわしs値とする．図2に実例を示す．実線は与えられた最初のパタン，点線は短縮操作をおこなった結果である．s値が小さいパタンはもともと辺長が短くなっていたパタンであり，大きいのはそうではなく理論的には辺長短縮可能なパタンであるといえる．[1),3)] s値を求めることで単層シートの細胞パタンが上皮性かどうか判断できるようになった．[1),2),3)] また発生の初期過程である胞胚期からのう胚期への細胞パタンの変化や[4)]，角膜内皮組織の損傷治癒過程もs値の変化を調べることにより追跡できた．[2),3)]

この辺長和短縮操作は多角形パタンの辺長和最小の幾何学問題にどうかかわっているだろう

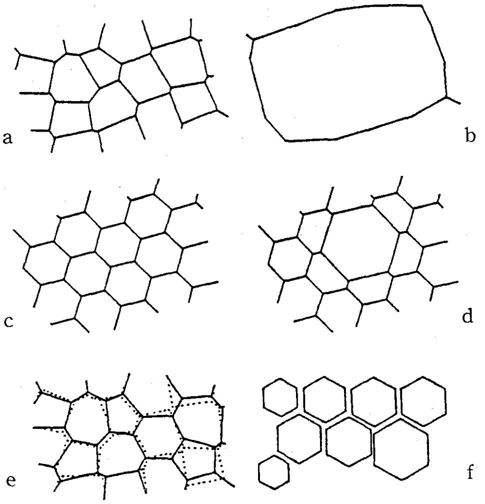

図3.

か.

与えられた多角形パタン(図3a)があるとき辺長和を最小にするには，なんの条件もなければ，小さな多角形をつぶして一つの大きな多角形をつくることである(b). 細胞数が不変の条件があれば，細胞一つ一つに平均的面積を与えて正六角形にして配置すると辺長和最小のパタンになる(c). この時注意すべきは細胞の大きさが均一でない(d)のようなパタンでも辺長和は同じく最小である. したがって辺長和最小パタンは唯一ではない. 細胞数ばかりでなく細胞の大きさも不変の条件では，与えられた細胞の面積に等しい正六角形を細胞の数だけつくり平面に敷き詰めればよいのだが，隙間なく敷き詰めることは一般には不可能である(f). 仕方なく与えられたパタンから面積を変えずに頂点を一つ一つ動かす方法を使うことになる. この辺長和短縮の方法が，この条件下での真の辺長和最小のパタンをもたらすかどうか，得られたパタンが唯一かどうかは明らかでない.

参考文献

1) Honda, H., Eguchi, G., *J. Theor. Biol.* **84**: 575-588 (1980).
2) Honda, H., Ogita, Y., Higuchi, S., Kani, K., *J. Morph.*, **174**: 25-39 (1982).
3) Honda, H., *Intern. Rev. Cytol.*, **81**: 191-248 (1983).
4) Honda, H., Dan-Sohkawa, M., Watanabe, K., *Differentiation,* **25**: 16-22 (1983).

なわばりパターンの統計モデル

統計数理研究所 長谷川 政 美

なわばりとは動物の個体が同種の他個体を排除して占有する空間である. なわばり性動物の生息地は，互いに重ならないたくさんのなわばりに分割される. 個体の密度が高く，なわばりを持てないあぶれ個体が生ずる程であるとする. 各なわばりの所有者は，侵入者を追い払うが，