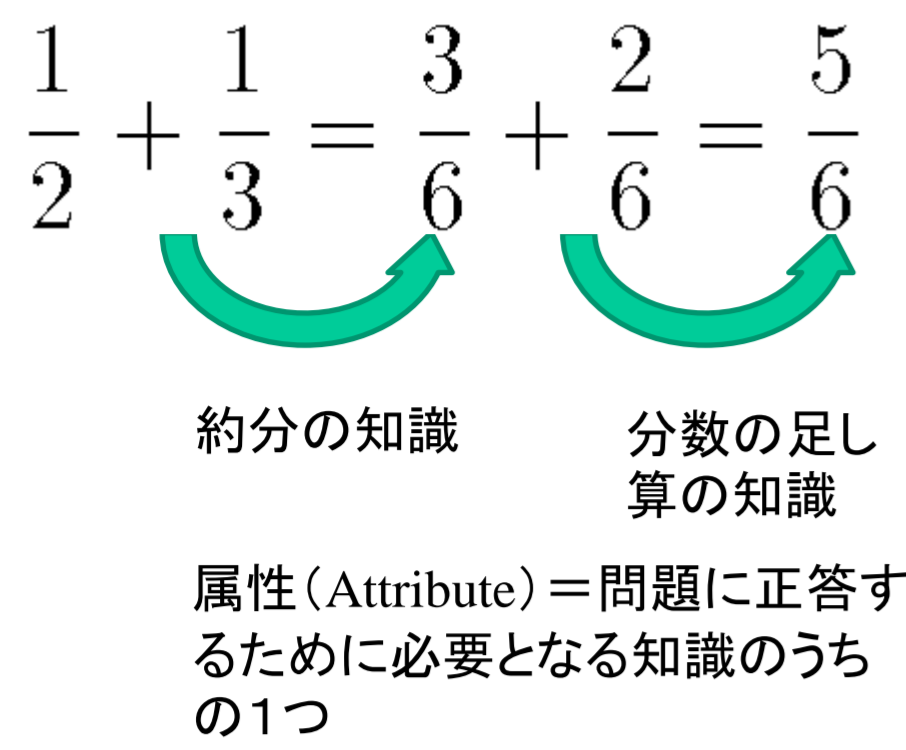


多肢選択問題のためのDINAモデル

尾崎 幸謙 データ科学研究系 助教

認知診断とは



Q matrix の例 (要素は q_{jk})

Attribute	1	2	3
Item 1	1	1	0
Item 2	0	1	0
Item 3	1	0	0
Item 4	0	0	1
Item 5	1	1	1

knowledge state ベクトル (α) の例 (要素は α_{ik})

	Attribute	1	2	3
Examinee 1 (α_1)		1	0	0
Examinee 2 (α_2)		1	1	0
Examinee 3 (α_3)		0	1	0
Examinee 4 (α_4)		1	1	1
Examinee 5 (α_5)		1	0	0

受験者1は項目3のみに正答するだろう。
受験者2は項目1, 2, 3に正答するだろう。

認知診断の目的は, knowledge stateベクトル α を推定することである。これにより, 受験者は「なぜ問題が解けないのか」が分かり, 教育者の効率的な指導が可能になる。

DINAモデルとは 認知診断を行うための統計モデルの1つ。

$$\eta_{ij} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ik}^{q_{jk}}$$

項目iで必要とされているAttributeをすべて持っている場合に, 受験者jの $\eta_{ij}=1$ になる。1つでも持っていないならば, $\eta_{ij}=0$ になる。

$$P(Y_{ij} = 1 | \alpha_i) = (1 - s_j)^{\eta_{ij}} g_j^{1 - \eta_{ij}}$$

Q matrixとknowledge stateの例において, 受験者1と受験者2の η は,

$$\begin{aligned} \eta_{11} &= 1^1 * 0^1 * 0^0 = 1 & \eta_{21} &= 1^1 * 1^1 * 0^0 = 1 \\ \eta_{12} &= 1^0 * 0^1 * 0^0 = 0 & \eta_{22} &= 1^0 * 1^1 * 0^0 = 1 \\ \eta_{13} &= 1^1 * 0^0 * 0^0 = 0 & \eta_{23} &= 1^1 * 1^0 * 0^0 = 1 \\ \eta_{14} &= 1^0 * 0^0 * 0^1 = 0 & \eta_{24} &= 1^0 * 1^0 * 0^1 = 0 \\ \eta_{15} &= 1^1 * 0^1 * 0^1 = 0 & \eta_{25} &= 1^1 * 1^1 * 0^1 = 0 \end{aligned}$$

DINAモデル(α は受験者パラメタ, s と g は項目パラメタ)

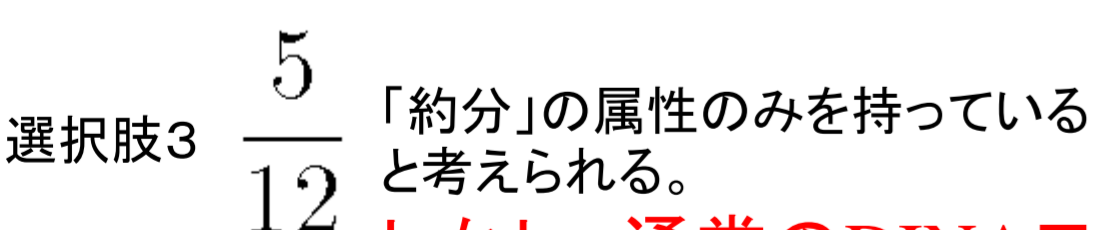
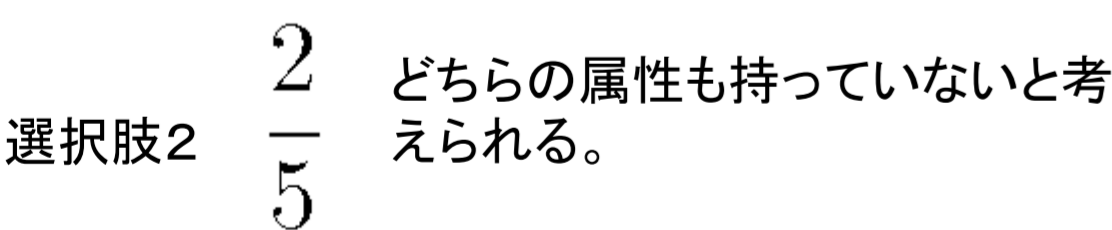
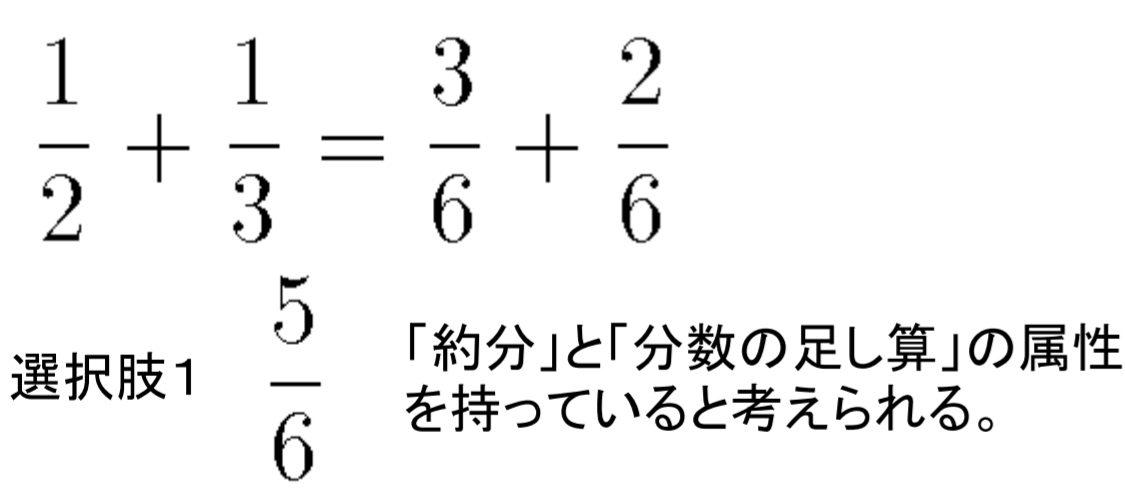
α_i は受験者iのknowledge stateベクトル

s_j は項目jのslipパラメタ。項目jに正解するために必要なattributeをすべて持っているにもかかわらず誤答する確率。

g_j は項目jのguessingパラメタ。項目jに正解するために必要なattributeのうちの一つかを持っていないにもかかわらず正答する確率。

パラメタ推定には, 周辺最尤推定法やMCMCが使われる。

多肢選択問題のためのDINAモデル



しかし, 通常のDINAモデルで分析を行うと, 選択肢2と選択肢3の違いは反映されない(どちらを選択しても, 必要となる属性をすべて持っていないという意味で同じと考えられてしまう)。

そこで, 各knowledge stateベクトルに対して, 右の表のような選択確率を与えるモデルをDINAモデルをベースにして開発した(右の表では $s=0.2$)。

さらに, 右の表のように, 各knowledge stateベクトルと選択肢が必要とする属性との関係を使い, よりきめの細かな選択確率を与えるモデルを開発した。

	Attribute 1	1	1	1	0	1	0	0	0
Attribute 2		1	1	0	1	0	1	0	0
Attribute 3		1	0	1	1	0	0	1	0
Option 1	(1, 1, 1)	0.8	0.05	0.2	0.2	0.05	0.2	0.05	0.2
Option 2	(1, 1, 0)	0.05	0.8	0.2	0.2	0.05	0.2	0.05	0.2
Option 3	(1, 0, 0)	0.05	0.05	0.2	0.2	0.8	0.2	0.05	0.2
Option 4	(0, 0, 1)	0.05	0.05	0.2	0.2	0.05	0.2	0.8	0.2
Option 5	(0, 0, 0)	0.05	0.05	0.2	0.2	0.05	0.2	0.05	0.2

	Attribute 1	1	1	1	0	1	0	0	0
Attribute 2		1	1	0	1	0	1	0	0
Attribute 3		1	0	1	1	0	0	1	0
Option 1	(1, 1, 1)	0.8	0.173	0.392	0.48	0.18	0.47	0.34	0.2
Option 2	(1, 1, 0)	0.09	0.7	0.196	0.24	0.18	0.47	0.02	0.2
Option 3	(1, 0, 0)	0.045	0.087	0.196	0.02	0.6	0.02	0.02	0.2
Option 4	(0, 0, 1)	0.045	0.02	0.196	0.24	0.02	0.02	0.6	0.2
Option 5	(0, 0, 0)	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.2

多肢選択問題のためのDINAモデルには先行研究があるが, そのモデルでは各項目に対して, 各knowledge state × 選択肢数分のパラメタを導入していた。本研究は同じ目的を持ちながらも, パラメタ数を激減させることに成功した。